

UNIVERSITÄT
BAYREUTH

Transport auf einem magnetischen Dislokations-Quasikristall

Masterarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades

Master of Science (M.Sc.)

Studiengang Physik

vorgelegt von

Constantin Lang

geboren in Selb

Bayreuth, November 2026

Zusammenfassung

Das Mermin-Wagner-Theorem verbietet die Selbstanordnung von zweidimensionalen Kristallen perfekter Periodizität ohne Kopplung an eine dreidimensionale Struktur. In dieser Arbeit wird die Möglichkeit beleuchtet, einen mesoskopischen, zweidimensionalen Dislokations-Quasikristall herzustellen, auf dem anschließend topologischer Transport superparamagnetischer Partikel durchgeführt werden kann. Dabei werden mittels konformer Abbildung in C_4-periodischer Weise Dislokationspaare entgegengesetzter Burgersvektoren in ein S_6-periodisches Magnetmuster eingebaut. Bei der Analyse experimenteller Partikeltrajektorien fällt auf, dass der Quasikristall keine kurzreichweitige Translationsordnung besitzt, sowie die Zeitumkehrinvarianz des Systems durch Ratschensprünge gebrochen wird, wodurch Möglichkeiten zur Partikelsortierung eröffnet werden. Weiters wird in Simulationen gezeigt, dass sich Partikel langreichweitig persistent über den Quasikristall bewegen, wodurch auf eine langreichweitige Translationsordnung des Quasikristalls geschlossen werden kann. Zuletzt wird nachgewiesen, dass es sich beim Winkel, unter dem die Partikel transportiert werden, um einen Kompromiss aus lokaler Verfolgung des deformierten S_6-Magnetmusters und globaler Kommensurabilität mit dem C_4-Dislokationsgitter handelt, der von der Burgersvektorstärke beeinflusst wird.

Abstract

The Mermin–Wagner theorem prohibits the self-organization of two-dimensional crystals with perfect periodicity without coupling to a three-dimensional support. This work explores the possibility of fabricating a mesoscopic, two-dimensional dislocation quasicrystal on which topological transport of superparamagnetic particles can subsequently be carried out. To this end, pairs of dislocations with opposite Burgers vectors are incorporated into a S_6-periodic magnetic pattern in a C_4-periodic manner using conformal mapping. Analysis of experimental particle trajectories reveals that the quasicrystal lacks short-range translational order, and that the system's time-reversal invariance is broken by ratchet jumps, thereby opening up possibilities for particle sorting. Furthermore, simulations show that particles move persistently over long distances through the quasicrystal, proving the long-range translational order of the quasicrystal. Finally, it is demonstrated that the angle at which the particles are transported represents a compromise between local tracking of the deformed S_6 magnetic pattern and global commensurability with the C_4 dislocation lattice, which is influenced by the Burgers vector strength.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **4**

2 Grundlagen **5**
2.1 Topologischer Transport 5
2.2 Dislokations-Quasikristall 9

3 Methoden **11**
3.1 Herstellung des Musters 11
3.2 Topologischer Transport 12
3.3 Mikroskopie 14
3.4 Partikelverfolgung 14
3.5 Driftkorrektur 16
3.6 Overlay und affine Transformation 17

4 Ergebnisse **18**
4.1 Defekte brechen Zeitumkehrinvarianz des Systems 18
4.2 Trajektorien kollabieren nichtadiabatisch an Defekten 20
4.3 Langreichweitige Translationsordnung des Quasikristalls 22
4.4 n_d bestimmt die Kommensurabilität zu Muster und Gitter 24

5 Fazit **28**

A Anhang **29**
A.1 Anderer Loop 29

Literaturverzeichnis **31**

Danksagung **34**

Abschlusserklärung **35**

1 Einleitung

Topologischer Transport[1–3] ist ein physikalisches Phänomen, das viele Physiker zunächst erstaunen lässt. Durch bloße periodische Veränderung eines äußeren Magnetfelds paramagnetische Partikel in beliebiger Weise über ein Magnetmuster bewegen zu können, erscheint zunächst unintuitiv: Nach gängiger Meinung sollte das Partikel doch wieder an seinen Ausgangszustand zurückkehren, sobald das Magnetfeld nach einem sogenannten *Loop* wieder seine ursprüngliche Richtung einnimmt.

In den meisten Fällen ist diese Einschätzung auch korrekt, doch in speziellen Fällen, in denen die periodische Veränderung des Magnetfelds um ausgezeichnete Richtungen – sogenannte *Fences* – windet, kommt es zum Transport der Partikel über seine Ausgangsposition hinaus. Der Effekt wird maßgeblich durch das Zusammenspiel aus dem Magnetfeld des beliebig gewählten Untergrunds und dem äußeren Magnetfeld bestimmt, was in einer Vielzahl von interessanten Effekten resultiert.

Im einfachsten Fall handelt es sich beispielsweise um ein Magnetmuster in der Form eines Schachbretts, auf dem Partikel unterschiedlicher Größe mit dem gleichen Loop auf verschiedene Art transportiert werden können.[4] Das gleichzeitige Schreiben von mehreren Buchstaben des Alphabets[4, 5] stellt für Außenstehende aber wohl den faszinierendsten Effekt dar.

Durch geschickte Wahl von Muster und Loop können daneben stabförmige Verbindungen von mehreren Partikeln – sogenannte Bipeds – synthetisiert werden[6], die je nach Länge eine bestimmte Laufbewegung für einen gegebenen Loop zeigen.[7] Dass der Kreativität mit diesem System keine Grenzen gesetzt sind, wird spätestens dann klar, wenn Bipeds einzig durch die Wahl zweier äußerer Felder wie ein Stift bewegt werden können, um sich der mesoskopischen Kalligrafie zu widmen.[8]

In dieser Arbeit soll sich mit einem Quasikristall beschäftigt werden: ein Kristall, der eben nicht perfekt periodisch ist, sondern sich mit bestimmter Periodizität höchstens infinitesimal ähnlich sieht. Das Mermin-Wagner-Theorem[9] verbietet zunächst die Selbstanordnung zweidimensionaler Kristalle, solange es sich nicht um den Schnitt einer dreidimensionalen Struktur handelt. Die von unseren Partnern validierte Methode[10–12] macht es jedoch möglich, beliebige zweidimensionale Strukturen in ein Magnetmuster umzuwandeln, auf dem anschließend topologischer Transport durchgeführt werden kann.

Im Folgenden soll daher beschrieben werden, wie durch C_4-periodisches Einsetzen von Dislokationen in ein S_6-periodisches Magnetmuster ein mesoskopischer Quasikristall hergestellt werden kann. Im Gegensatz zu einer hexatischen Phase, die beim zweistufigen Schmelzprozess von zweidimensionalen Festkörpern auftritt[13–16], sind die Dislokationen somit nicht ungeordnet aufzufinden, wodurch offen bleibt, ob die langreichweitige Translationsordnung verloren geht oder erhalten bleibt.

Mittels Experimenten sowie theoretischer Simulationen soll in dieser Arbeit sowohl der kurz- als auch langreichweitige Transport der Partikel auf dem Dislokations-Quasikristall analysiert werden, um genaueren Aufschluss über seine Eigenschaften zu erhalten. Dabei soll insbesondere auf die sonst vorhandene Zeitumkehrinvarianz des topologischen Transports sowie die Translationsinvarianz auf allen Längenskalen geachtet werden.

2 Grundlagen

In diesem Kapitel soll zunächst erläutert werden, worum es sich bei topologischem Transport im Allgemeinen handelt und ein Verständnis für seine Funktionsweise geschaffen werden. Im Zuge dessen werden wichtige Konzepte wie der Control Space und der Action Space erläutert, bevor dieses Prinzip anschließend auf die zugrundeliegende S_6-Symmetrie konkretisiert wird. Anschließend soll im Detail auf die vorgenommenen Änderungen am S_6-Muster eingegangen werden, um einen Dislokations-Quasikristall zu erhalten, wobei insbesondere die Relevanz der sogenannten *Burgersvektoren* herausgearbeitet werden soll.

