

Universität Bayreuth

Bachelorarbeit

Nicht universeller topologischer Transport auf Quadratgittern

Schelter Lara

betreut von
Aneena R. Perayil
und
Prof. Dr. Thomas M. Fischer
Experimentalphysik X, Physikalisches Institut, Universität Bayreuth

12. September 2025

Abstract

In der vorliegenden Arbeit wird der gezielte Transport paramagnetischer Kolloide über ein lithografisch hergestelltes, D_4 -symmetrisches Magnetpattern mit Gitterkonstante $a = 18 \mu\text{m}$ untersucht. Die Partikel (Dynabeads M-270, $d = 2,8 \mu\text{m}$, und M-450, $d = 4,5 \mu\text{m}$) bewegen sich oberhalb einer $1,6 \mu\text{m}$ dicken, nichtmagnetischen Polymerschicht. Das externe Magnetfeld besitzt konstante Magnitude und wird über fünf Spulen zeitlich moduliert. Der Ablauf seiner Richtung beschreibt geschlossene Kurven (Loops) auf dem Control Space $\mathcal{C}$, während die Teilchen im Action Space $\mathcal{A}$ dem wandernden Potentialextremum folgen. Die Grenzen der Bereiche, in denen es Potentialextrema und Potentialsattelpunkte gibt, nennt man Fence.

Im nicht-universellen Fall erscheinen die Fences auf $\mathcal{C}$ als ausgedehnte, diamantenförmige Strukturen, die sich für unterschiedliche Partikelgrößen unterscheiden. Darauf aufbauend wird experimentell gezeigt, dass beide Kolloidfraktionen getrennt transportiert werden können. Verschiedene Loops dienen zur Bestimmung der ungefähren Ausdehnung der Fence für die verschiedenen Kolloidgrößen. Anschließend werden komplexere Loops modelliert, bei denen innerer und äußerer Loopenteil so kombiniert sind, dass sich der topologische Beitrag für die großen Partikel aufhebt, während die kleinen gezielt transportiert werden. Die Steuerbarkeit wird abschließend dadurch illustriert, dass die großen Kolloide den Buchstaben „L“ und die kleinen simultan „S“ schreiben.

Die Ergebnisse belegen, dass im nicht-universellen Regime ein selektiver, topologisch robuster und voneinander unabhängiger Transport verschieden großer Kolloide möglich ist.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Grundlagen	4
2.1	Versuchsaufbau	4
2.2	Pattern mit D_4 -Symmetrie	6
2.3	Kolloidale Partikel	7
3	Theoretischer Hintergrund	8
3.1	Potential des Patterns	8
3.2	Potentielle Energie der Kolloide	9
3.3	Product Space $\mathcal{C} \otimes \mathcal{A}$	10
3.4	Stationäre Punkte im Product Space	10
3.5	Fences und Gates im Action Space und Control Space	11
3.6	Transportmechanismen	12
4	Experiment	14
4.1	Versuchsdurchführung	14
4.2	Anmischen der Suspensionen	14
4.3	Ausrichtung des Patterns überprüfen	15
4.4	Experimentelle Ergebnisse	16
4.4.1	Transport der Kolloide	16
4.4.2	Unabhängiger Transport	20
4.4.3	Ausnutzen des unabhängigen Transports	24
5	Beobachtungen und Analyse	26
5.1	Analyse der Messungen aus Abschnitt 4.4.1	26
5.2	Analyse der Messungen aus Abschnitt 4.4.2	28
5.3	Analyse der Messung aus Abschnitt 4.4.3	28
6	Zusammenfassung und Ausblick	30
A	Ablauf der Loops für Verbindungsstellen	31
B	Ablauf der Loop für Buchstaben	34
	Literatur	34

1 Einleitung

Kolloidale Partikel dienen seit langem als Modellsysteme, um grundlegende Prozesse in der weichen Materie und in mikrostrukturierten Umgebungen zu untersuchen [5]. Besonders interessant ist die Möglichkeit, solche Partikel gezielt zu transportieren, da dies nicht nur für das Verständnis von Selbstorganisation und dynamischen Phasenübergängen relevant ist, sondern auch praktische Anwendungen in Lab-on-a-Chip-Geräten (wie mikrofluidische Siebe [6]) ermöglicht.

Der Transport kolloidaler Partikel über magnetische Musterstrukturen kann durch externe, zeitlich modulierte Felder gesteuert werden. Entscheidend ist dabei die Art und Weise, wie sogenannte Fences auf dem Control Space $\mathcal{C}$ ausgeprägt sind. Im universellen Fall lassen sich diese Fences als Punkte beschreiben. Dies tritt auf, wenn der Abstand der Kolloide zur Magnetstruktur groß gegenüber der Gitterkonstante des zugrunde liegenden Patterns ist. Wird ein Pattern mit sehr kleiner Gitterkonstante gewählt, so befinden sich Kolloide unterschiedlicher Größe stets im universellen Fall. Unter diesen Bedingungen ist ein voneinander unabhängiger Transport verschiedener Kolloidgrößen nicht möglich, da ihre Fences auf $\mathcal{C}$ zusammenfallen.

Im nicht-universellen Fall verhält es sich grundlegend anders. Die Fences erscheinen nicht mehr als Punkte, sondern als ausgedehnte Objekte auf $\mathcal{C}$. Dadurch unterscheiden sich die Fences für Kolloide verschiedener Größen. Dies eröffnet prinzipiell die Möglichkeit, unterschiedlich große Kolloide selektiv und unabhängig voneinander zu bewegen.

Ziel dieser Arbeit ist es, diese Eigenschaft systematisch zu untersuchen. Dazu werden Suspensionen, die Kolloide unterschiedlicher Größen enthalten, auf ein Magnetpattern aufgebracht. Durch geeignete Variation des externen Feldes wird überprüft, ob es gelingt, eine bestimmte Kolloidfraktion gezielt zu transportieren, während andere Partikel unbewegt bleiben. Auf diese Weise soll gezeigt werden, dass im nicht-universellen Fall ein kontrollierter und voneinander unabhängiger Transport möglich ist.

2 Grundlagen

2.1 Versuchsaufbau

Der experimentelle Aufbau basiert auf einem lithografisch hergestellten Magnetfilm. Dieser Film hat Zonen entgegengesetzter Magnetisierung, welche in periodischen Mustern angeordnet sind. Daher wird dieser Film im Folgenden als Pattern bezeichnet. Das in der Arbeit untersuchte Pattern besteht aus quadratischen Zonen, die sich in einem schachbrettartigen Muster wiederholen. Die Gitterkonstante a dieser quadratischen Zonen beträgt $18\text{ }\mu\text{m}$. Darüber liegt eine $1,6\text{ }\mu\text{m}$ dicke Polymerschicht, die weder elektrisch leitfähig noch magnetisierbar ist [4, S. 5045, 5046]. Über das Pattern bewegen sich paramagnetische kolloidale Teilchen in einer konstanten Höhe z . Ihre Bewegung wird durch ein externes Magnetfeld $\mathbf{H}_{ext}$ gesteuert, das mithilfe von fünf Spulen erzeugt wird. Zwei Spulenpaare steuern die H_x und die H_y -Komponenten, während eine fünfte Spule für die H_z -Komponente zuständig ist. Der Objektträger mit dem Pattern liegt auf der H_z -Spule auf (siehe Abbildung 2.1).

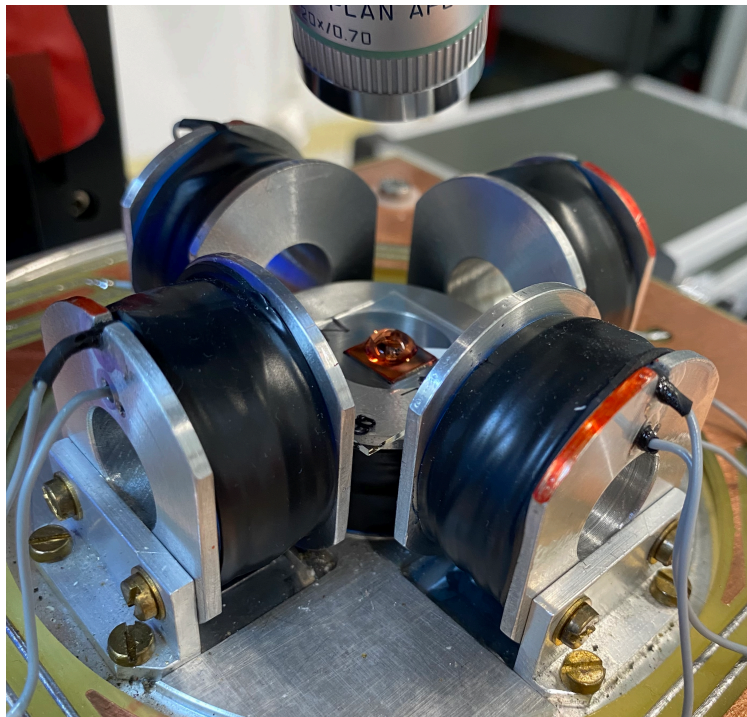


Abbildung 2.1: Das Pattern ist auf einem Glasobjektträger fixiert, der auf der z -Spule liegt und von zwei weiteren Spulenpaaren in x - und y -Richtung umgeben ist. Auf dem Pattern befindet sich eine Lösung, welche die kolloidalen Partikel enthält.

Durch die gezielte Modulation des externen Feldes lassen sich die Teilchen in einer Ebene bewegen, die parallel zur Oberfläche des Films verläuft. Diese Ebene, in der die Bewegung der Kolloide beobachtet wird, nennt man Action Space $\mathcal{A}$. Die Ausrichtung des externen Feldes wird durch einen Punkt auf einer Kugeloberfläche beschrieben. Diese Sphäre nennt man Control Space $\mathcal{C}$. Dieser ist eine Sphäre, da die Magnitude des Magnetfeldes konstant gehalten wird und nur die Richtung verändert werden kann. Die Feldstärke beträgt dabei einige $\frac{kA}{m}$. Der Ablauf der Modulation von $\mathbf{H}_{ext}$ erfolgt am Computer mittels sogenannter Loops $\mathcal{L}_C$. Die Loops definieren den zeitlichen Verlauf der Magnetfeldkomponenten und werden in dem Programm Octave modelliert. Der Computer übergibt die Loops an den Funktionsgenerator, welcher die erforderlichen Ströme und Spannungen erzeugt. Diese werden über drei Verstärker an die Spulen geleitet. Da sowohl die Kolloide als auch das Pattern Strukturen im Mikrometerbereich aufweisen, wird die Bewegung der Teilchen mithilfe eines Auflichtmikroskops und einer Kamera aufgezeichnet (siehe Abbildung 2.2).

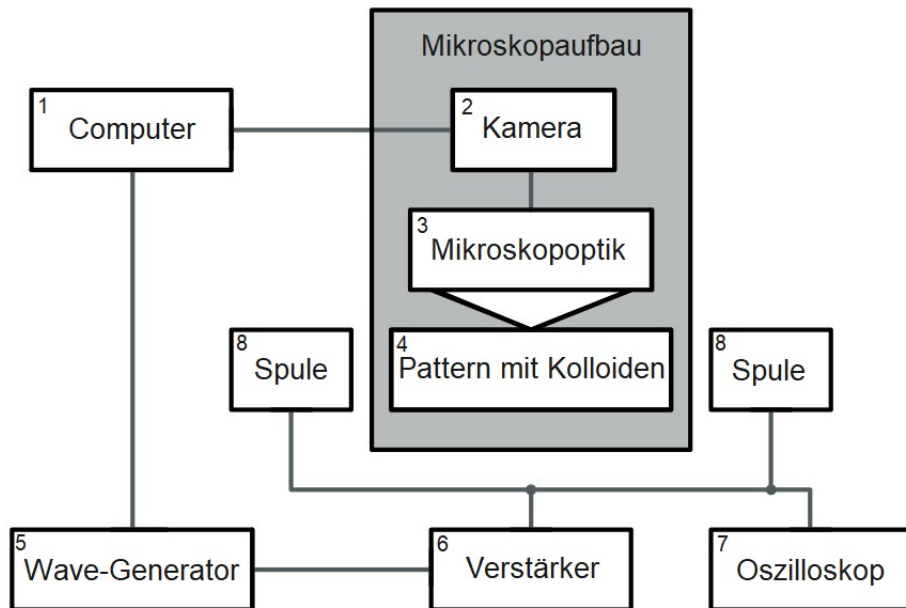


Abbildung 2.2: Schematischer Versuchsaufbau. Die vom Computer generierten Loops werden an einen Arbiträr-Funktionsgenerator (TGA 1244) übertragen, der daraus die erforderlichen Ströme und Spannungen erzeugt. Über drei Verstärker (KEPCO BOP 20-50GL) gelangen diese Signale anschließend zu den Spulen. Zur Überwachung des zeitlichen Verlaufs des externen Magnetfelds kommt ein Oszilloskop (Tektronix TDS 2014B) zum Einsatz. Die Beobachtung der Probe erfolgt mit einem Mikroskop (Leica DM2500P) und einem Objektiv (Leica HC PLAN 20 $\times$ /0,70), welches in die Probe eingetaucht wird. Die aufgenommenen Bilder werden mithilfe einer monochromen CCD-Kamera (Leica DFC360 FX) erfasst und zur Auswertung an den Computer übertragen.

2.2 Pattern mit D_4 -Symmetrie

Das in diesem Experiment verwendete Pattern Metamorphosis 5456-B (m) weist nur wenige Beschädigungen sowie kaum sichtbare Staubpartikel auf. Diese Bedingungen sind ideal, um Kolloide auf dem Pattern zu transportieren. Das Pattern ist in mehrere Teilbereiche untergliedert, die sich hinsichtlich ihrer Symmetrieeigenschaften und Gitterkonstanten unterscheiden (siehe Abbildung 2.3). Die Region, welche für den Versuch ausgewählt wurde, zeichnet sich durch eine D_4 -Symmetrie und eine Gitterkonstante von $a = 18 \mu\text{m}$ aus (siehe Abbildung 2.4). Die dunklen Zonen des Schachbrettmusters sind in Richtung der Oberflächennormalen magnetisiert, während die hellen Zonen entgegengesetzt dazu magnetisiert sind. Beim Platzieren des Patterns ist darauf zu achten, dass dieser Teilbereich zentral im Sichtfeld des Mikroskops positioniert wird, da dort das Magnetfeld als nahezu homogen genähert werden kann. Im Anschluss an die Durchführung der Experimente wird das Pattern mit Reinstwasser sowie einem fusselfreien Wischtuch gereinigt, bis keine Rückstände der Suspension mehr vorhanden sind.

3-18 phi70	3-16 phi70	3-14 phi70	3-11 phi65	3-9 phi65	3-7 phi65	6-18	6-16	6-14	4-11	4-9	4-7
3-11 phi80	3-9 phi80	3-7 phi80	3-18 phi65	3-16 phi65	3-14 phi65	3-11	3-9	3-7	4-18	4-16	4-14
3-18 phi80	3-16 phi80	3-14 phi80	3-11 phi70	3-9 phi70	3-7 phi70	3-18	3-16	3-14	6-11	6-9	6-7
E1-0.75 0.50 1.00	E1-0.75 0.50 0.50	E1-0.75 0.50 0.00	E1-0.00 0.50 1.00	E1-0.00 0.50 0.50	E1-0.00 0.50 0.00	4-7	t-13	t-12	6 scale2x	4 scale2x	3 scale2x
E1-1.25 0.00 1.00	E1-1.25 0.00 0.50	E1-1.25 0.00 0.00	E1-0.75 0.00 1.00	E1-0.75 0.00 0.50	E1-0.75 0.00 0.00	E1-0.00 0.00 1.00	E1-0.00 0.00 0.50	E1-0.00 0.00 0.00	3 scale2x phi80	3 scale2x phi70	3 scale2x phi65
E1-1.25 0.25 1.00	E1-1.25 0.25 0.50	E1-1.25 0.25 0.00	E1-0.75 0.25 1.00	E1-0.75 0.25 0.50	E1-0.75 0.25 0.00	E1-0.00 0.25 1.00	E1-0.00 0.25 0.50	E1-0.00 0.25 0.00	t-4	t-3	t-1
E2-1.25 0.50 1.00	E2-1.25 0.50 0.50	E2-1.25 0.50 0.00	E2-0.75 0.50 1.00	E2-0.75 0.50 0.50	E2-0.75 0.50 0.00	E2-0.00 0.50 1.00	E2-0.00 0.50 0.50	E2-0.00 0.50 0.00	E1-1.25 0.50 1.00	E1-1.25 0.50 0.50	E1-1.25 0.50 0.00
(b) 6 scale2x	(b) 4 scale2x	(b) 3 scale2x	E2-1.25 0.00 1.00	E2-1.25 0.00 0.50	E2-1.25 0.00 0.00	E2-0.75 0.00 1.00	E2-0.75 0.00 0.50	E2-0.75 0.00 0.00	E2-0.00 0.00 1.00	E2-0.00 0.00 0.50	E2-0.00 0.00 0.00
(b) 3 scale2x phi80	(b) 3 scale2x phi70	(b) 3 scale2x phi65	E2-1.25 0.25 1.00	E2-1.25 0.25 0.50	E2-1.25 0.25 0.00	E2-0.75 0.25 1.00	E2-0.75 0.25 0.50	E2-0.75 0.25 0.00	E2-0.00 0.25 1.00	E2-0.00 0.25 0.50	E2-0.00 0.25 0.00

Abbildung 2.3: Ausschnitt aus dem Patternviewer. Einteilung des Patterns Metamorphosis 5456-B (m) in unterschiedliche Zonen. Der im Versuch verwendete Bereich ist rot markiert. Der Bereich um die schwarze Außengrenze ist ein Linienpattern welches zur Ausrichtung verwendet werden kann (siehe Abschnitt 4.3) .

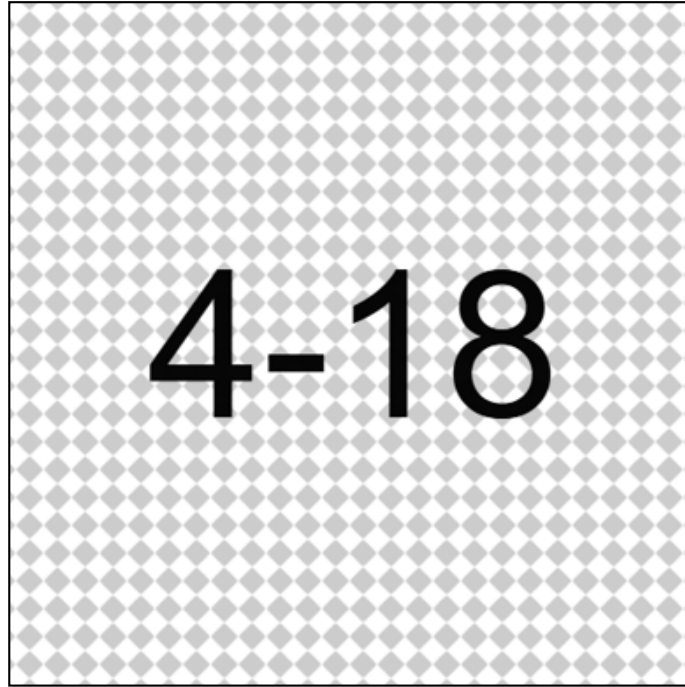


Abbildung 2.4: Der Bereich des Patterns mit vierfacher Rotationssymmetrie und einer Gitterkonstante von $a = 18 \mu\text{m}$. Dies entspricht dem rot markierten Bereich in Abbildung 2.3.

2.3 Kolloidale Partikel

In den Experimenten wurden Dynabeads M-270 Carboxylic Acid mit einem Durchmesser von $2,8 \mu\text{m}$ sowie Dynabeads M-450 Epoxy mit einem Durchmesser von $4,5 \mu\text{m}$ verwendet. Beide Typen sind paramagnetische, kugelförmige Partikel auf Polystyrolbasis, in die magnetische Nanopartikel eingebettet sind. Zusätzlich verfügen sie über eine hydrophile Oberflächenschicht [7][8].

Die Partikel werden in Reinstwasser suspendiert bereitgestellt und bis zur Verwendung im Kühlschrank gelagert. Befinden sich Teilchen in der Größenordnung weniger Mikrometer in einer Flüssigkeit, spricht man von einer kolloidalen Suspension [1, S. 606]. Die einzelnen Teilchen werden als Kolloide oder kolloidale Partikel bezeichnet. Vor dem Auftragen der Suspension auf das Pattern, muss diese mithilfe eines Kleinschüttlers durchmischt werden, um abgesunkene Kolloide gleichmäßig in der Flüssigkeit zu verteilen. Beim anschließenden Aufbringen mit einer Mikropipette ist darauf zu achten, dass die Flüssigkeit überwiegend den Bereich bedeckt, der später untersucht werden soll.

3 Theoretischer Hintergrund

Die nachfolgenden Abschnitte sind eine kurze Darstellung der Theorie des Transportes von kolloidalen Partikeln auf magnetischen Pattern verschiedener Symmetrien. Diese Ausführung ist genauer in [4] zu finden.

3.1 Potential des Patterns

Bei der Betrachtung des Patterns befindet man sich im Fall stromfreier Magneto-
statik. Somit gelten für das Magnetfeld des Patterns $\mathbf{H}_p$ die bekannten Maxwellgleichungen

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{und} \quad \nabla \times \mathbf{H}_p = 0 \quad (3.1)$$

Die erste dieser Gleichungen kann mit der Aufteilung in $\mathbf{M}_p$ und $\mathbf{H}_p$ umgeschrieben werden

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \mu_0 \nabla \cdot (\mathbf{H}_p + \mathbf{M}_p) = 0 \implies \nabla \cdot \mathbf{H}_p = -\nabla \cdot \mathbf{M}_p \quad (3.2)$$

Aufgrund der zweiten Gleichung in Gl.(3.1) weiß man, dass sich das Patternfeld als
skalares Potential darstellen lässt. Somit kann man mit Gl.(3.2) für das Potential
des Patterns eine Poisson-Gleichung aufstellen

$$\Delta \psi = \nabla \cdot \mathbf{M}_p \quad (3.3)$$

Das Potential ist periodisch, weshalb man dieses in einer Fourier-Reihe entwickeln
kann

$$\psi = \sum_{\mathbf{Q}} f_{\mathbf{Q}} e^{i\mathbf{Q} \cdot \mathbf{x}_A} \quad (3.4)$$

Hierbei ist $\mathbf{x}_A$ der Ortsvektor im Action Space $\mathcal{A}$ und $\mathbf{Q}$ der reziproke Gittervektor
des Patterns.

Oberhalb des Patterns ist die rechte Seite von Gl.(3.3) null. Wenn man nun die
Fourierentwicklung des Potentials in die Laplace-Gleichung einsetzt und die Ortho-
gonalität der Fourier-Basisektoren $e^{i\mathbf{Q} \cdot \mathbf{x}_A}$ ausnutzt, erhält man eine Gleichung für
die Koeffizienten

$$(\partial_z^2 - Q^2) f_{\mathbf{Q}} = 0 \quad \text{mit} \quad Q^2 = Q_x^2 + Q_y^2 \quad (3.5)$$

Unter der Bedingung, dass die Fourierkoeffizienten für den Limes $z \rightarrow \infty$ verschwinden müssen, kann man diese Gleichung lösen und man erhält für das Potential

$$\psi = \sum_{\mathbf{Q}} \psi_{\mathbf{Q}} e^{-Qz} e^{i\mathbf{Q} \cdot \mathbf{x}_A} \quad (3.6)$$

Hieran ist ersichtlich, dass die Fourierkoeffizienten mit steigender Höhe exponentiell abnehmen. Im universellen Fall ist der Abstand der Kolloide vom Pattern so groß, dass nur die Fourierkoeffizienten der primitiven $\mathbf{Q}$ -Vektoren eine Bedeutung haben. Die Poisson-Gleichung kann man auch mittels einer Greensfunktion lösen. Mittels des Potentials ist also das Patternfeld $\mathbf{H}_p$ bestimmt.

3.2 Potentielle Energie der Kolloide

Um die Kolloide zu transportieren, muss zusätzlich ein externes Feld $\mathbf{H}_{ext}$ verwendet werden, dieses superponiert sich mit dem Patternfeld

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_p + \mathbf{H}_{ext} \quad (3.7)$$

Das $\mathbf{H}$ -Feld induziert ein magnetisches Moment $\mathbf{m}$ in den Kolloiden

$$\mathbf{m} = \chi_{eff} V \mathbf{H} \quad (3.8)$$

Hierbei ist V das Volumen der Kolloide und χ_{eff} die effektive Suszeptibilität. Die potentielle Energie der Kolloide im $\mathbf{H}$ -Feld ist gegeben durch

$$U = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B} = -\mu_0 \mathbf{m} \cdot \mathbf{H} \stackrel{(3.8)}{=} -\mu_0 \chi_{eff} V |\mathbf{H}|^2 \quad (3.9)$$

Das Vorzeichen der Suszeptibilität unterscheidet sich für dia- und paramagnetische Kolloide, somit bewegen sich paramagnetische Kolloide zu Maxima von $|\mathbf{H}|^2$ und diamagnetische Kolloide zu Minima von $|\mathbf{H}|^2$. Die Magnitude des externen Feldes wird konstant gehalten. Betrachtet man nun den Fall, dass die Kolloide weit weg vom Pattern sind, kann man $|\mathbf{H}_p|^2$ in U vernachlässigen. Der $|\mathbf{H}_{ext}|^2$ Term liefert nur einen konstanten Offset. Somit gilt für das Potential

$$U(\mathbf{x}_A, \mathbf{H}_{ext}) \sim -\mathbf{H}_p(\mathbf{x}_A) \cdot \mathbf{H}_{ext} \quad (3.10)$$

Für den Fall, dass die Kolloide nicht mehr weit weg vom Pattern sind, ist der $\mathbf{H}_p^2$ Term in U nicht mehr vernachlässigbar. Für diesen Fall würde die $\mathbf{x}_A$ Abhängigkeit stärker ausgeprägt sein.

3.3 Product Space $\mathcal{C} \otimes \mathcal{A}$

Wie oben bereits erwähnt wurde, verwendet man für den Transport der Kolloide ein externes Feld mit konstanter Magnitude und ändert nur dessen Richtung. Das externe Feld wird also durch die Koordinaten (ϑ, ϕ) auf einer Kugeloberfläche beschrieben. Wie bereits in der Einleitung erklärt wurde, ist dies der sogenannte Control Space. Die Bewegung der Kolloide findet in $\mathcal{A}$ statt. Somit ist der Zustand des Systems vollständig durch die Control Space Koordinaten (ϑ, ϕ) und die Action Space Koordinaten (x, y) charakterisiert. Eigentlich hätte man noch die generalisierten Impulse $p_{\mathcal{C}}$ und $p_{\mathcal{A}}$ als Phasenraumkoordinaten, aber da der Transport adiabatisch stattfindet, sind diese zur Beschreibung nicht relevant. Die Impulse sind im Vergleich mit den anderen Phasenraumkoordinaten vernachlässigbar. Der vollständig relevante Phasenraum ist somit $\mathcal{C} \otimes \mathcal{A}$, dieser Raum ist 4-dimensional. Eine genauere Beschreibung der Topologie dieses Raums im Bezug auf den Transport der Kolloide ist in der Arbeit [3] zu finden.