2.1 Topologischer Transport

Der Grundbaustein dieser Arbeit ist der sogenannte *topologische Transport*. Um zu erklären, worum es sich dabei handelt, soll zunächst ein einfaches Modellsystem beschrieben werden: Ein paramagnetisches Partikel mit einem Durchmesser von 2.8 µm ruht auf einem Substrat, auf dem es sich ohne signifikante Reibung bewegen kann. Das Substrat ist dabei in einer besonderen Art und Weise magnetisiert: In einer C_4-periodischen Anordnung, die anschaulich einem Schachbrettmuster gleicht, gibt es homogen senkrecht aus der Ebene heraus magnetisierte Flächen (weiße Felder des Schachbretts) und in die Ebene hinein magnetisierte Flächen (schwarze Felder). Die Periodizität des Musters – anschaulich der Abstand zwischen 2 diagonal benachbarten Feldern des Schachbretts – ist größer als der Durchmesser des Partikels, beispielsweise bei 7 µm, sodass das Partikel problemlos in jedes der Felder passt. Die Gesamtheit des Musters und des Partikels nennen wir den *Action Space* $\mathcal{A}$ (siehe Abb. 2.1 links).

Zusätzlich zum von den Feldern ausgeübten, permanenten Magnetfeld ist das gesamte Muster homogen von einem externen Magnetfeld $\vec{H}_{\text{ext}}(t)$ konstanter Stärke durchzogen, dessen Richtung zeitabhängig kontrolliert werden kann. Halten wir den Angriffspunkt des Vektors $\vec{H}_{\text{ext}}$ fest, bildet die Menge aller möglichen Endpunkte des Vektors bei beliebiger Rotation eine Kugeloberfläche, die wir den *Control Space* $\mathcal{C}$ nennen (siehe Abb. 2.1 rechts). Jede Orientierung des externen Magnetfelds kann daher als Punkt auf $\mathcal{C}$ dargestellt werden.

Da die Magnetisierung der superparamagnetischen Partikel dem äußeren Magnetfeld $\vec{H}_{\text{ext}}$ folgt, ergibt sich aus den Beiträgen des Magnetfelds $\vec{H}_{\text{p}}$ des Musters sowie $\vec{H}_{\text{ext}}$ das magnetische Potential V[2]:

$$V = -\chi_{\text{eff}}\mu_0\vec{H}\cdot\vec{H} \tag{2.1}$$

wobei $\vec{H} = \vec{H}_{\text{p}} + \vec{H}_{\text{ext}}$, $\chi_{\text{eff}} > 0$ die effektive magnetische Suszeptibilität der Partikel in Lösung sowie μ_0 die Vakuumpermeabilität ist. In einem Abstand $z > a$, wobei a die Gitterkonstante des Musters ist, kann das Potential aufgrund der exponentiell abfallenden Fouriermoden der Fourierserie von $\vec{H}$[2, 3] genähert werden:

$$V \propto \vec{H}_{\text{ext}}(t)\cdot\vec{H}_{\text{p}}(\vec{x}_{\mathcal{A}}) \tag{2.2}$$

Hier sind die Abhängigkeiten der Magnetfelder von der Zeit t und den Ort im Action Space $\vec{x}_{\mathcal{A}}$ explizit angegeben. Für jede Orientierung von $\vec{H}_{\text{ext}}$ bewegt sich das Partikel zur

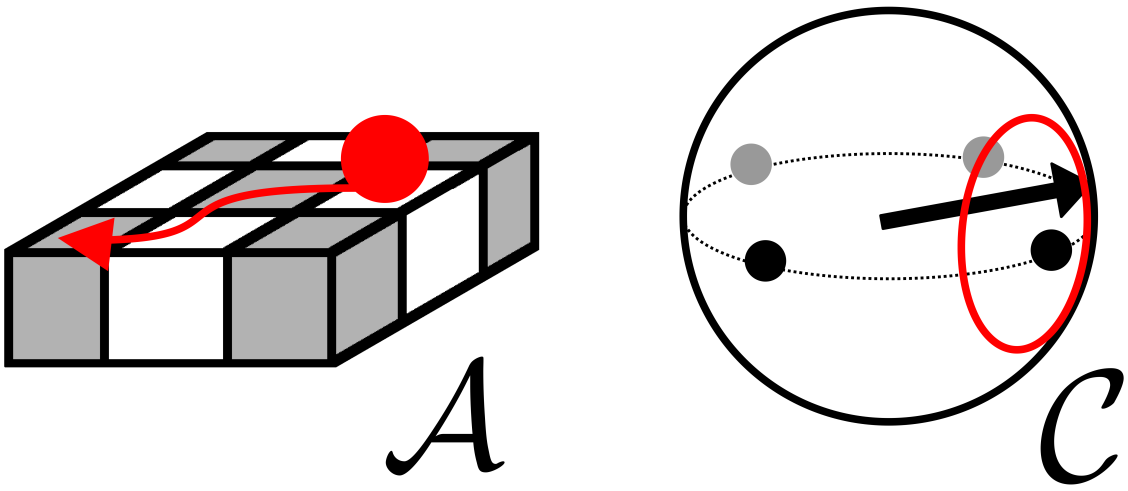


Abbildung 2.1: **Schematische Darstellung von Action- und Control Space**
Links ist der sog. *Action Space* $\mathcal{A}$ zu sehen: ein Partikel (rot), das sich über ein magnetisiertes Substrat bewegt (roter Pfad). Das Magnetfeld der weißen Felder zeigt dabei senkrecht aus der Ebene heraus und das der dunkelgrauen in die Ebene hinein. Der Transport des Partikels wird ausschließlich durch Verfahren eines äußeren Magnetfelds (schwarzer Pfeil) im sog. *Control Space* $\mathcal{C}$ (Kugeloberfläche rechts) induziert. Schließt der mit dem äußeren Magnetfeld durchfahrene Kreis (rot) einen sog. *Fence* ein (Punkte), kommt es zum topologisch nichttrivialen Transport der Partikel in $\mathcal{A}$.

Position, an der das Potential V minimal wird. Durch zeitliche Veränderung der Richtung von $\vec{H}_{\text{ext}}$ kann das Partikel somit auf dem Muster bewegt werden.

Eine solche kontinuierliche Veränderung kann als Pfad auf dem Control Space $\mathcal{C}$ dargestellt werden, wobei geschlossene, periodisch wiederholbare Pfade als *Loops* $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ bezeichnet werden. Im trivialen Fall durchläuft das externe Magnetfeld $\vec{H}_{\text{ext}}$ somit einen willkürlichen Pfad $\mathcal{L}_\mathcal{C}$, bevor es nach einer Periode wieder die Ausgangsorientierung angenommen hat. Das Partikel durchläuft unterdessen die zum Pfad $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ passende Trajektorie $\mathcal{L}_\mathcal{A}$ in $\mathcal{A}$, bevor es wieder an seiner Ausgangsposition ankommt.[2, 3]

Begründet ist dies darin, dass triviale Pfade $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ auf der Kugeloberfläche $\mathcal{C}$ kontinuierlich zu Punkten zusammengezogen werden können. Der Pfad ist damit *topologisch äquivalent* zu einem zeitlich unveränderten $\vec{H}_{\text{ext}}$, was trivial im Stillstand des Partikels resultiert.

Aus der Periodizität des Musters ergibt sich jedoch, dass sich auch die Potentiallandschaft V mit der gleichen Periodizität fortsetzen muss. Zu jedem $\vec{H}_{\text{ext}}$ gibt es daher per se nicht nur ein Minimum von V, in dem sich das Partikel aufhalten kann: Nach einer Periode von $\vec{H}_{\text{ext}}$ durch $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ könnte sich das Partikel prinzipiell auch in Minima benachbarter Einheitszellen befinden, sofern das vorhergehend erläuterte Argument der topologischen Invarianz keine Geltung finden würde.