3.4 Stationäre Punkte im Product Space

Für die stationären Punkte im Phasenraum gilt $\nabla_A U = 0$. All diese Punkte bilden die zweidimensionale Mannigfaltigkeit $\mathcal{M}$ im Product Space. Hiermit lässt sich eine Bedingung an das externe Feld stellen, für welche man stationäre Punkte hat.

$$\partial_{x_i} U = \mathbf{H}_{ext} \cdot \partial_{x_i} \mathbf{H}_p = 0 \implies \mathbf{H}_{ext}^{(s)} \perp \partial_{x_i} \mathbf{H}_p \quad \text{mit } i = 1, 2 \quad (3.11)$$

Damit Gl. (3.11) erfüllt sein kann, muss folgende Relation für das externe Feld gelten

$$\mathbf{H}_{ext}^{(s)} \sim \partial_{x_1} \mathbf{H}_p \times \partial_{x_2} \mathbf{H}_p \quad (3.12)$$

Um festzustellen, ob die stationären Punkte Extrema oder Sattelpunkte sind, betrachtet man die Determinante der Hessematrix des Potentials, diese ist diagonal, da die gemischten Ableitungen verschwinden.

$$\det(\mathbf{H}_{ext}^{(s)} \cdot \nabla_A \nabla_A U(\mathbf{x}_A)) = \begin{cases} > 0, & \text{Extrema (erlaubter Bereich)} \\ < 0, & \text{Sattelpunkte (verbotener Bereich)} \end{cases} \quad (3.13)$$

Dies gilt, da die Determinante das Produkt der Eigenwerte ist. Für Maxima sind beide Eigenwerte negativ und für Minima sind beide positiv. Somit ist die Determinante für Extrema positiv. Für Sattelpunkte haben die Eigenwerte unterschiedliche Vorzeichen und somit ist die Determinante für diese negativ. Die Klassifizierung der stationären Punkte ist für den Transport der Kolloide relevant, da die Bereiche mit Sattelpunkten den verbotenen Bereich und die Bereiche mit den Extrema den erlaubten Bereich für die Kolloide festlegen. Die Bereiche mit den Sattelpunkten sind verboten, da diese Zustände instabil sind. Die verschiedenen Arten der stationären Punkte bilden auf der Mannigfaltigkeit $\mathcal{M}$ Untermannigfaltigkeiten $\mathcal{M}_{\alpha\beta}$. Hierbei

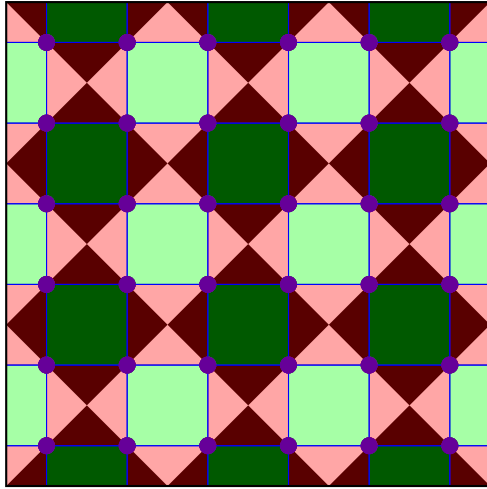
sind α und β Platzhalter für die Vorzeichen der Eigenwerte der Hessematrix. Für die Mannigfaltigkeit gilt

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_{--} \cup \mathcal{M}_{++} \cup \mathcal{M}_{-+} \cup \mathcal{M}_{+-} \quad (3.14)$$

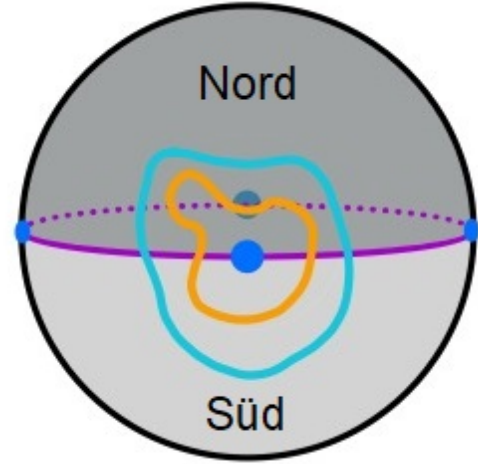
Die Grenzen der Untermannigfaltigkeiten von $\mathcal{M}$ nennt man Fences. Die Untermannigfaltigkeiten werden des Weiteren auch noch in zwei Teilbereiche (Nord und Süd) unterteilt. Falls $\vartheta \in [0, \pi/2]$ befindet man sich im Nordteil und falls $\vartheta \in [\pi/2, \pi]$ im Südteil. Die Grenze zwischen diesen beiden Bereichen nennt man Gates.

3.5 Fences und Gates im Action Space und Control Space

Die oben beschriebenen Untermannigfaltigkeiten von $\mathcal{M}$ können auf $\mathcal{A}$ abgebildet werden. Die Darstellung dieser Projektionen ist in Abbildung 3.1 a) dargestellt. Da die Abbildung vom Product Space in den Action Space nicht bijektiv ist, werden die Minima und Maxima beide auf die grünen Zonen und die beiden Sattelpunktbereiche auf die roten Zonen abgebildet.



a)



b)

Abbildung 3.1: a) Darstellung des Patterns im Action Space. Hierbei sind die grün markierten Bereiche die erlaubten Zonen und die rot markierten Bereiche die verbotenen Zonen. Die lilanen Punkte markieren die Gates und die blauen Linien markieren die Fences. b) Darstellung des Control Spaces. Die blauen Punkte sind die Fences und die lilanen Linien die Gates. Die orange und türkise Kurve sind beispielhafte Loops des externen Feldes.

Fences und Gates können sowohl auf $\mathcal{A}$, als auch auf $\mathcal{C}$ abgebildet werden (siehe Abbildung 3.1).

Die obige Darstellung bezieht sich auf den universellen Fall, bei dem der Abstand z der Kolloide von der Magnetstruktur groß ist gegenüber der Gitterkonstante a des Patterns. Im nicht-universellen Fall sind die Kolloide näher am Pattern, wodurch die obigen Näherungen für das Potential der Kolloide nicht mehr gelten und die Situation komplizierter wird. Die Fences sind dann keine Punkte mehr, sondern ausgedehnte Objekte, die eine diamantenförmige Struktur annehmen. Punkte die verschiedene Fence Teile verbinden nennt man Bifurkationspunkte. Aufgrund der Ausdehnung können Loops auch innerhalb der Fences liegen oder diese schneiden. Der Fence wird größer, je weiter man sich vom universellen Fall entfernt. In den folgenden Experimenten befindet man sich im nicht-universellen Fall, da die Gitterkonstante des Patterns mit $18\,\mu\text{m}$ deutlich größer ist als der Abstand der Kolloide von der Patternoberfläche, welcher sich aus dem Radius dieser und der Dicke der Polymerschicht zusammensetzt.

3.6 Transportmechanismen

Um die Kolloide auf dem Pattern zu transportieren, muss man das externe Magnetfeld in der Richtung variieren lassen. Hierbei werden geschlossene Kurven auf $\mathcal{C}$ abgefahren. Diese Kurven werden als Loops $\mathcal{L}_C$ bezeichnet. Eine Darstellung von $\mathcal{L}_C$ ist in Form der zwei Kurven um den Fence in Abbildung 3.1 b) zu sehen.

Bei der Modulation des externen Feldes verschiebt sich die Lage des Potentialextremums. Da das Kolloid diesem Extremum folgt, ändert sich seine Position auf dem Pattern entsprechend. Handelt es sich bei $\mathcal{L}_C$ um eine geschlossene, topologisch triviale Loop, kehrt das Kolloid nach einem Zyklus an seine Ausgangsposition in $\mathcal{A}$ zurück. Umschließt hingegen $\mathcal{L}_C$ einen Fence, ist der Transport topologisch nicht trivial. Das heißt, nach einmaligem Durchlaufen der Loop, befindet sich das Kolloid in einer benachbarten Elementarzelle, also um einen Gittervektor verschoben. Die hier beschriebene Art der Bewegung, in denen die Kolloide der veränderlichen Position des Extremums folgen, nennt man adiabatischen Transport. Der adiabatische Transport ist zeitreversibel. Somit kann durch das Ändern der Umlaufrichtung das Kolloid wieder in die Ausgangsposition gebracht werden.

Es gibt noch eine weitere Art der Bewegung der Kolloide, die als Ratchet Jump bezeichnet wird. Hierbei wird das externe Feld so moduliert, dass sich das Extremum in den verbotenen Bereich bewegt und sich gleichzeitig ein Sattelpunkt aus dem verbotenen Bereich entgegen bewegt. Wenn sich das Extremum und der der Sattelpunkt am Fence treffen, löschen diese sich gegenseitig aus und die Multiplizität der Extrema und Sattelpunkte reduziert sich um eins. Danach folgt das Kolloid dem Pfad des größten Gradienten des Feldes, um wieder zu einem Extremum zu gelangen. Ratchet Jumps sind nicht zeitreversibel. Diese Art der Bewegung tritt auf, sobald $\mathcal{L}_C$ einen Fence schneidet. Im nicht-universellen Fall existieren zwei Extrema des effektiven Potentials innerhalb der Fence, außerhalb hingegen nur eines. Diese Extrema unterscheiden sich und werden im Folgenden als E_1 und E_2 bezeichnet. Je nach Art der Kolloide handelt es sich bei dem Extremum um Maxima oder Minima.

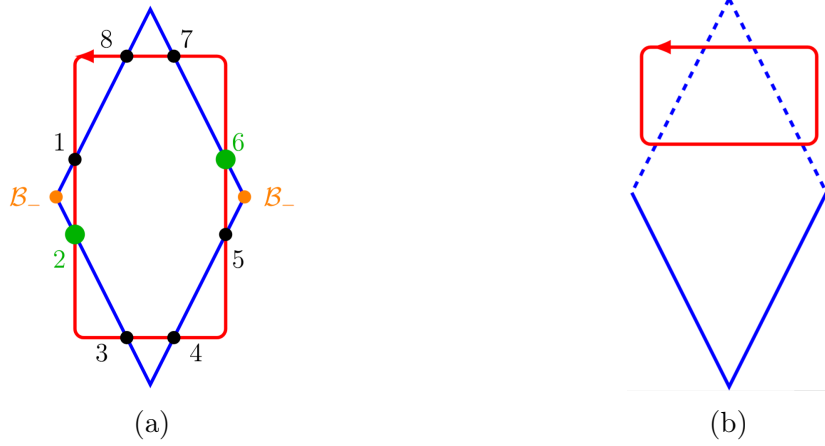


Abbildung 3.2: a) Die rote Loop schneidet den diamantenförmigen Fence in acht Punkten, wobei die grünen Punkte jene Schnittstellen markieren, an denen es zu einem Ratchet Jump kommt. Die orange markierten Punkte sind die $\mathcal{B}_-$ Bifurkationspunkte. Die Umlaufrichtung von $\mathcal{L}_C$ wird durch den Pfeil angegeben. b) Die obere Hälfte der Fence ist gestrichelt dargestellt. Die Modulationsloop, die ausschließlich diesen Bereich umläuft, schneidet den Fence in insgesamt vier Stellen. Bei dem gestrichelten Bereich handelt es sich um eine Projektion der Pseudo-Fence von der stationären Mannigfaltigkeit.

Die im Folgenden referenzierten nummerierten Punkte sind der Abbildung 3.2 a) zu entnehmen. Da das Kolloid der zeitlich veränderlichen Position des Extremums folgt, befindet es sich zu Beginn ausschließlich in E_1 . Beim Eintritt in den Fence an Punkt (1) bleibt E_1 zunächst erhalten, während gleichzeitig ein weiteres Extremum E_2 entsteht. Verlässt das Kolloid den Fence an Punkt (2), so verschwindet E_1 , da es sich in den verbotenen Bereich bewegt und dort durch einen entgegenkommenden Sattelpunkt vernichtet wird. Das Kolloid folgt anschließend dem Pfad des größten Gradienten und springt in das verbleibende Extremum E_2 . Dieser Übergang von E_1 nach E_2 wird als Ratchet Jump bezeichnet. Da sich das Kolloid hier nicht auf einer durch das externe Feld vorgegebenen Bahn, sondern auf einer intrinsischen Bahn des Potentials bewegt, findet der Sprung auf einer wesentlich kürzeren Zeitskala statt. Tritt man an Punkt (3) in den Fence ein, so bleibt E_2 erhalten, und es entsteht zusätzlich E_1 . Verlässt man den Fence an Punkt (4) wieder, verschwindet E_1 , während E_2 bestehen bleibt. Da E_2 nicht durch einen entgegenkommenden Sattelpunkt vernichtet wird, bleibt das Kolloid dort gebunden. Ein Ratchet Jump tritt in diesem Fall nicht auf. Für die restlichen Schnittpunkte ist die Erklärung analog. Schneidet $\mathcal{L}_C$ den Fence wie in Abbildung 3.2 b), dann kommt es zu keinen Ratchet Jumps, da die Loop auf der stationären Mannigfaltigkeit ausschließlich durch den Pseudo-Fence läuft. Hierbei bleibt das Extremum, in dem sich das Kolloid befindet, während des gesamten Durchlaufs von $\mathcal{L}_C$ erhalten. Der Fence ist durch die $\mathcal{B}_-$ Bifurkationspunkte in einen oberen und einen unteren Bereich aufgeteilt. Hierbei ist der Teil, durch den die Loop zuerst tritt, dann der oben genannte Pseudo-Fence [4, S. 5050, 5058].

4 Experiment

4.1 Versuchsdurchführung

Der grundsätzliche Ablauf aller Messungen ist identisch. Unterschiede ergeben sich lediglich durch die verwendete Suspension und den Modulationsloops. Zu Beginn des Versuchs wird der Trennverstärker eingeschaltet, damit dieser etwa 20 Minuten warmläuft. Parallel dazu wird die für den Versuch spezifische kolloidale Lösung angemischt (siehe Abschnitt 4.2) und das Pattern auf der z -Spule platziert. Um eine homogene Verteilung der Kolloide in der Flüssigkeit sicherzustellen, wird diese unmittelbar vor der Verwendung mit einem Kleinschüttler durchmischt. Anschließend werden $35\text{ }\mu\text{l}$ der Suspension mithilfe einer Mikropipette auf das Pattern aufgebracht und das Objektiv in die Flüssigkeit eingetaucht. Nach dem Einschalten und Fokussieren des Mikroskops wird der für das Experiment relevante Bereich des Patterns in das Sichtfeld der Kamera bewegt. Dabei dient der in Abbildung 2.3 gezeigte Ausschnitt aus dem Patternviewer als Orientierungshilfe. Nach dem Start aller Geräte und Programme wird die exakte Ausrichtung des Patterns mittels einer Testloop überprüft (siehe Abschnitt 4.3). Im Anschluss an die Kontrolle und Nachjustierung wird die eigentliche Loop für die Messung gestartet. Die Kamera des Mikroskops zeichnet anschließend den gesamten Verlauf des Experiments auf. Die Loops für das externe Feld werden durch das Octave Programm in 800 Punkte unterteilt. Diese Punkte werden mit einer sogenannten Abtastfrequenz f_A abgefahren. Anhand hiervon lässt sich die Modulationsfrequenz f_M der Loop berechnen

$$f_M = \frac{f_A}{800} \quad (4.1)$$

Die Modulationsfrequenz gibt an, wie oft die jeweilige Loop pro Sekunde abgefahren wird. Die Abtastfrequenz der Loops in den Messungen beträgt 60 Hz, außer es wird explizit eine andere Frequenz erwähnt.

4.2 Anmischen der Suspensionen

Grundlage aller Proben bilden zwei konzentrierte Ausgangslösungen: S_0 , bestehend aus Dynabeads M-270 Carboxylic Acid, sowie M_0 , hergestellt mit Dynabeads M-450 Epoxy, jeweils suspendiert in $1000\text{ }\mu\text{l}$ Reinstwasser. Um die für die Experimente benötigten Konzentrationen zu erreichen, werden beide Lösungen in unterschiedlichen Verhältnissen weiter verdünnt. Die resultierenden Suspensionen sind in Tabelle 4.1 aufgelistet.

	S_0 [μl]	M_0 [μl]	Reinstwasser [μl]
S_1	10	–	500
S_2	12	–	500
S_3	15	–	500
S_4	30	–	500
M_1	–	12	500
M_2	–	15	500
M_3	–	30	500
X_0	12	12	500
X_1	15	30	500
X_2	12	25	500
X_3	20	20	500

Tabelle 4.1: Übersicht aller hergestellten Suspensionen. S_0 und M_0 sind die Ausgangslösungen aus denen die Lösungen S_i , M_i , X_i mit geringerer Konzentration hergestellt werden (mit $i = 0, 1, 2, 3, 4$). Einige Suspensionen fanden keine Verwendung und werden daher im Folgenden nicht weiter erwähnt.

4.3 Ausrichtung des Patterns überprüfen

Vor Beginn der eigentlichen Messung muss das Pattern relativ zu den Spulen korrekt ausgerichtet sein. Zur Überprüfung wird ein externes Feld in eine der beiden Raumrichtungen in der Ebene des Magnetfilms vorgegeben. Unter dem Einfluss dieses Feldes bilden die Kolloide Bipedes, die sich parallel zur Feldrichtung ausrichten. Deren Orientierung wird anschließend relativ zum Pattern betrachtet. Zeigt sich dabei eine Abweichung, wird die Ausrichtung des Patterns so angepasst, dass die Richtung von $\mathbf{H}_{ext}$ und die des Patterns kollinear sind. Um das externe Feld in eine Raumrichtung vorzugeben, wird in Octave eine Loop um den Fence bei $(\vartheta = \pi/2, \phi = 0)$ gelegt, deren Breite weniger als ein Grad beträgt. Dadurch ist die Ausrichtung von $\mathbf{H}_{ext}$ näherungsweise konstant in Richtung der Fence. $\mathcal{L}_C$ ist durch die fünf aufeinanderfolgenden Punkte definiert:

$$\begin{aligned}
&(\vartheta_1, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_1, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_1, \phi_2) \\
&\text{mit } \vartheta_1 = (90 - 2.85 \times 10^{-5})^\circ, \quad \vartheta_2 = (90 + 2.85 \times 10^{-5})^\circ \\
&\quad \phi_1 = (2.85 \times 10^{-5})^\circ, \quad \phi_2 = (-2.85 \times 10^{-5})^\circ
\end{aligned}$$

Durch diese Loop wird ein externes Feld in x -Richtung vorgegeben. Wie oben bereits erwähnt, werden zur Orientierung des Patterns Bipedes benötigt. Um beim Anlegen des externen Feldes ausreichend lange Bipedes zu sehen, ist eine Suspension mit ausreichend hoher Konzentration zu verwenden.

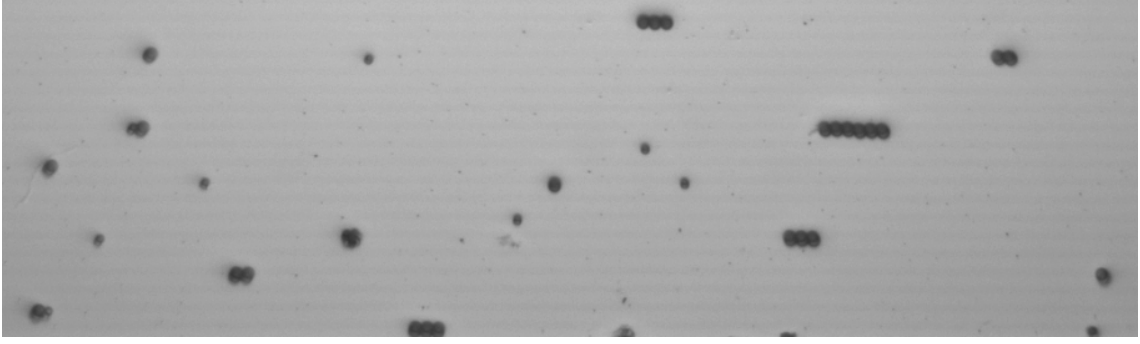


Abbildung 4.1: Repräsentativer Ausschnitt des Patterns beim Ausrichtprozess (Bereich mit Linien am Rand des Gesamtpatterns). Die Bipeds sind parallel zum externen Feld ausgerichtet und auch parallel zur Richtung des Patterns. Aussagekräftig sind nur Bipeds die aus einer Sorte Kolloide bestehen. Das längste sichtbare Biped umfasst 6 Kolloide. Diese Bipedlänge reicht aus um die Positionierung des Patterns zu überprüfen. Längere Bipeds würden sich noch besser dazu eignen.

4.4 Experimentelle Ergebnisse

Die nachfolgenden Abschnitte dienen zur Auflistung der durchgeführten Messungen. Dabei wird jeweils das beobachtete Verhalten der kolloidalen Partikel auf dem Pattern beschrieben. Der grundlegende Versuchsablauf entspricht dem in Abschnitt 4.1 geschilderten Vorgehen und ist für alle Messungen identisch. Die im Folgenden erwähnten Formen der Loops wie quadratisch oder rautenförmig beziehen sich auf die Form der Loops im (ϑ, ϕ) -Raum.

4.4.1 Transport der Kolloide

Um den Transport der Kolloide experimentell zu untersuchen, wird zunächst eine quadratische Modulationsloop um den bei $(\vartheta = \pi/2, \phi = 0)$ auf $\mathcal{C}$ zentrierten Fence gelegt. Die Ausdehnung von $\mathcal{L}_C$ wird dabei schrittweise variiert, bis Transport beobachtet wird (vgl. Abbildung 4.2).

Die quadratischen Loops dienen lediglich zur groben Abschätzung der Größe der Fence. Sie werden hier dennoch erwähnt, da sie im Abschnitt 4.4.2 erneut eine Rolle spielen.

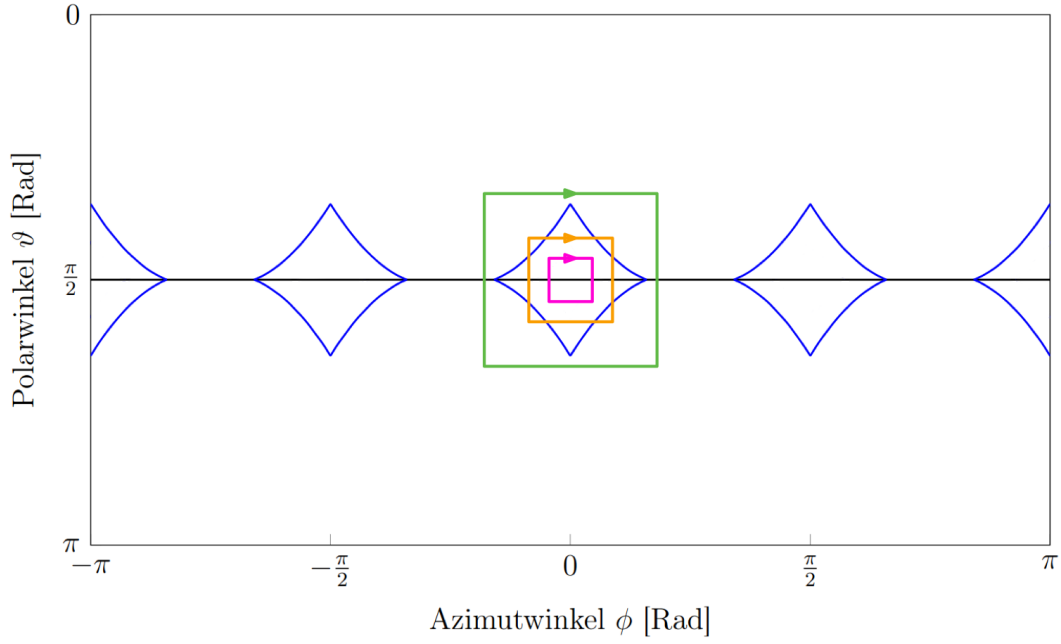


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung der Variation der Loop-Größe. Die blauen Diamanten kennzeichnen die Fences, während die pinke, orange und grüne Linie verschiedene quadratische Loops darstellen. Ab einer Größe entsprechend der grünen Loop ist adiabatischer Transport zu erwarten.

Anschließend werden die Loops um 45° gedreht und ihre Größe erneut angepasst. Die Abfolge der Modulationspunkte ist für beide Kolloidgrößen identisch:

$$(\vartheta_1, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_1, \phi_1) \quad (4.2)$$

Für die Kolloide mit einem Durchmesser von $2,8 \mu\text{m}$ wird S_3 verwendet (vgl. Tabelle 4.1). Tabelle 4.2 zeigt exemplarisch zwei rautenförmige Modulationsloops, bei denen Transport beobachtet wird.

	ϑ_1	ϑ_2	ϑ_3	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3
Loop 1	138°	42°	90°	0°	-48°	48°
Loop 2	160°	20°	90°	0°	-70°	70°

Tabelle 4.2: Winkelparameter für die beiden Loops. Loop 1 entspricht ungefähr der kleinstmöglichen Modulationsloop die zu Transport der kleinen Kolloide führt.

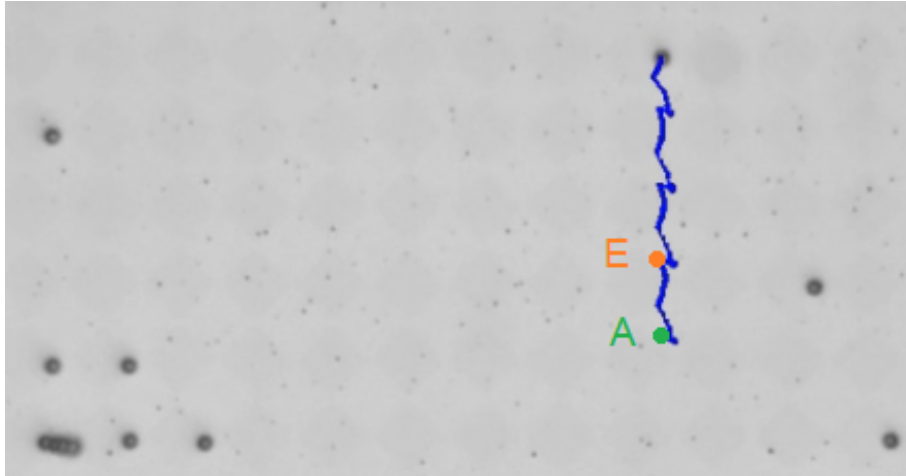


Abbildung 4.3: Ausschnitt des Patterns mit $2,8\,\mu\text{m}$ Kolloiden. Die blaue Trajektorie ist die Bewegung eines Kolloids beim mehrfachen Ablauf von Loop 1 (siehe Tabelle 4.2). Der grüne Punkt A markiert den Anfang und der orange Punkt E markiert das Ende der Loop.