Exakt an dieser Stelle tritt das Prinzip der sogenannten *Fences* auf: sowohl theoretisch als auch experimentell nachgewiesene Punkte $\mathcal{F}^\mathcal{C}$ auf $\mathcal{C}$, um die $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ gewunden werden kann, um das Partikel in Minima benachbarter Einheitszellen in $\mathcal{A}$ zu transportieren.[2, 3] Mathematisch beschrieben sind Fences Orientierungen von $\vec{H}_{\text{ext}}$ bei denen

$$\nabla_\mathcal{A} V = 0 \tag{2.3}$$

$$||\nabla_\mathcal{A} \nabla_\mathcal{A} V|| = 0 \tag{2.4}$$

gilt, womit V kein Extremum und keinen Sattelpunkt an der Stelle $x_\mathcal{A}$ hat. An diesen Stellen wird die Position des Partikels marginal stabil und es kann durch kleinste Störungen

ruckartig über $\mathcal{A}$ springen, beispielsweise in andere Einheitszellen des C_4-Musters. Loops $\mathcal{L}_\mathcal{C}$, die mindestens einen Fence einschließen, können daher nicht mehr kontinuierlich zu einem Punkt auf $\mathcal{C}$ zusammengezogen werden, ohne $\mathcal{F}^\mathcal{C}$ zu schneiden und die Partikelposition marginal stabil zu machen. Die topologische Äquivalenz dieser nichttrivialen $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ zum stillstehenden $\vec{H}_{\text{ext}}$ ist daher nicht mehr gegeben und eine Rückkehr des Partikels zu seiner Ausgangsposition nach Durchlaufen von $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ ist nicht mehr garantiert.

Es sei hier zur Vollständigkeit angemerkt, dass das bloße Winden um einen Fence nicht ausreicht, um diesem Argument seine Gültigkeit zu verleihen. In einem hypothetischen Control Space $\mathcal{C}$, in dem nur ein Fence $\mathcal{F}^\mathcal{C}$ existiert, ließe sich jeder um $\mathcal{F}^\mathcal{C}$ gewundene $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ auf der gegenüberliegenden Seite der Kugeloberfläche zu einem Punkt zusammenziehen. Ein Beispiel hierfür ist etwa ein C_6-Muster, bei dem das gleichzeitige Winden um alle Fences am Nordpol von $\mathcal{C}$ nicht zum Transport von Partikeln führt.[1, 3] Im hier erläuterten Beispiel reicht das Winden um einen Fence jedoch aus, da das Vorhandensein anderer $\mathcal{F}^\mathcal{C}$ außerhalb von $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ das kontinuierliche Zusammenziehen zu einem Punkt verhindert.

Es zeigt sich[1–3, 6, 7], dass das Einschließen von verschiedenen Fences $\mathcal{F}^\mathcal{C}$ jeweils zur Translation des Partikels zu einer benachbarten Einheitszelle führt. Aufgrund der Periodizität des Musters kann durch mehrmaliges Durchlaufen derselben $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ oder Hintereinanderschaltung mehrerer verschiedener $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ ein beliebiger Transport über das Muster im Action Space $\mathcal{A}$ induziert werden. In Abb. 2.1 ist die schematische Darstellung eines Loops $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ um ein $\mathcal{F}^\mathcal{C}$ sowie der daraus resultierende Pfad des Partikels in $\mathcal{A}$ abgebildet.

Da durch kontinuierliche Deformation von $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ nicht die Zahl der eingeschlossenen Fences $\mathcal{F}^\mathcal{C}$ geändert werden kann, handelt es sich dabei um sogenannte *topologische Invarianten*. Als Resultat induzieren alle $\mathcal{L}_\mathcal{C}$, die die gleichen $\mathcal{F}^\mathcal{C}$ umschließen, den *topologischen Transport* zur selben benachbarten Einheitszelle. Die Bewegung ist dabei zudem topologisch robust, wodurch die Translation der Partikel selbst durch größere äußere Störungen bis auf Details in ihrer exakten Form robust bleibt.[2, 3] Die Experimente sind daher ohne weitere Einschränkungen bei Raumtemperatur möglich.

Topologischer Transport findet im Regelfall adiabatisch statt, wodurch die Geschwindigkeit der Partikel direkt proportional zu der Frequenz $f_{\mathcal{L}_\mathcal{C}}$ ist, mit der der Loop $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ durchfahren wird. Eine Ausnahme bilden die sogenannten *Ratschensprünge*,[3] die beispielsweise beim Schnitt von $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ mit einem Fence $\mathcal{F}^\mathcal{C}$ auftreten: Diese sind unabhängig von der Loopfrequenz und zeigen somit stets die gleiche Geschwindigkeit der Partikel. Bei hinreichend niedrig gewählter $f_{\mathcal{L}_\mathcal{C}}$ lassen sich die nichtadiabatischen Ratschensprünge daher durch ihre deutlich höhere Geschwindigkeit im Vergleich zu adiabatisch transportierten Partikeln identifizieren.

Alle Loops $\mathcal{F}^\mathcal{C}$ können zudem auch zeitinvertiert durchgeführt werden, wodurch sich die Bewegungsrichtung der Partikel umdreht. Um die Windungsrichtung der $\mathcal{F}^\mathcal{C}$ zu beschreiben, wird das Prinzip der Windungsvektoren $\vec{w}(\mathcal{L}_\mathcal{C})$ genutzt, die analog zu beispielsweise dem Drehimpuls oder dem Drehmoment definiert sind (Rechte-Hand-Regel). Beispiele für Windungsvektoren $\vec{w}(\mathcal{L}_\mathcal{C})$ sind in späteren Kapiteln zu sehen, etwa in Abb. 3.3.

Die Fences im Control Space $\mathcal{C}$ können auf Linien im Action Space $\mathcal{A}$ übersetzt werden, die $\mathcal{A}$ in sogenannte erlaubte und verbotene Regionen unterteilt. Erlaubte Regionen sind die bisher betrachteten Bereiche des Musters, die beim Durchlaufen beliebiger $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ erreicht werden können. Verbotene Regionen hingegen besitzen ebenfalls Punkte mit $\nabla V = 0$, jedoch sind alle stationären Punkte Sattelpunkte, sodass Partikel dort nicht stabil ruhen können.[2]

Generell können für jedes periodische Muster global auf $\mathcal{A}$ gültige Fences in $\mathcal{C}$ gefunden werden, die Form und Position der $\mathcal{F}^\mathcal{C}$ ist dabei einzig von der Symmetrie und Orientierung des Musters bestimmt.[3] In dieser Arbeit wird mit einem S_6-Muster gearbeitet (siehe Abb. 2.2), dessen Fences für unsere Zwecke eine identische Funktionsweise zu denen des