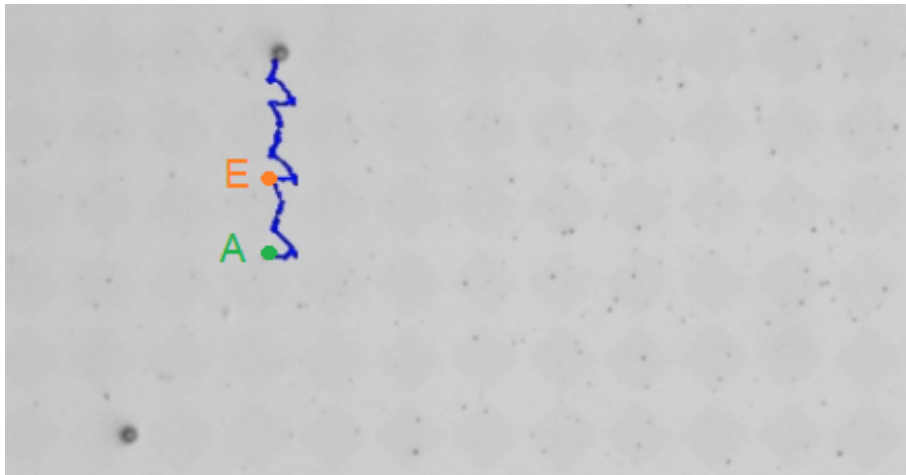


Abbildung 4.4: Ausschnitt des Patterns mit $2,8\,\mu\text{m}$ Kolloiden. Die blaue Trajektorie ist die Bewegung eines Kolloids beim mehrfachen Ablauf von Loop 2 (siehe Tabelle 4.2). Der grüne Punkt A markiert den Anfang und der orange Punkt E markiert das Ende der Loop.

Analog wird der Transport der $4,5\,\mu\text{m}$ großen Kolloide mit der Suspension M_2 untersucht (vgl. Tabelle 4.1). Auch hier werden exemplarisch zwei rautenförmige Modulationssloops angegeben (siehe Tabelle 4.3).

	ϑ_1	ϑ_2	ϑ_3	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3
Loop 3	133°	47°	90°	0°	-43°	43°
Loop 4	150°	30°	90°	0°	-60°	60°

Tabelle 4.3: Winkelparameter für die beiden Loops. Loop 3 entspricht ungefähr der kleinstmöglichen Modulationsloop die zu Transport der großen Kolloide führt.

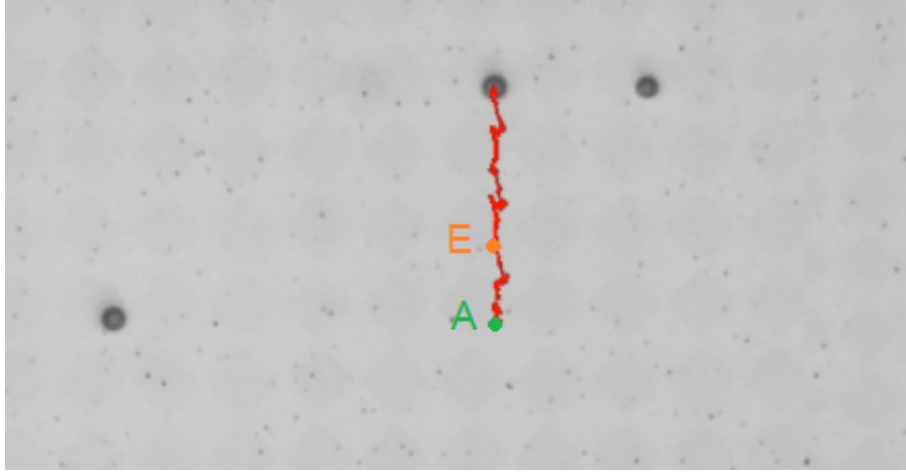


Abbildung 4.5: Ausschnitt des Patterns mit $4,5\,\mu\text{m}$ Kolloiden. Die rote Trajektorie ist die Bewegung eines Kolloids beim mehrfachen Ablauf von Loop 3 (siehe Tabelle 4.3). Der grüne Punkt A markiert den Anfang und der orange Punkt E markiert das Ende der Loop.

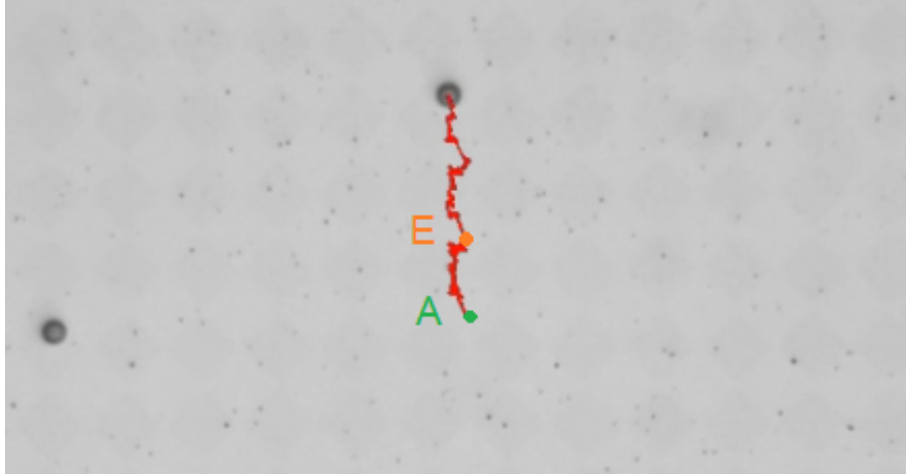


Abbildung 4.6: Ausschnitt des Patterns mit $4,5\,\mu\text{m}$ Kolloiden. Die rote Trajektorie ist die Bewegung eines Kolloids beim mehrfachen Ablauf von Loop 4 (siehe Tabelle 4.3). Der grüne Punkt A markiert den Anfang und der orange Punkt E markiert das Ende der Loop.

4.4.2 Unabhängiger Transport

In Abschnitt 4.4.1 wird gezeigt, dass sich beide Kolloide im nicht-universellen Fall transportieren lassen. Aufbauend darauf wird nun untersucht, ob ein voneinander unabhängiger Transport möglich ist. Für die Messung wird eine Suspension verwendet, die sowohl $2,8\,\mu\text{m}$ - als auch $4,5\,\mu\text{m}$ -Kolloide enthält. Das externe Feld wird so variiert, dass ausschließlich die Kolloide mit einem Durchmesser von $2,8\,\mu\text{m}$ transportiert werden.

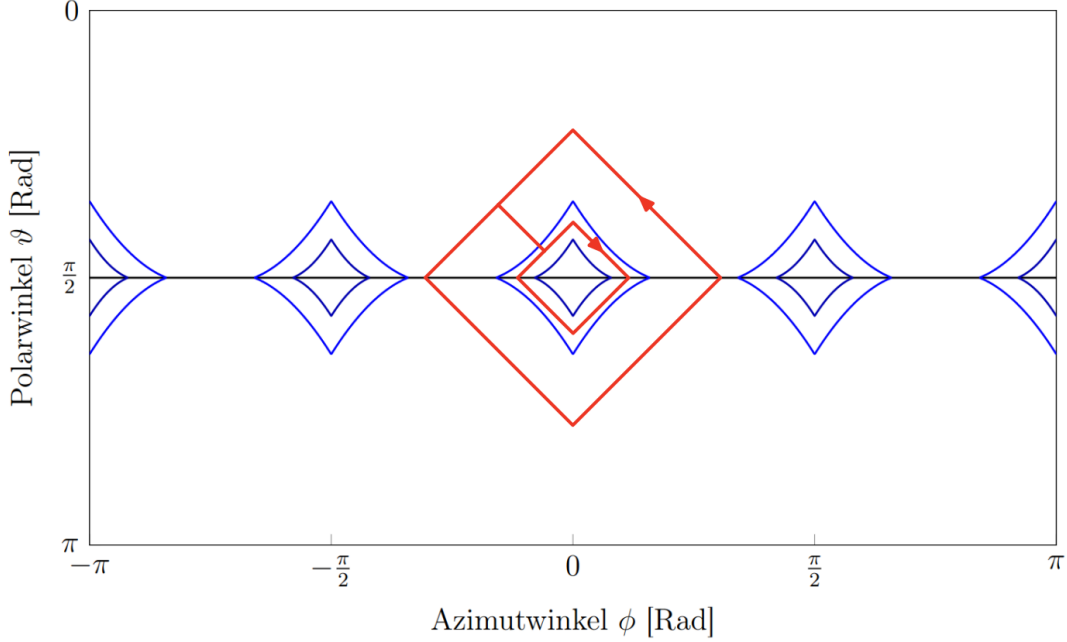


Abbildung 4.7: Schematische Darstellung von Loop 5 in rot. Die blauen Diamanten sind die Fences der kleinen Kolloide und die dunkelblauen die der großen. Die Umlaufrichtung ist durch die beiden Pfeile angegeben.

$\mathcal{L}_C$ setzt sich aus einer großen und einer kleinen fundamentalen Loop zusammen, die miteinander verbunden sind. Wie in Abbildung 4.7 zu sehen ist, ist $\mathcal{L}_C$ um die bei $(\vartheta = \pi/2, \phi = 0)$ zentrierte Fence gelegt. Innerer und äußerer Teil verlaufen in entgegengesetzter Umlaufrichtung und umfassen beide den Fence der großen Kolloide, sodass sich deren Beiträge zum topologischen Transport aufheben. Nur die äußere fundamentale Loop schließt dagegen den Fence der kleinen Kolloide vollständig ein und erzeugt den gewünschten y -Transport.

Für diese Messung wird die kolloidale Lösung X_3 auf das Pattern aufgebracht (vgl. Tabelle 4.1). Loop 5 ist durch die folgenden Punkte definiert:

$$\begin{aligned}
 (\vartheta_1, \phi_1) &\rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_1, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_4) \\
 &\rightarrow (\vartheta_3, \phi_5) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_6) \rightarrow (\vartheta_6, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_4)
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Die zugehörigen Winkelparameter für Loop 5 sind in Tabelle 4.4 (S.23) aufgelistet.

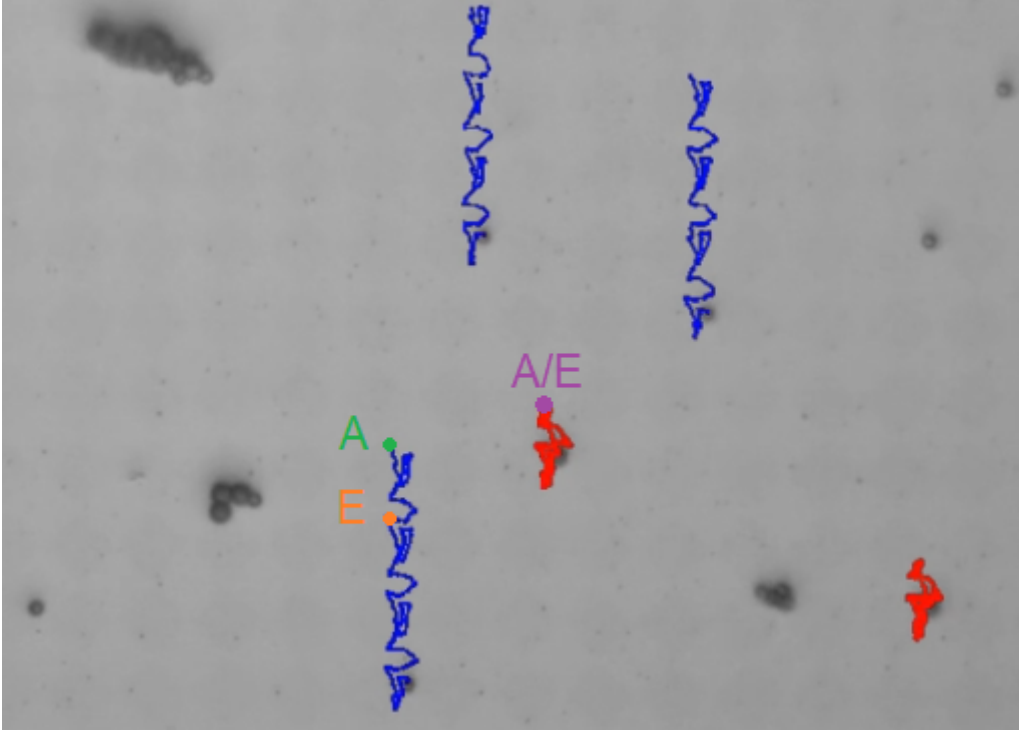


Abbildung 4.8: Ausschnitt des Patterns mit $4,5\,\mu\text{m}$ und $2,8\,\mu\text{m}$ Kolloiden. Die blauen Pfade sind die getrackten Trajektorien der kleinen Kolloide und die roten die der großen Kolloide, bei mehrfachen Ablauf von Loop 5. Grüner und oranger Punkt markieren jeweils Anfangs- und Endpunkt für die kleinen Kolloide und der lilane Punkt den Anfangs- und Endpunkt der großen Kolloide. Loop 5 besteht aus zwei fundamentalen Loops mit unterschiedlicher Umlaufrichtung, dies sorgt dafür das Anfangs- und Endpunkt für die großen Kolloide zusammenfallen, da die erste fundamentale Loop in negative y -Richtung transportiert und die zweite dies rückgängig macht. Für die kleinen Kolloide unterscheiden sich Anfangs- und Endpunkt, da nur die größere fundamentale Loop zu Transport führt.

Die innere und die äußere fundamentale Loop können auf verschiedene Weisen miteinander verbunden werden. Wie sich zeigt, führen nicht alle dieser Verbindungen zu einem Transport. Die im Experiment getesteten Konfigurationen sind in Abbildung 4.10 a) dargestellt. Die genauen Winkel und die Abläufe der Loops sind im Anhang A zu finden.

Um dieses Verhalten genauer zu untersuchen, werden zusätzlich einige quadratische Doppelloops betrachtet (Siehe Abbildung 4.10 b) und 4.9) . Für diese Messungen wird die Suspension X_1 verwendet. Die erste dieser Loops (Loop 6) wird durch folgende Punkte definiert, die anderen sind dem Anhang A zu entnehmen:

$$\begin{aligned}
 (\vartheta_1, \phi_1) &\rightarrow (\vartheta_2, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_1, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_1, \phi_3) \\
 &\rightarrow (\vartheta_4, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_1, \phi_3)
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

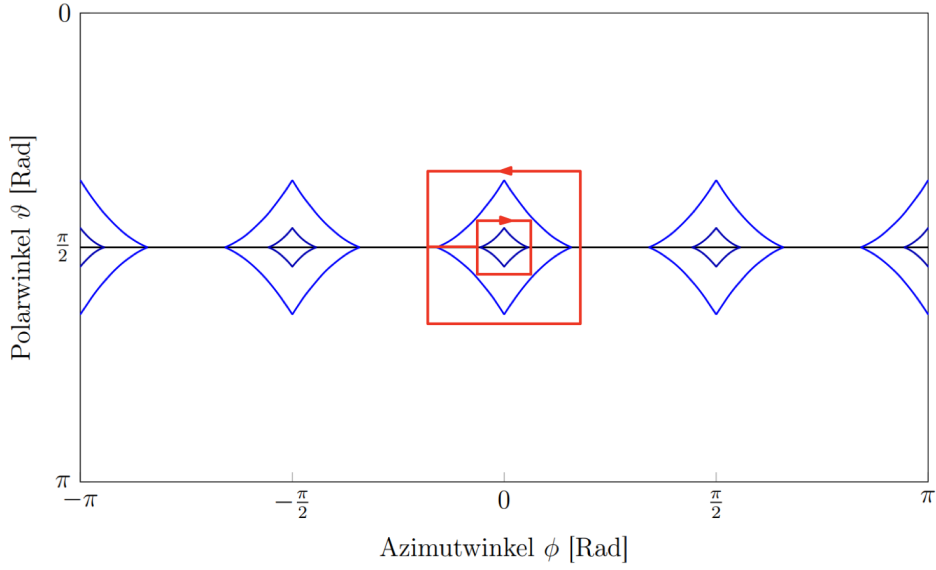
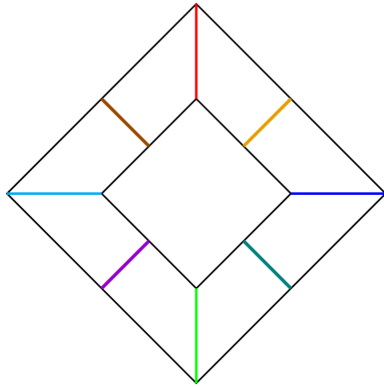
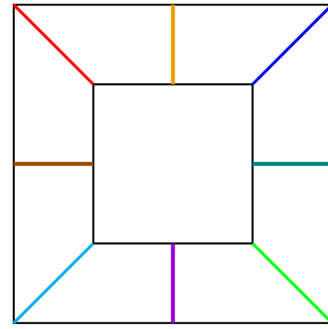


Abbildung 4.9: Schematische Darstellung von Loop 6 in rot. Die blauen Diamanten sind die Fences der kleinen Kolloide und die dunkelblauen die der großen. Die Umlaufrichtung ist durch die beiden Pfeile angegeben.



a) Loop 5.x



b) Loop 6.x

Abbildung 4.10: Loop 5 und Loop 6 setzen sich aus einer inneren und einer äußeren fundamentalen Loop zusammen, die auf unterschiedliche Weise miteinander verbunden werden können. Die entsprechenden Verbindungen sind farbig markiert. a) Folgende Verbindungen führen zu den in Abbildung 4.8 zu sehenden Transport: rot, blau, grün, türkis, braun. Die anderen Verbindungen hingegen nicht. b) Folgende Verbindungen führen zu den in Abbildung 4.11 zu sehenden Transport: rot, orange, blau, grün, hellgrün, braun. Die anderen Verbindungen hingegen nicht.

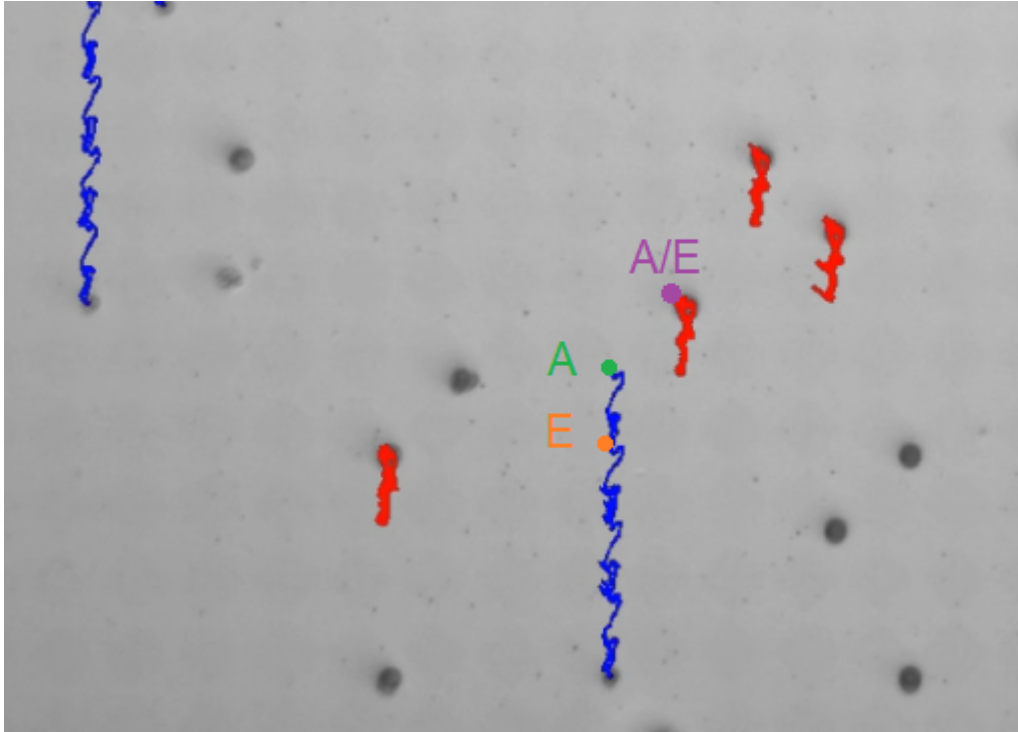


Abbildung 4.11: Ausschnitt des Patterns mit $4,5\,\mu\text{m}$ und $2,8\,\mu\text{m}$ Kolloiden. Die blauen Pfade sind die getrackten Trajektorien der kleinen Kolloide und die roten die der großen Kolloide, bei mehrfachen Ablauf von Loop 6. Grüner und oranger Punkt markieren jeweils Anfangs- und Endpunkt für die kleinen Kolloide und der lilane Punkt den Anfangs- und Endpunkt der großen Kolloide. Loop 5 besteht aus zwei fundamentalen Loops mit unterschiedlicher Umlaufrichtung, dies sorgt dafür das Anfangs- und Endpunkt für die großen Kolloide zusammenfallen, da die erste fundamentale Loop in negative y -Richtung transportiert und die zweite dies rückgängig macht. Für die kleinen Kolloide unterscheiden sich Anfangs- und Endpunkt, da nur die größere fundamentale Loop zu Transport führt.

Die Winkelparameter für Loop 6 sind ebenfalls in Tabelle 4.4 angegeben.

	ϑ_1	ϑ_2	ϑ_3	ϑ_4	ϑ_5	ϑ_6	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5	ϕ_6
Loop 5	70°	50°	90°	130°	170°	10°	-20°	0°	40°	-40°	-80°	80°
Loop 6	90°	65°	115°	125°	55°	–	-25°	25°	-35°	35°	–	–

Tabelle 4.4: Winkelparameter für Loop 5 vgl. Gl.(4.3) und Loop 6 vgl. Gl.(4.4)

Auch hier zeigt sich, dass nicht jede Verbindung der äußeren und inneren fundamentalen Loop zu dem gewünschten Transport führt (siehe Abbildung 4.10 b)). Eine Übersicht darüber, welche Verbindungsstellen Transport ermöglichen und welche nicht, findet sich in der Bildunterschrift von Abbildung 4.10.

4.4.3 Ausnutzen des unabhängigen Transports

Wie in Abschnitt 4.4.2 gezeigt, lassen sich die beiden Kolloidgrößen unabhängig voneinander transportieren. Damit wurde das zentrale Ziel dieser Arbeit bereits erreicht. Im Folgenden wird diese Eigenschaft jedoch weiter ausgenutzt. Die größeren Kolloide werden so gesteuert, dass sie den Buchstaben „L“ (für large) ablaufen, während die kleineren Kolloide gleichzeitig den Buchstaben „S“ (für small) schreiben (vgl. Abbildung 4.13).

Zur Realisierung ist eine deutlich größere Anzahl an Modulationspunkten erforderlich, die in einer festgelegten Reihenfolge durchlaufen werden. Außerdem genügt es nicht, nur einen einzelnen Fence zu umlaufen. Stattdessen muss $\mathcal{L}_C$ so konstruiert sein, dass sie mindestens zwei der insgesamt vier Fences einschließt, um die verschiedenen Bewegungsrichtungen zu realisieren. Konkret ist die Modulationsloop so festgelegt, dass sie sowohl um den bei $(\vartheta = \pi/2, \phi = 0)$ auf $\mathcal{C}$ zentrierten Fence als auch um den bei $(\vartheta = \pi/2, \phi = \pi/2)$ zentrierten Fence läuft. Die hierfür verwendete Loop ist schematisch in Abbildung 4.12 dargestellt.

Die vollständige Abfolge der Punkte mit den zugehörigen ϑ - und ϕ -Winkeln ist in Anhang B aufgelistet. Da die Loop sehr viele Punkte umfasst, wird sie mit einer Abtastfrequenz von 2 Hz durchlaufen. Bei höheren Frequenzen bleibt der Transport aus, da die Kolloide dem wandernden Potentialmaximum nicht mehr folgen können. Für diese Messung wird X_3 verwendet (siehe Tabelle 4.1).

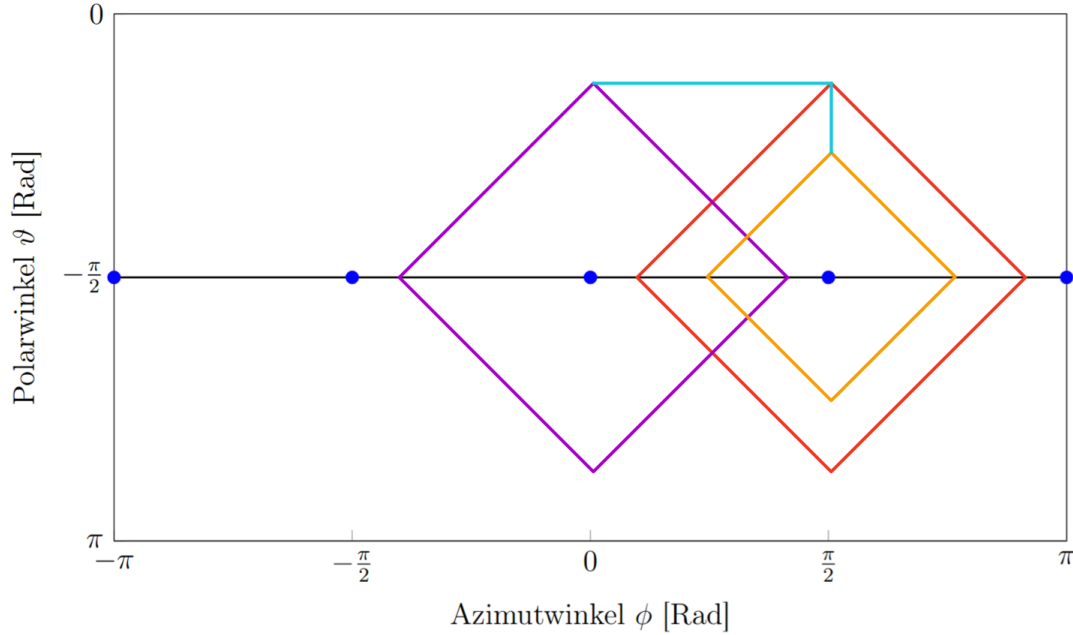


Abbildung 4.12: Die blauen Punkte sind eine vereinfachte Darstellung der Fences. Die farbigen Linien sind eine schematische Darstellung der Modulationsloop $\mathcal{L}_C$. Die orange, lilane und rote Linie sind die fundamentalen Loops und die türkisen Linien sind die Verbindungen zwischen diesen.