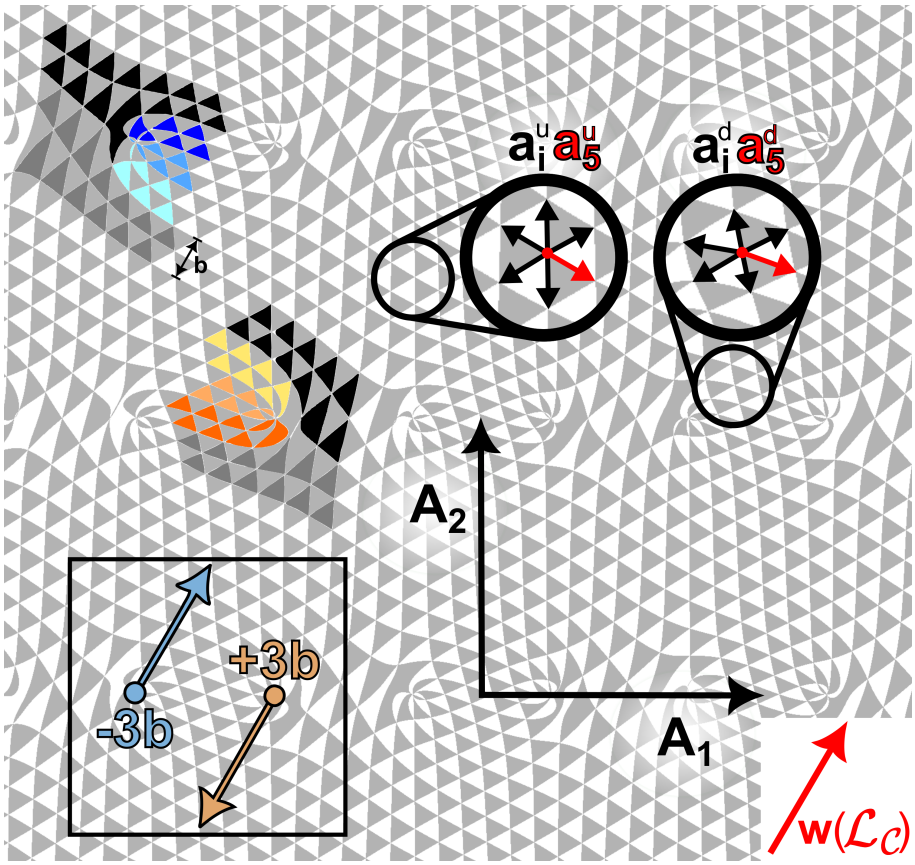


Abbildung 2.2: **Dislokations-Quasikristall**[17]
Abbildung des verwendeten Dislokations-Quasikristalls. Das zugrundeliegende S_6-Muster (graue und weiße Felder) mit den undeformierten Einheitsvektoren $\vec{a}_i^{\,u}, i \in \{1, \ldots, 6\}$ wurde C_4-periodisch mit Dislokationen deformiert, wobei die Periodizität über die Einheitsvektoren $\vec{A}_1, \vec{A}_2$ bestimmt ist. Die Dislokationen fügen jeweils $n_d = 3$ neue Kanäle magnetischer Einheitszellen in das Muster ein (blau) bzw. entfernen diese (orange), wobei die Richtung des Defekts durch die Burgersvektoren $+3\hat{b}$ und $-3\hat{b}$ bestimmt ist. Ein eingefügter Kanal hat dabei die Breite b und besteht aus zwei Gleitlinien. Im unteren rechten Eck ist in Schwarz eine Einheitszelle des Dislokationsmusters repräsentiert. Die Deformation des Musters erzeugt lokal deformierte Einheitsvektoren $\vec{a}_i^{\,d}$, die im runden Zoom-In zu erkennen sind. Unten rechts ist der in den Experimenten genutzte Windungsvektor $\vec{w}(\mathcal{L}_C)$ zu sehen, der die Translation der Partikel in Richtung der rot markierten Einheitsvektoren $\vec{a}_5$ induziert.

C_4-Musters haben. Im Control Space $\mathcal{C}$ liegen die Fences für die hier durchgeführten Experimente bei:

$$(\theta, \phi) \in \{(90°, 60°), \quad (90°, 180°), \quad (90°, 300°)\} \tag{2.5}$$

wobei die Tupel jeweils den Polarwinkel θ sowie den Azimutwinkel ϕ angeben, die $\vec{H}_{ext}$ mit der z-Achse bzw. der x-Achse einschließen ($\hat{e}_z \perp \mathcal{A}; \hat{e}_z \perp \hat{e}_x$). In dieser Arbeit wird das S_6-Muster mit einem Dislokationsgitter deformiert (siehe dazu Kapitel 2.2), womit sich auch die lokal geltenden Fences in $\mathcal{C}$ für jeden Ort $x_\mathcal{A}$ in $\mathcal{A}$ ändern. Die Fences des nicht deformierten S_6-Musters sind daher mit $\mathcal{F}_u^\mathcal{C}$ markiert und werden in späteren Kapiteln visualisiert (siehe Kapitel 3.2, Abb. 3.3).

2.2 Dislokations-Quasikristall

Der im vorigen Kapitel beschriebene topologische Transport findet seine Anwendung in weiten Teilen auf Gittern perfekter Periodizität, darunter zählen beispielsweise zweifach symmetrische Streifenmuster, das vierfach symmetrische C_4-Muster, oder das hier zugrundeliegende dreifach symmetrische S_6-Muster.[1–3] In dieser Arbeit soll auf diesen Forschungen aufgebaut werden, indem ein übliches S_6-Magnetmuster periodisch mit Dislokationen überlagert wird, wodurch mit der Symmetrie des Musters gebrochen wird.

Die Dislokationen treten dabei jeweils in Paaren auf, wobei ein Defekt $n_\mathrm{d} = 3$ neue Kanäle von magnetischen Einheitszellen in das Muster einfügt, während der andere Defekt diese auslöscht. Visualisiert sind die beiden Defekte oben links in Abb. 2.2, wobei die drei eingefügten Kanäle jeweils in Blautönen und die ausgelöschten in Orangetönen markiert sind. Charakteristisch für die Defekte ist dabei die Deformation des S_6-Musters, sodass die ursprünglich im Muster vorhandenen Kanäle (schwarz und dunkelgrau) um den Defekt herumgeführt werden.

Charakterisiert wird die Eigenschaft der Defekte durch die sogenannten *Burgersvektoren* $\vec{b}$ und deren *Stärke* n_d:

$$\vec{b} = \pm n_\mathrm{d} \hat{b} \tag{2.6}$$

Hierbei gibt n_d an, wie viele Kanäle der Breite $|\hat{b}| = b$ in das Muster eingefügt werden und das Vorzeichen von $\vec{b}$ bestimmt über das Einfügen $(-)$ und Auslöschen $(+)$ der Kanäle. $\hat{b} = \vec{a}_3^\mathrm{u} + \vec{a}_4^\mathrm{u}$ bestimmt die Richtung der eingefügten Kanäle, indem das Muster in Richtung von $\hat{b}$ um $|\hat{b}| = b$ verbreitert wird.[18] Die Kanäle werden somit senkrecht zu $\hat{b}$ eingefügt und haben jeweils die Breite b.

Ein Kanal besteht dabei aus jeweils zwei Gleitlinien. Gleitlinien sind die Menge aller Felder des undeformierten Musters, die ein Partikel betritt, wenn es periodisch mit einem Loop $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ angetrieben wird, der um einen einzelnen Fence $\mathcal{F}_\mathrm{u}^\mathcal{C}$ gewunden ist. In Fall des hier verwendeten S_6-Musters und der Orientierung von $\hat{b}$ schließen die von Defekten eingefügten bzw. gelöschten Gleitlinien einen Winkel von 30° mit der Horizontalen des Musters ein, dem Partikel bei entsprechender Wahl von $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ langreichweitig folgen.[3]

Die Einführung der Defektpaare geschieht dabei über ein C_4-Gitter mit den zueinander senkrecht stehenden Einheitsvektoren $\vec{A}_1, \vec{A}_2$, wobei die beiden Defekte mit $\vec{b} = \pm n_\mathrm{d} \hat{b}$ jeweils die Basis zu jedem Punkt des mathematischen Gitters darstellen. Die Gittervektoren sowie eine repräsentative Darstellung der Einheitskachel mit den beiden Burgersvektoren ist in Abb. 2.2 zu sehen.

Von besonderer Bedeutung ist hierbei, dass die beiden Symmetrien C_4 und S_6 nicht miteinander kommensurabel sind. Durch die Überlagerung der Defekte mit dem S_6-Muster kommt es deshalb zur Bildung eines Qusikristalls, bei dem alle Defekt arithmetisch deterministisch voneinander abweichen. Jede zwei Defekte in der unendlichen Ausbreitung des Quasikristalls können sich somit höchstens bis auf infinitesimale Abweichungen ähneln, was insbesondere den langreichweitigen Transport der Partikel über mehrere Defekte hinweg bisweilen unvorhersehbar macht.

Zur analytischen Beschreibung des Quasikristalls werden im folgenden alle zweidimensionalen Vektoren $\vec{f}$ im Action Space $\mathcal{A}$ durch Zahlen $f = \vec{f} \cdot (\hat{e}_x + \mathrm{i}\hat{e}_y)$ in der komplexen Ebene ausgedrückt. Die Magnetisierung des Musters $\vec{M}_\mathrm{u}(u)$ des undeformierten Action Space $\mathcal{A}_\mathrm{u}$ wird konform[19] auf die Magnetisierung $\vec{M}_\mathrm{d}(d(u))$ des Dislokations-Quasikristalls im deformierten Action Space $\mathcal{A}_\mathrm{d}$ abgebildet:

$$\vec{M}_\mathrm{d}(d) = M_z \hat{e}_z \mathrm{sign}\left(\sum_{n=1}^{3} \cos\left[\Re\left\{ \bar{k} e^{2\pi n \mathrm{i}/3} u(d) \right\} - \phi_0 \right] \right) \tag{2.7}$$

Hierbei ist M_z die Stärke der Magnetisierung, $\hat{e}_z$ der zu $\mathcal{A}$ senkrecht stehende Einheitsvektor in z-Richtung und $\bar{k} = \frac{2\pi}{a\cos(\pi/6)}$ ein reeller, primitiver, reziproker Einheitsvektor des undeformierten S_6 Musters. $a = 7\,\mu m$ ist die Gitterkonstante, $e^{2\pi n i/3}$ ist eine Rotationsmatrix um den Winkel $2\pi n/3$ und $\phi_0 = \pi/6$ die Symmetriephase des S_6-Musters.[3]. $\Re\{f\}$ gibt den Realteil einer komplexen Zahl f an.