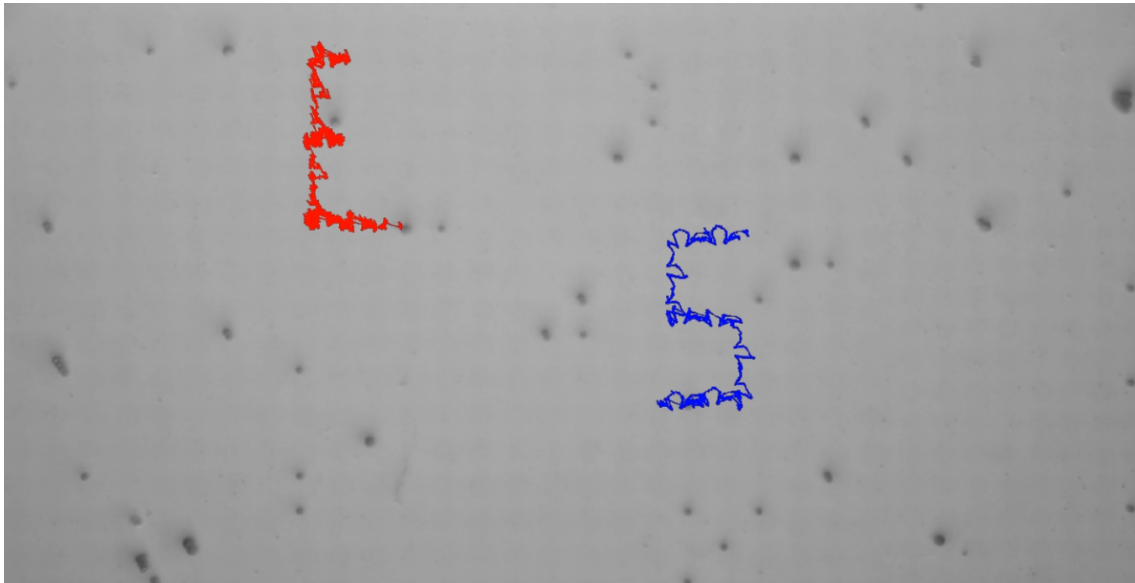


Abbildung 4.13: Ausschnitt des Patterns mit $4,5\,\mu\text{m}$ und $2,8\,\mu\text{m}$ Kolloiden. Das blaue „S“ entspricht der getrackten Trajektorie der kleinen Kolloide und das rote „L“ entspricht der getrackten Trajektorie der großen Kolloide.

5 Beobachtungen und Analyse

In den durchgeführten Messungen zeigt sich, dass ein Transport von Kolloiden im nicht-universellen Fall grundsätzlich möglich ist. Darüber hinaus lassen sich die in diesem Regime auftretenden ausgedehnten Fences gezielt nutzen, um die Partikel unabhängig voneinander zu bewegen. Der beobachtete Transportverlauf wich jedoch von den ursprünglich Erwarteten ab. Im Folgenden werden die dabei aufgetretenen Effekte der einzelnen Messungen detailliert analysiert.

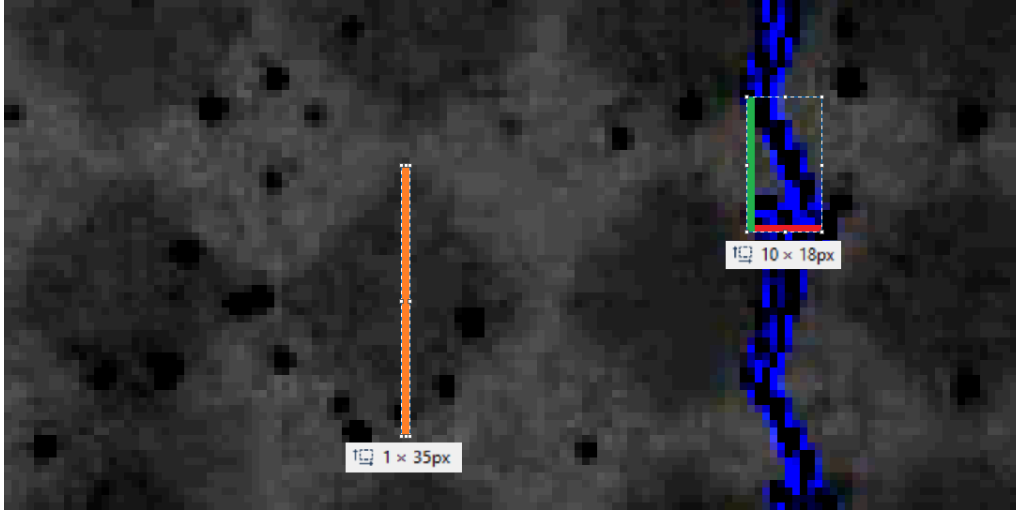
5.1 Analyse der Messungen aus Abschnitt 4.4.1

Im Abschnitt 4.4.1 hatte man die Bewegung der Kolloide einzeln unter dem Einfluss der Loop 1 und Loop 2 untersucht. Eine der ersten detaillierten Beobachtungen ist das Auftreten eines Sprungs. Dieser tritt immer dann auf, wenn sich ein Kolloid im Zentrum eines weißen Feldes befindet und anschließend in Richtung eines schwarzen Feldes bewegt. Pro Durchlauf der Loop ist also stets ein Sprung erkennbar. Unklar bleibt jedoch, ob es sich dabei um einen Ratchet Jump handelt oder um adiabatischen Transport mit variierender Geschwindigkeit. Gegen einen Ratchet Jump spricht, dass nur ein Sprung sichtbar ist, während man bei symmetrischen Loops um den Fence zwei Sprünge pro Durchlauf erwarten würde (vgl. Abbildung 3.2 a)). Es gibt jedoch auch Befunde, die für einen Ratchet Jump sprechen. Wird die Größe der Loop variiert, zeigt sich, dass die Sprungdistanz bei größeren Loops kürzer ausfällt als bei kleineren. Dies entspricht genau der theoretischen Erwartung, da größere Loops den Fence näher am $\mathcal{B}_-$ Bifurkationspunkt schneiden und somit kürzere Sprünge erzeugen.

Um dies quantitativ auszudrücken, wurden beispielhaft die Sprungweiten bei der Kolloidbewegung der Loops aus Tabelle 4.2 in einem Bildbearbeitungsprogramm ausgemessen. Eine Darstellung der Messung ist in Abbildung 5.1 zu finden.

Die Sprungweite wurde durch eine Gerade angenähert und ihre Länge Δs mithilfe des Satzes des Pythagoras bestimmt. Zur Abschätzung der Messunsicherheit wurde das Fehlerfortpflanzungsgesetz angewandt (vgl. (5.1)), wobei der Fehler der Einzelmessung mit ± 2 Pixeln abgeschätzt wurde.

$$\Delta s = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \quad \text{und} \quad s_{\Delta s} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\Delta s} s_{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta s} s_{\Delta y}\right)^2} \quad (5.1)$$



Abbildungung 5.1: Ausschnitt des getrackten Pfades der Kolloide für Loop 1 aus Abschnitt 4.4.1. Die Grün markierte Linie ist die Sprungweite in y -Richtung Δy , die rot markierte ist die Sprungweite in x -Richtung Δx . Die orangefarbene Linie ist die Gitterkonstante die als Maßstab gemessen wurde.

Wie bereits in vorigen Abschnitten erwähnt wurde, ist die Länge der quadratischen Zonen des Patterns $a = 18 \mu\text{m}$. Die Länge wurde ebenfalls in Pixeln ausgemessen und anhand dieser beiden Werte lassen sich die Sprungweiten von Pixeln in Mikrometer umrechnen. Die Ergebnisse der Messung sind in Tabelle 5.1 aufgelistet.

	Δx in μm	Δy in μm	Δs in μm	$s_{\Delta s}$ in μm
Loop 1	5,1	9,8	11,0	1,0
Loop 2	5,1	6,7	8,4	1,0

Tabelle 5.1: Berechnete Parameter für die beiden Loops

Zudem wird überprüft, ob sich die Sprunggeschwindigkeit bei unterschiedlichen Modulationsfrequenzen ändert. Im Abtastfrequenzbereich von 2 bis 130 Hz werden die Sprünge einer Loop anhand von Videoaufnahmen ausgewertet. Dabei zeigt sich, dass die Anzahl der Frames bei jedem Sprung für alle Frequenzen nahezu gleich bleibt. Da die Bildrate der CCD-Kamera unabhängig von der eingestellten Modulationsfrequenz konstant ist, gilt diese Methode als zuverlässig. Für jeden Sprung wurden in etwa 8 Bilder gezählt. Da die Kamera mit 20 Bildern pro Sekunde aufnimmt, dauert jeder Sprung in etwa 0,4 s. Dieses Ergebnis deutet ebenfalls darauf hin, dass es sich um einen Ratchet Jump handelt, da dessen Geschwindigkeit unabhängig ist von der jeweiligen Modulationsfrequenz.

In Abbildung 3.1 a) ist das Pattern in $\mathcal{A}$ mit den erlaubten und nicht erlaubten Regionen dargestellt. Theoretisch wäre zu erwarten, dass die Kolloide die Gates durchqueren und stets in die grün markierten Bereiche laufen. Experimentell zeigt sich jedoch, dass die Kolloide zwar in die Mitte der weißen Felder wandern, nicht jedoch in die Mitte der schwarzen (vgl. Abbildung 4.11). Dieses Verhalten bleibt sowohl für Loops unterschiedlicher Ausdehnung als auch für unterschiedlich große Kolloide unverändert. Zunächst liegt die Vermutung nahe, dass die schwarzen Fel-

der nicht magnetisiert sind und die Kolloide deshalb nicht hineingelangen. Um diese Hypothese zu prüfen, wird eine Loop nahe um den Nordpol von $\mathcal{C}$ gelegt. In diesem Fall bewegen sich die Kolloide tatsächlich in die nächstliegenden schwarzen Felder. Wird dagegen eine Loop um den Südpol gelegt, laufen die Kolloide in die weißen Felder. Damit konnte keine Asymmetrie in der Magnetisierung bestätigt werden. Dies bedeutet jedoch nicht zwangsläufig, dass keine Asymmetrien existieren, da ein starkes externes Feld deren Einfluss überdecken und sie somit experimentell nicht sichtbar machen kann.

Simulationen deuten allerdings darauf hin, dass innerhalb der schwarzen Felder zusätzliche nicht erlaubte Zonen existieren, während dies bei den weißen nicht der Fall ist. Dies könnte darauf zurückzuführen sein, dass schwarze und weiße Felder aufgrund des Herstellungsprozesses unterschiedliche Größen aufweisen. Da der Fence die Grenze zwischen erlaubten und nicht erlaubten Regionen bildet, muss er in diesem Fall eine von der Theorie abweichende Form annehmen. Eine solche Modifikation könnte die beschriebenen Beobachtungen erklären [2].

Trotz der oben genannten Abweichungen vom Transportverhalten der Kolloide im universellen Fall ist es dennoch möglich, diese präferiert in eine Richtung auf $\mathcal{A}$ zu transportieren.

5.2 Analyse der Messungen aus Abschnitt 4.4.2

Im Abschnitt 4.4.2 wurde untersucht, wie sich gezielt nur einer der beiden Kolloidtypen transportieren lässt, wenn sich beide gleichzeitig auf dem Pattern befinden. Grundsätzlich zeigen sich dieselben Effekte wie im vorherigen Abschnitt 4.4.1. Da sich $\mathcal{L}_C$ nun jedoch aus einer inneren und einer äußeren fundamentalen Loop zusammensetzt, treten zusätzliche Phänomene auf.

In Abbildung 4.8 ist gut erkennbar, dass der Transport der kleinen Kolloide eine leichte Oszillation aufweist. Sie bewegen sich zunächst nach vorne, wandern dann wieder ein Stück zurück, bevor schließlich der Transport um eine Gitterkonstante erfolgt. Dieses Verhalten entsteht, weil die innere fundamentale Loop von $\mathcal{L}_C$ zwar das externe Feld moduliert, jedoch nicht den Fence der kleinen Kolloide umläuft. Der vollständige Transport um eine Gitterkonstante setzt erst ein, wenn die äußere fundamentale Loop durchlaufen wird.

Die großen Kolloide bewegen sich im Mittel nicht, da beide Teile der Loop den Fence der großen Kolloide umlaufen, jedoch mit entgegengesetzter Umlaufrichtung. Während sie in der äußeren fundamentalen Loop in negative y -Richtung laufen, bewegen sie sich in der inneren fundamentalen Loop in positive y -Richtung, sodass sich beide Beiträge aufheben.

5.3 Analyse der Messung aus Abschnitt 4.4.3

Im Abschnitt 4.4.3 wurde der unabhängige Transport der verschiedenen Kolloidtypen ausgenutzt, um eine komplexere Bewegung zu untersuchen. Zur Umsetzung des Schriftzugs wird eine einzelne Loop verwendet, die nacheinander verschiedene Fences umläuft. Zunächst läuft diese um die bei $(\vartheta = \pi/2, \phi = \pi/2)$ zentrierte Fence. Da

innerer und äußerer Teil mit entgegengesetzter Umlaufrichtung durchlaufen werden, heben sich deren Beiträge zum topologischen Transport für die großen Kolloide auf, wie in Abschnitt 5.2 beschrieben. Gleichzeitig schließt der äußere Teil den Fence der kleinen Kolloide vollständig ein und erzeugt den gewünschten x -Transport (vgl. Abschnitt 4.4.2).

Da sich das Kolloid in negative x -Richtung bewegen soll, wird der äußere Teil im Uhrzeigersinn durchlaufen.

Im weiteren Verlauf umläuft dieselbe Loop den Fence bei $(\vartheta = \pi/2, \phi = 0)$. Die Loop wird so geführt, dass diese die Fences beider Kolloidgrößen einschließt und auf diese Weise einen gemeinsamen Transport in negative y -Richtung erzeugt. Nach diesem Prinzip können alle weiteren Abschnitte des Schriftzugs konstruiert werden, wobei die jeweilige Umlaufrichtung die Richtung des Transports bestimmt. Für jeden Buchstabenabschnitt wird der jeweilige Teil der Loop zweimal durchlaufen, sodass eine Verschiebung um zwei Gitterkonstanten entsteht. Dies erwies sich als notwendig, um den Schriftzug klar erkennbar zu machen (siehe Abbildung 4.13). Die geringfügige Bewegung der großen Kolloide, die auftritt, wenn die kleinen, aber nicht die großen Kolloide bewegt werden (vgl. Abschnitt 5.2), führt im Buchstaben „L“ zu den Ausbuchtungen, die in Abbildung 4.13 zu beobachten sind.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Ausgangspunkt dieser Arbeit war die Frage, ob sich im nicht-universellen Fall kleinere und größere Kolloide gezielt und unabhängig voneinander transportieren lassen. Die durchgeführten Messungen haben gezeigt, dass dies tatsächlich möglich ist. Kolloidfraktionen einer bestimmten Partikelgröße können also gezielt bewegt werden, während andere unbewegt bleiben. Ein solcher unabhängiger Transport ist im universellen Fall nicht realisierbar, da dort die Fences der unterschiedlichen Kolloide zusammenfallen.

Zur Untersuchung dieses Verhaltens wurden zunächst Loops mit variierender Ausdehnung getestet, bis sich sowohl für die $4,5\,\mu\text{m}$ - als auch für die $2,8\,\mu\text{m}$ -Kolloide ein Transport beobachten ließ. Auf diese Weise ließ sich die ungefähre Ausdehnung der jeweiligen Fences bestimmen. Anschließend wurde eine Konfiguration entwickelt, die unabhängigen Transport ermöglicht. Dabei kam eine Doppelloop zum Einsatz, bestehend aus einer inneren und einer äußeren fundamentalen Loop mit entgegengesetzter Umlaufrichtung. Durch die gezielte Platzierung des inneren Teils zwischen den Fences der beiden Kolloidgrößen und dessen Einschluss der Fence der großen Kolloide war es möglich, nur eine Fraktion zu transportieren, während die andere unbewegt blieb. Schlussendlich konnte dieses Prinzip für komplexere Steuerungen genutzt werden. So wurde eine Loop entworfen, die es ermöglicht, die großen Kolloide simultan den Buchstaben „L“ und die kleinen Kolloide den Buchstaben „S“ schreiben zu lassen.

Im Laufe der Arbeit wurde festgestellt, dass sich auch das Transportverhalten selbst von dem im universellen Fall erwarteten unterscheidet. Die Struktur der erlaubten und verbotenen Zonen verändert sich, wodurch die Kolloide andere Bahnen einnehmen als zuvor angenommen.

Um diese Abweichungen vollständig zu verstehen und die zugrunde liegenden Mechanismen zu erfassen, sind jedoch weiterführende Untersuchungen erforderlich. Dabei sollte insbesondere der Einfluss der topologischen Eigenschaften der Fences auf die Dynamik der Kolloide genauer betrachtet werden.

A Ablauf der Loops für Verbindungsstellen

Die hier aufgeführten Loops sind eine Auflistung aller verschiedenen Möglichkeiten, die beiden fundamentalen Loops zu verbinden, welche in 4.10 a) dargestellt sind. Die Winkel für den Ablauf sind Tabelle A.1 zu entnehmen. Die beispielhafte rautenförmige Loop aus Abschnitt 4.4.2 wurde Loop 5 genannt, die anderen Loops unterscheiden sich lediglich in der Position der Verbindung der beiden fundamentalen Loops und werden im Folgenden 5.1, 5.2 etc. genannt.

$$\begin{aligned}
 &(\vartheta_1, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_4) \\
 &\rightarrow (\vartheta_1, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_5) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_6) \\
 &\rightarrow (\vartheta_6, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_4) \quad \text{Loop 5, braun in Abbildung 4.10 a)} \quad (A.1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &(\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_6, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_5) \\
 &\rightarrow (\vartheta_5, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_6) \rightarrow (\vartheta_6, \phi_2) \quad \text{Loop 5.1, rot in Abbildung 4.10 a)} \quad (A.2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &(\vartheta_1, -\phi_1) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \\
 &\rightarrow (\vartheta_1, -\phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_6, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_5) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_2) \\
 &\rightarrow (\vartheta_3, \phi_6) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_3) \quad \text{Loop 5.2, orange in Abbildung 4.10 a)} \quad (A.3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &(\vartheta_3, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_6) \rightarrow (\vartheta_6, \phi_2) \\
 &\rightarrow (\vartheta_3, \phi_5) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_6) \quad \text{Loop 5.3, blau in Abbildung 4.10 a)} \quad (A.4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &(\vartheta_7, -\phi_1) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_3) \\
 &\rightarrow (\vartheta_7, -\phi_1) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_6) \rightarrow (\vartheta_6, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_5) \\
 &\rightarrow (\vartheta_5, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_3) \quad \text{Loop 5.4, grün in Abbildung 4.10 a)} \quad (A.5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &(\vartheta_4, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_6) \\
 &\rightarrow (\vartheta_6, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_5) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_2) \quad \text{Loop 5.5, hellgrün in Abbildung 4.10 a)} \quad (A.6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &(\vartheta_7, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_2) \\
 &\rightarrow (\vartheta_7, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_6) \rightarrow (\vartheta_6, \phi_2) \\
 &\rightarrow (\vartheta_3, \phi_5) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_4) \quad \text{Loop 5.6, lila in Abbildung 4.10 a)} \quad (A.7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (\vartheta_3, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_5) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_2) \\
& \rightarrow (\vartheta_3, \phi_6) \rightarrow (\vartheta_6, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_5) \quad \text{Loop 5.7, türkis in Abbildung 4.10 a)} \quad (\text{A.8})
\end{aligned}$$

ϑ_1	ϑ_2	ϑ_3	ϑ_4	ϑ_5	ϑ_6	ϑ_7	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5	ϕ_6
70°	50°	90°	130°	170°	10°	110°	-20°	0°	40°	-40°	-80°	80°

Tabelle A.1: Winkelparameter für Loops mit verschiedenen Verbindungsstellen in Abbildung 4.10 a)

Die nachfolgenden Loops sind alle verschiedenen Möglichkeiten der Verbindung beider fundamentalen Loops aus Abbildung 4.10 b). Analog zu den rautenförmigen Loops gilt, dass die nachfolgenden Loops mit 6.1, 6.2 etc. bezeichnet werden, da die beispielhafte Loop aus 4.4.2 als Loop 6 bezeichnet wurde.

$$\begin{aligned}
& (\vartheta_1, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_1) \\
& \rightarrow (\vartheta_1, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_1, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_4) \\
& \rightarrow (\vartheta_5, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_1, \phi_3) \quad \text{Loop 6, braun in Abbildung 4.10 b)} \quad (\text{A.9})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (\vartheta_2, \phi_5) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_1) \\
& \rightarrow (\vartheta_2, \phi_5) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_5) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_4) \\
& \rightarrow (\vartheta_5, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_5) \quad \text{Loop 6.1, orange in Abbildung 4.10 b)} \quad (\text{A.10})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_3) \\
& \rightarrow (\vartheta_4, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_4) \quad \text{Loop 6.2, blau in Abbildung 4.10 b)} \quad (\text{A.11})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (\vartheta_1, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \\
& \rightarrow (\vartheta_1, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_1, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_3) \\
& \rightarrow (\vartheta_4, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_1, \phi_4) \quad \text{Loop 6.3, grün in Abbildung 4.10 b)} \quad (\text{A.12})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (\vartheta_3, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_4) \\
& \rightarrow (\vartheta_5, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_4) \quad \text{Loop 6.3, hellgrün in Abbildung 4.10 b)} \quad (\text{A.13})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (\vartheta_3, \phi_5) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_2) \\
& \rightarrow (\vartheta_3, \phi_5) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_5) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_3) \\
& \rightarrow (\vartheta_4, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_5) \quad \text{Loop 6.4, lila in Abbildung 4.10 b)} \quad (\text{A.14})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (\vartheta_3, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_4) \\
& \rightarrow (\vartheta_5, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_3) \quad \text{Loop 6.5, türkis in Abbildung 4.10 b)} \quad (\text{A.15})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (\vartheta_2, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_3) \\
& \rightarrow (\vartheta_4, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_3) \quad \text{Loop 6.6, rot in Abbildung 4.10 b)} \quad (\text{A.16})
\end{aligned}$$

ϑ_1	ϑ_2	ϑ_3	ϑ_4	ϑ_5	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5
90°	65°	115°	125°	55°	-25°	25°	-35°	35°	0°

Tabelle A.2: Winkelparameter für Loops mit verschiedenen Verbindungsstellen in Abbildung 4.10 b)

B Ablauf der Loop für Buchstaben

Die Abfolge der Modulationspunkte für $\mathcal{L}_C$ (vgl. Abschnitt 4.4.3).

$$\begin{aligned}
 &(\vartheta_4, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_1, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_1, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_1) \rightarrow \\
 &(\vartheta_2, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_5) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_6) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_7) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_6) \rightarrow \\
 &(\vartheta_2, \phi_8) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_6) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_5) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_1) \rightarrow \\
 &(\vartheta_1, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_1, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_6) \rightarrow \\
 &(\vartheta_2, \phi_7) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_6) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_8) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_6) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_1, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow \\
 &(\vartheta_3, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_1, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_4, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_4) \rightarrow (\vartheta_5, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_5) \rightarrow \\
 &(\vartheta_4, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_1, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_2) \rightarrow (\vartheta_3, \phi_1) \rightarrow (\vartheta_2, \phi_3) \rightarrow (\vartheta_1, \phi_1)
 \end{aligned}$$

ϑ_1	ϑ_2	ϑ_3	ϑ_4	ϑ_5	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5	ϕ_6	ϕ_7	ϕ_8
40°	90°	140°	10°	170°	90°	40°	140°	170°	10°	0°	-80°	80°

Tabelle B.1: Winkelparameter für $\mathcal{L}_C$

Literatur

- [1] D.H.Everett. “Manual of symbols and terminology for physicochemical quantities and units”. In: *Pure and applied Chemistry* 31 (2009), S. 579–638. URL: <https://www.degruyterbrill.com/document/doi/10.1351/pac197231040577/html>.
- [2] Daniel de las Heras und Sebastian Wohlrab. “Noch zu veröffentlichen”. In: - (2026).
- [3] Daniel de las Heras u. a. “Topologically protected colloidal transport above a square magnetic lattice”. In: *New Journal of Physics* 18 (2016). URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1367-2630/18/10/105009/pdf>.
- [4] Johannes Loehr u. a. “Lattice symmetries and the topologically protected transport of colloidal particles”. In: *Soft Matter* 29 (2017). URL: <https://pubs.rsc.org/en/content/articlepdf/2017/sm/c7sm00983f>.
- [5] Hartmut Löwen. “Colloidal soft matter under external control”. In: *Journal of Physics: Condensed Matter* 13 (2001), R415–R432. URL: https://www.researchgate.net/publication/230939748_Colloidal_Soft_Matter_under_External_Control.
- [6] Fernando Martinez-Pedrero u. a. “Functional colloidal micro-sieves assembled and guided above a channel-free magnetic striped film”. In: *The Royal Society of Chemistry* 15 (2015), S. 1765–1771. URL: https://people.physik.hu-berlin.de/~straube/publications/PhysChemChemPhys_18_26353.pdf?.
- [7] Thermo Fisher Scientific. *Dynabeads® M-270 Carboxylic Acid*. Abgerufen am 03.09.2025. 2025. URL: <https://www.thermofisher.com/de/de/home/references/protocols/proteins-expression-isolation-and-analysis/protein-isolation-protocol/m-270-carboxylic-acid.html> (besucht am 03.09.2025).
- [8] Thermo Fisher Scientific. *Dynabeads™ M-450 Epoxy*. Abgerufen am 03.09.2025. 2025. URL: <https://www.thermofisher.com/order/catalog/product/de/de/14011> (besucht am 03.09.2025).

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Die Stellen der Arbeit, die wörtlich oder sinngemäß aus anderen Arbeiten übernommen wurden, sind durch Angaben der Herkunft kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde bisher nirgends in gleicher oder ähnlicher Form zur Erlangung eines akademischen Grades eingereicht.

Ort, Datum

Bayreuth, 12.09.2025

Unterschrift

Lara Scheller