Die Magnetisierung von $\vec{M}_\mathrm{d}(d(u))$ am Ort $d(u)$ ist dabei identisch zur Magnetisierung $\vec{M}_\mathrm{u}(u)$ am Ort u. Die dafür nötige konforme Abbildung lautet:[17]

$$u(d) = d - \frac{A_1}{4} + n_\mathrm{d}\frac{\arg\left(\mathrm{sc}\left[2K(m)\left(\frac{d}{A_1} - \frac{1}{4}\right), m\right]\right)}{2\pi} \tag{2.8}$$

mit dem oben genannten Gittervektor A_1 des Dislokationsgitters. $A_1 = 10a$ und $A_2 = \mathrm{i}\frac{K'(m)}{K(m)}A_1$, wobei $K(m)$ das vollständige und $K'(m)$ das komplementär vollständige elliptische Integral zweiter Art mit $m = 1/2$ ist. $\mathrm{sc}(f, m)$ stellt eine Jakobische elliptische Funktion dar und hat eine Polstelle bei $d = -A_1/4$ und eine Nullstelle bei $d = A_1/4$. Diese Punkte stellen die Orte der beiden Dislokationen eines Defektpaares dar, zwischen welchen auf der reellen Achse ein Riemannschnitt liegt. Für ganzzahlige Burgersvektorstärken $n_\mathrm{d} \in \mathbb{N}$ passen die Werte für u auf beiden Seiten des Schnitts zueinander, weshalb das Muster kontinuierlich ineinander übergeht und der Schnitt unsichtbar wird.

Ein Ausschnitt aus dem finalen Dislokations-Quasikristall ist in Abb. 2.2 zu sehen.

3 Methoden

Nachdem im vorangegangenen Kapitel die theoretischen Grundlagen zum topologischen Transport und dem verwendeten Dislokations-Quasikristall gelegt wurden, soll nun auf die Methodik der Experimente sowie der Auswertung eingegangen werden. Von der Herstellung des Quasikristalls bis zur Auswertung der Experimente wird nachfolgend chronologisch auf alle Schritte eingegangen, die zur Reproduktion der Ergebnisse nötig sind.

3.1 Herstellung des Musters

Das Muster wurde numerisch in Python[20] mithilfe von NumPy[21] und Matplotlib[22] errechnet und die Rohdateien anschließend zur Herstellung an externe Arbeitsgruppen gesendet.[10–12]

Dort wurde das numerische Muster zuerst in eine Lithographiemaske über einer Au/Co/Au Mehrfachschicht übersetzt. Anschließend wurde die gesamte Probe mit He^+-Ionen bombardiert, wodurch die Koerzitivfeldstärke der exponierten Regionen gesenkt wurde.[10] Zuletzt wurde durch ein senkrecht zum Muster homogen anliegendes Magnetfeld $\vec{H}_\perp$ die Magnetisierung der exponierten Regionen invertiert, wodurch die Regionen mit Magnetisierungen parallel und antiparallel zum Normalenvektor der Ebene hergestellt werden konnten. Zur Wahl von $\vec{H}_\perp$ ist dabei auf

$$H_C^{\text{exp}} \leq H_\perp < H_C^{\text{bed}} \tag{3.1}$$

zu achten, wobei H_C^{exp} und H_C^{bed} jeweils die Koerzitivfeldstärken der exponierten bzw. bedeckten Regionen des Musters sind. Als letzter externer Schritt wurde die Lithographiemaske mit Dimethylsulfoxid abgetragen.

Von uns finalisiert wurde das Muster schließlich durch Reinigung in einem Isopropanolbad und der Neuauftragung einer Photolackschicht, die als Abstandshalter zwischen Magnetmuster und den superparamagnetischen Partikeln dient. Dazu wurde das Muster zunächst aus dem Isopropanolbad entnommen und mit Kimtech® Wischtüchern sowie an der Luft getrocknet. Das Muster wurde auf einem Spincoater befestigt und mit einer Plastikpipette ein Tropfen eines positiven Photolacks (AZ® 1512HS) daraufgegeben, bevor der Spincoater mit folgenden Einstellungen gestartet wurde:

- 3000 $\frac{1}{\text{min}}$ Umdrehungsfrequenz
- 150 s Laufzeit
- 10 s Ramp-Up und Ramp-Down

Der Ramp-Up steigert dabei die Umdrehungsfrequenz linear von 0 $\frac{1}{\text{min}}$ auf den Sollwert, der Ramp-Down verhält sich analog am Ende der Laufzeit. Ramp-Up und -Down werden zur Laufzeit addiert, die maximale Drehzahl bleibt daher für die volle Laufzeit bestehen.

Zur Aushärtung des Photolacks wurde das Muster zunächst für 1 min bei 115 °C auf einer Heizplatte und anschließend bei der gleichen Temperatur für 1 h in einem Laborofen erhitzt. Vor Platzierung im Ofen wurde das Muster mit doppelseitigem Klebeband auf einer Glasplatte befestigt, um die Handhabung zu erleichtern und Platz für Beschriftungen zu bieten. Gelagert wurde das Muster in einer Haft-Gelbox (Gel-Pak®, Gel-Box™ AD-22C-00-X4). Ein Foto des fertigen Musters ist in Abb. 3.1 zu sehen.

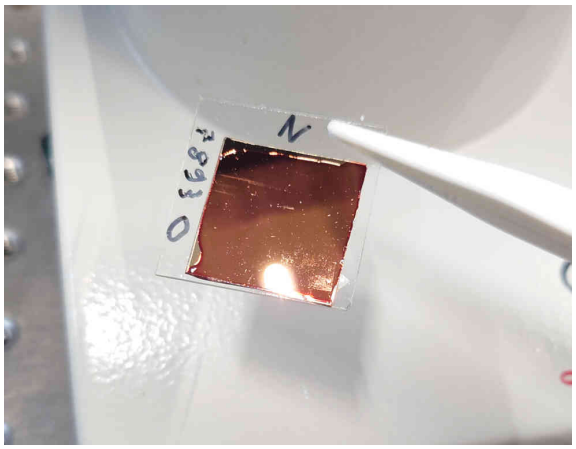


Abbildung 3.1: **Das fertige Muster**
Foto des auf Experimente vorbereiteten Musters. Zur besseren Handhabung ist das Muster auf einer Glasplatte befestigt.

3.2 Topologischer Transport

Für die Experimente wurden Invitrogen™ Dynabeads™ M-270 Carboxylic Acid[23] genutzt, superparamagnetische Partikel mit einem Durchmesser von 2.8 µm, deren Oberfläche mit Carbonsäuregruppen funktionalisiert wurde. Aus der Stammsuspension ($2 \cdot 10^9$ Partikel/mL) wurde in zwei Schritten zunächst 1 mL einer 1000-fach und anschließend 1 mL einer 3000-fach mit Reinstwasser verdünnten Suspension hergestellt. Alle Suspensionen wurden in Reagiergefäßen (SARSTEDT, 1.5 mL, PP) im Laborkühlschrank gelagert.

Eine halbe Stunde vor Start der Experimente wurde der Trennverstärker (Elektronik Universität Bayreuth, ELUB 0866/2) eingeschaltet. Anschließend wurde der PC, der Frequenzgenerator (Aim-TTi, TGA1244) und das Oszilloskop (Tektronix, TDS2014B) eingeschaltet. Über den PC wurde in Octave[24] ein vorher zur Festlegung des Loops $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ geschriebenes Programm durchlaufen, wonach das Programm des Frequenzgenerators den Loop auf diesen übertragen hat. Das Octave Skript gab zudem die Spannungskurven der drei Verstärker aus, die durch kurzfristiges Einschalten des Loops $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ über das Aim-TTi-Programm am Oszilloskop überprüft werden konnten. Erst jetzt wurden die drei mit dem Frequenzgenerator verbundenen Verstärker (KEPCO Power Supply, BOP 20-50GL) nacheinander eingeschaltet.

Zwei der Verstärker waren jeweils mit zwei parallel zueinander stehenden Spulen verbunden, die eine homogene Magnetfeldstärke im Zwischenraum der Spulen erzeugen sollen. Die beiden Spulenpaare standen senkrecht zueinander, sodass sich ihre Zwischenräume kreuzten und die beiden Magnetfeldrichtungen in der Fokusebene des Mikroskops (LEICA, DM2500P) lagen. Der dritte Verstärker war mit einer einzelnen unter der Fokusebene liegenden Spule verbunden, deren Magnetfeld senkrecht zu dem der beiden Spulenpaare stand. Zusammen konnte mit diesem Aufbau ein frei im Raum orientierbares Magnetfeld $\vec{H}_{\text{ext}}$ erzeugt werden, das den Fokusbereich des Mikroskops homogen durchzog. Ein Foto der Spulenkonstruktion ist in Abb. 3.2 zu sehen.

Anschließend wurde das Muster aus seiner Lagerbox auf die unten liegende Spule gelegt, wobei auf perfekte Orientierung der Probe zu der Richtung der Spulen geachtet werden musste: Diese wurde derart gewählt, dass die Magnetfeldrichtungen der Spulenpaare mit den x- und y-Richtungen des Musters übereinstimmten. Durch das Programm StreamPix5[25] wurde mithilfe eines 20-fach Objektivs (Leica, HC PLAN APO 20x/0.70, 506166) die Probe abgelichtet und die Fokusebene in die Ebene des Musters gelegt. Anschließend konnte

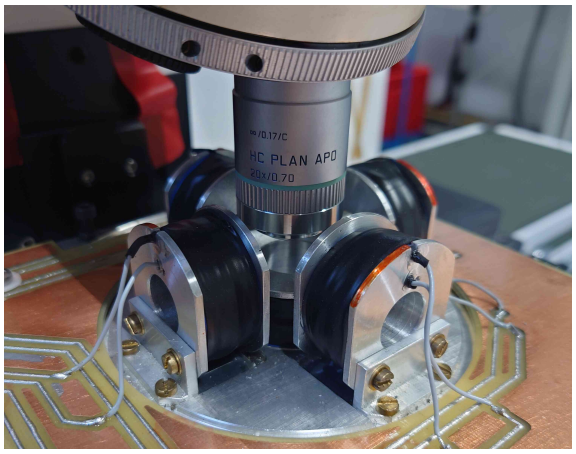


Abbildung 3.2: **Spulenkonstruktion**
Aufbau der Spulen am Mikroskop, mit dem ein frei im Raum orientierbares, im Probenvolumen homogenes Magnetfeld $\vec{H}_{\text{ext}}$ erzeugt wurde.

durch Verfahren der angebrachten Stage der relevante Bereich des Musters ins Sichtfeld der Kamera bewegt werden, wobei stets auf die verringerte Bewegungsfreiheit des Objektivs innerhalb der Spulenkonstruktion geachtet werden musste (vgl. Abb. 3.2).

Zuletzt wurden 20 µL der 3000-fach verdünnten Suspension der Dynabeads™ unter das Objektiv auf das Muster gegeben. Die Höhe der Stage wurde derart verfahren, dass der Suspensionstropfen und das Objektiv in vollem Kontakt standen, bevor wieder die gewollte z-Position eingestellt wurde. Vor jeder Entnahme von Partikelsuspensionen wurde das jeweilige Gefäß wenige Minuten auf einem Reagenzglasschüttler (IKA, Lab Dancer S000, 2800 1/min) geschüttelt, um sedimentierte Partikel in der Suspension zu homogenisieren.

Über das Programm des Frequenzgenerators wurde der Loop $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ des Magnetfelds $\vec{H}_{\text{ext}}$ aktiviert, woraufhin sofort die Aufnahme des Experiments in StreamPix gestartet wurde. Die Aufnahmen wurden beendet, sobald die Fokusebene und die Musterebene signifikant voneinander abwichen (siehe Kapitel 3.4), spätestens jedoch nach 10 min. Die Experimente wurden beendet und neu präpariert, sobald zu viele Partikel auf das Muster sedimentiert waren, als dass sich Einzelpartikel kollisionsfrei auf dem Muster bewegen konnten.

Der Transport wurde durch den Loop $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ induziert, der aus folgender sich wiederholender Sequenz aus Eckpunkten bestand:

$$(0°, 0°) \rightarrow (170°, 0°) \rightarrow (170°, 120°) \rightarrow (0°, 0°) \tag{3.2}$$

wobei jedes Tupel die Form (θ, ϕ) mit dem Polarwinkel θ und dem Azimutwinkel ϕ im Controlspace $\mathcal{C}$ hat. Die Eckpunkte wurden derart über Großkreissegmente verbunden, dass $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ sich ausschließlich auf der Kugeloberfläche des Controlspace $\mathcal{C}$ befand. Der Loop wurde gleichmäßig in 801 diskrete Punkte unterteilt, die vom Frequenzgenerator mit einer Frequenz von 60 Hz nacheinander eingestellt wurden, wodurch sich eine Umlaufdauer T von $T = 13.35$ s ergab. $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ ist dabei symmetrisch um den Fence eines undeformierten S_6-Musters gelegen, was im dislokationsfreien Gitter eine langreichweitige Translation der Partikel in einem Winkel von 30° zur Horizontalen induzieren würde.[3] Eine schematische Darstellung des Loops sowie eine Übersicht des Experiments ist in Abb. 3.3 zu sehen.

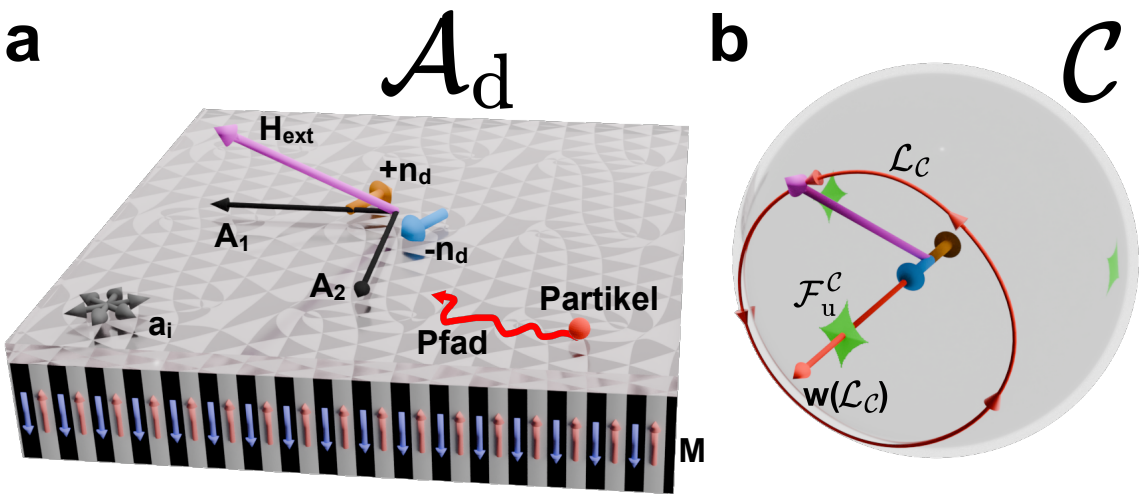


Abbildung 3.3: **Versuchsaufbau**[17]
Übersicht über den experimentellen Versuchsaufbau. a) Action Space $\mathcal{A}_\mathrm{d}$: Superparamagnetische Partikel werden angetrieben durch den Loop des externen Magnetfelds $\vec{H}_\mathrm{ext}$ über das magnetische Muster bewegt. Die Partikel liegen dabei auf einer Photolackschicht (grau), wodurch ein Abstand vom Magnetfeld des Musters erzeugt wird (rote und blaue Pfeile). Auf dem Muster sind die zwei Burgersvektoren $\pm\vec{n}_\mathrm{d}$ eines Defektpaars, die Gittervektoren $\vec{a}_i, i \in \{1, \ldots, 6\}$ des undeformierten S_6-Musters sowie die Gittervektoren $\vec{A}_1, \vec{A}_2$ des Dislokationsgitters zu sehen. b) Control Space $\mathcal{C}$: Schematische Darstellung des Loops $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ des externen Magnetfelds $\vec{H}_\mathrm{ext}$ (lila) um den Fence $\mathcal{F}_\mathrm{u}^\mathcal{C}$ eines undeformierten S_6-Musters. Am Mittelpunkt des Control Space setzen sowohl die beiden Burgersvektoren (blau, orange) sowie der Windungsvektor $\vec{w}(\mathcal{L}_\mathcal{C})$ an, um den sich $\vec{H}_\mathrm{ext}$ symmetrisch windet.

3.3 Mikroskopie

Zur Aufnahme der Experimente wurde das Auflichtmikroskop LEICA DM2500P mit einem 20x Objektiv (Leica, HC PLAN APO 20x/0.70, 506166) verwendet. Die Spulen zur Erzeugung des Magnetfelds wurden so an einer verfahrbaren Stage angebracht, dass das Magnetfeld den Fokusbereich des Objektivs homogen durchzog. Über das Programm StreamPix5[25] wurde die Kamera angesteuert und das Experiment über einen Zeitraum von bis zu 10 min abgelichtet. Die Aufnahmefrequenz der abschließend als AVI-Datei exportierte Videos lag bei 10 Hz, wobei die Videos zur schnelleren Verarbeitung anschließend mittels Fiji[26] zu TIF-Dateien umgewandelt wurden.

3.4 Partikelverfolgung

Nach Aufnahme der Experimente wurde zur Auswertung das Bildanalyseprogramm Fiji[26, 27] genutzt, eine um Plugins erweiterte Version von ImageJ[28]. Die Partikelbewegungen wurden dabei mittels des Plugins *Trackmate*[29–31] verfolgt und zur weiteren Analyse als CSV-Dateien abgespeichert.

Trackmate markiert dabei in jedem Zeitschritt kreisrunde Objekte mit einem vorher eingestellten Durchmesser (7 Pixel). Anschließend werden die Objekte zu ihren nächsten Nachbarn im nachfolgenden Zeitschritt verbunden, sofern eine eingestellte Maximaldistanz (7 Pixel) nicht überschritten wird. Trackmates Funktion, Lücken in Trajektorien zu akzeptieren und Objekte über mehrere Zeitschritte zu verbinden, wurde nicht genutzt.

Als Objektdetektor wurde der *Hessian detector*[32] genutzt, der alle Objekte lückenlos erkannte. Dieser teilt jedem Objekt zudem eine Qualität zu, wie akkurat es identifiziert wurde und nach der gefiltert werden kann. Es wurde ein derartiger Hochpass an Qualität eingestellt, dass alle Partikel fehlerfrei erkannt und etwaige falsch-positiv Ergebnisse beseitigt wurden.

Als Verfolgungsalgorithmus wurde *Simple LAP Tracker* gewählt, der fehlerfreie Ergebnisse produzierte.

Weiters wurden innerhalb von Fiji Filter für die Trajektorien gesetzt, um Trajektorien von Bipeds – stabförmigen Verbindungen von mehreren Partikeln[6] – oder festhängenden Trajektorien zu entfernen:

Da die Orientierung von Bipeds dem äußeren Magnetfeld $\vec{H}_{\text{ext}}$ folgt[6, 7], befindet sich nur ein Ende des Bipeds auf dem Muster und damit in der Fokusebene des Mikroskops, sofern $\vec{H}_{\text{ext}}$ nicht parallel zum Muster liegt. Beim Durchfahren von $\mathcal{L}_{\mathcal{C}}$ bewegen sich Bipeds mittels einer Laufbewegung fort[7], wobei sie abwechselnd mit einem der beiden Enden das Muster berühren und das jeweils andere Ende aus der Fokusebene bewegt wird.

Die Qualität, mit der Trackmate Partikel erkennen kann, nimmt außerhalb der Fokusebene signifikant ab. Folglich werden die Partikel in Bipeds nur für einen Bruchteil des Loops $\vec{H}_{\text{ext}}$ erkannt und verfolgt, und erzeugen kurze Trajektorien. Um Bipeds kategorisch aus der Auswertung auszuschließen, wurden alle Trajektorien unterhalb einer Dauer von 20 s herausgefiltert.

Bipeds mit einer Länge von zwei oder drei Partikeln wurden vom Filter nicht erfasst, da ihre Länge nicht ausreicht, um die Partikel weit genug aus der Fokusebene zu bewegen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde empirisch herausgefunden, dass der Filter *mean directional change* > 1.43 die Trajektorien dieser Bipeds herausfiltert, während sämtliche Einzelpartikeltrajektorien beibehalten werden. Die Berechnung des Werts erfolgt mittels

$$\text{mean directional change} = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}\alpha_{i,i+1} \quad [33] \tag{3.3}$$

Hierbei ist $\alpha_{i,i+1}$ der Winkel, den zwei aufeinanderfolgende Trajektoriensegmente einschließen und N die Anzahl der Segmente. Ein Segment ist die Verbindung von einem Partikel zum Zeitschritt t zu $t+1$.

Eine Begründung für die Funktion des Filters könnte sein, dass die Brownsche Bewegung eines Bipeds kleinere Ausmaße zeigt als die der Einzelpartikel, da es über eine größere Fläche mit dem Wasser wechselwirkt und Fluktuationen gedämpft werden. Die größeren Fluktuationen der Einzelpartikel könnten somit in einem größeren *mean directional change* der Trajektorien resultieren.

Um alle Partikel von der Analyse auszuschließen, die sich auf dem Boden festsetzten und keine Bewegung zeigten, wurden zuletzt Trajektorien mit einer Strecke kleiner als 23 Pixel herausgefiltert.

Zuletzt sollten die Geschwindigkeiten der Partikel zu jedem Zeitschritt ermittelt werden. Dazu wurden die x- und y-Komponenten der Geschwindigkeiten v_x, v_y zunächst in Python[20] mit Numpys[21] Funktion *gradient* errechnet und anschließend via

$$v(t,n) = \sqrt{v_x(t,n)^2 + v_y(t,n)^2} \tag{3.4}$$

zum Geschwindigkeitsbetrag v verrechnet. t, n sind dabei jeweils Indizes des Zeitschritts bzw. des Partikels.

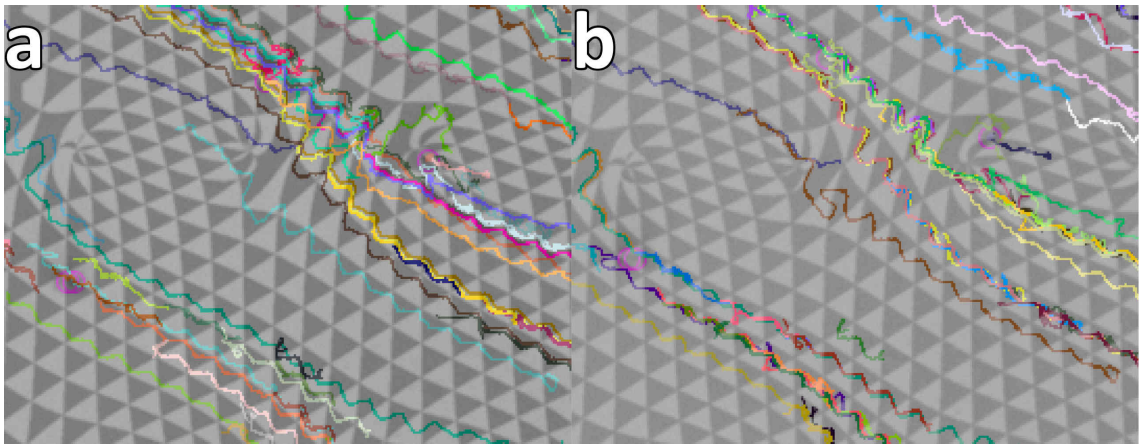


Abbildung 3.4: **Effekt der Driftkorrektur**
Durch Trackmate aufgenommene Trajektorien (bunt) vor (a) und nach (b) der Driftkorrektur. In Graustufen ist das theoretische Muster zu erkennen, das mit den experimentellen Daten überlagert wurde. Man erkennt, dass die Trajektorien vor der Driftkorrektur nicht zuverlässig zugeordnet werden können, während die Korrektur dafür sorgt, dass alle Trajektorien der gleichen Gleitlinie in den Daten aufeinanderfallen und analysierbar werden.

3.5 Driftkorrektur

Nach Aufnahme der Trajektorien mussten diese anschließend vom sog. *Drift* bereinigt werden: Eine über Zeit auftretende Verschiebung des mikroskopierten Bereichs, die auf thermische Ausdehnung der Komponenten und durch $\vec{H}_{\text{ext}}$ hervorgerufene Kräfte auf das Muster zurückgeführt werden kann. Sie tritt in allen drei Raumdimensionen auf, wobei im Folgenden zunächst auf die beiden Richtungen innerhalb der Fokusebene Bezug genommen wird.

Während der Drift bei Zeitspannen weniger Sekunden vernachlässigt werden kann, stört er bei längeren Aufnahmen die Partikelverfolgung auf dem Muster signifikant: Wie in Abb. 3.4 a) zu erkennen ist, wurden verzögert zueinander aufgenommene Trajektorien gegeneinander verschoben und lassen sich nicht mehr eindeutig auf dem zugrundeliegenden Muster verorten. Um die lokale Auswirkung des Musters auf die Partikelbewegung zu analysieren, musste deshalb eine Möglichkeit gefunden werden, den zeitlichen Drift zu korrigieren.

Zur Beseitigung von Drifts kann Fijis Plugin *Correct 3D Drift* verwendet werden,[34] das einen Bildausschnitt über das gesamte Video nachverfolgt und anschließend jedes Einzelbild dermaßen verschiebt, dass der Bildausschnitt über das gesamte Video unbewegt bleibt. Idealerweise kann dafür ein Ausschnitt gewählt werden, der ein markantes, unbewegliches Objekt beinhaltet, anhand dessen das Plugin die Verschiebung der Einzelbilder errechnet.

Als unbewegliches Objekt wurden günstig am Rand des Musters gelegene Unreinheiten verwendet, die sich auf dem Substrat festgesetzt haben. Eine Störquelle für den Verfolgungsalgorithmus des Plugins sind Partikel, die sich durch den gewählten Bildausschnitt bewegen. Aus diesem Grund wurde vor Durchführung ein temporaler Gauß-Filter auf die Videos angewandt, der die Intensität jedes Pixels auf die zeitlich umliegenden Pixel gaußförmig verteilt. Als Standardabweichung der Verteilung wurden 200 Zeitschritte ($\hat{=}20\,\text{s}$) gewählt. Der Filter lässt die Intensität der sich auf einer deutlich kürzeren Zeitskala bewegenden Partikel signifikant absinken, während die stationären Unreinheiten beinahe unverändert bleiben.

Mit dieser Vorarbeit konnte der Drift fehlerfrei berechnet und von den Rohdaten der Trajektorien abgezogen werden. In Abb. 3.4 b) ist zu erkennen, dass die Trajektorien nun präzise aufeinander fallen, was sich mit den Beobachtungen aus dem Experiment deckt. Eine eindeutige Verortung der Partikel auf dem Muster sowie eine genauere Analyse der Trajektorien ist damit im Weiteren ermöglicht.

Wie eingangs erwähnt trat Drift auch senkrecht zur Substratebene auf, wodurch sich das Experiment über eine Zeitspanne von ca. 10 min aus der Fokusebene bewegte. Aus diesem Grund wurden Aufnahmen nach dieser Zeitspanne beendet, bevor der Fokus neu justiert und eine neue Aufnahme gestartet wurde. So konnte gewährleistet werden, dass die Partikel über eine gesamte Aufnahme hinweg wie im vorigen Kapitel 3.4 beschrieben verfolgt werden konnten.

3.6 Overlay und affine Transformation

Nachdem nun alle Partikel verfolgt und vom Drift des Versuchsaufbaus bereinigt wurden, müssen die Trajektorien nun an der richtigen Stelle des Musters (Kapitel 2.2) dargestellt werden. Die experimentellen Aufnahmen sind gegenüber dem errechneten Muster skaliert sowie aufgrund natürlicher Ungenauigkeiten im Aufbau verschoben und gedreht. Um dies zu beheben, wurden zwei Punkte $\vec{A}, \vec{B}$ des Musters in den Aufnahmen $\vec{A'}, \vec{B'}$ identifiziert, die über eine affine Transformation miteinander verknüpft sind:

$$\vec{A} = s\mathbf{R} \cdot \vec{A'} + \vec{t} \tag{3.5}$$

$$\vec{B} = s\mathbf{R} \cdot \vec{B'} + \vec{t} \tag{3.6}$$

Dabei ist $\mathbf{R}$ eine 2x2-Rotationsmatrix, s der Skalierungsfaktor und $\vec{t}$ ein Verschiebungsvektor. Der Skalierungsfaktor kann vorab durch Berechnung der Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{A'B'}$ errechnet und die Koordinaten der Trajektorien skaliert werden, wodurch ausgeschrieben folgender Ausdruck bleibt:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a'_1 \\ a'_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} \tag{3.7}$$

α ist dabei der Drehwinkel, dx die Verschiebung in x- und dy in y-Richtung. Die Koordinaten a'_1, a'_2 beinhalten zur besseren Übersicht bereits den Skalierungsfaktor s. Die Gleichung für $\vec{B}$ verhält sich analog. Die Gleichungen lassen sich in folgendes lineares Gleichungssystem der Form $\mathbf{A} \cdot \vec{x} = \vec{b}$ umschreiben:

$$\begin{pmatrix} a'_1 & -a'_2 & 1 & 0 \\ a'_2 & a'_1 & 0 & 1 \\ b'_1 & -b'_2 & 1 & 0 \\ b'_2 & b'_1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \\ dx \\ dy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \tag{3.8}$$

Das System 3.8 besteht aus vier Gleichungen für vier Unbekannte, und ist unter Angabe der Koordinaten von $\vec{A}, \vec{B}, s\vec{A'}, s\vec{B'}$ nach dem Vektor $\vec{x}$ lösbar. Die Berechnungen wurden in Python[20] mittels Numpys[21] *linalg.solve* durchgeführt. Die x- und y-Koordinaten aller Partikelpositionen in den Trajektorien wurden analog zu Gleichung 3.7 mit den so ermittelten Werten transformiert.

4 Ergebnisse

Nachdem im vorhergehenden Kapitel die Methoden zur Herstellung der Muster, Experimentdurchführung und Auswertung erklärt wurde, soll sich hier mit den darauf erhaltenen Ergebnissen beschäftigt werden. Zuerst wird die grundsätzliche Bewegungsform der Partikel beschrieben, die mit den Defekten im Muster in Berührung kommen. Anschließend soll eine Erklärung für die Bewegung gefunden werden, indem die Partikelgeschwindigkeiten analysiert und mit den verbotenen Regionen des Musters in Korrelation gesetzt wird. Später wechselt diese Arbeit vom Experiment zur Simulation, um die langreichweitige Bewegung der Partikel zu erfassen und damit Eigenschaften des Quasikristalls nachzuweisen. Schlussendlich wird sich mit der Kommensurabilität der Partikelbewegungen zu den beiden zugrundeliegenden Mustern beschäftigt und wie diese von der Stärke der eingesetzten Dislokationen beeinflusst wird.

4.1 Defekte brechen Zeitumkehrinvarianz des Systems

Beginnen soll diese Arbeit, indem wir einen genaueren Blick auf die kurzreichweitige Bewegung der Partikel auf dem Dislokations-Quasikristall werfen.

Das Muster wurde wie in Kapitel 2.2 beschrieben errechnet, anschließend Kapitel 3.1 folgend hergestellt und mit einer Photolackschicht finalisiert. Paramagnetische Partikel wurden aus ihrer Stammlösung heraus wie in Kapitel 3.2 erklärt verdünnt und auf das Muster pipettiert. Das Anlegen des zeitabhängigen, äußeren Magnetfelds folgte Kapitel 3.2, dem auch der verwendete Loop zu entnehmen ist. Kurz nach Anlegen des Magnetfelds wurde die Mikroskopie wie in Kapitel 3.3 beschrieben gestartet und aus den erhaltenen TIF-Dateien die Trajektorien der Partikel aufgenommen (siehe Kapitel 3.4). Anschließend wurden die Datensätze um den natürlichen Drift der Kameraperspektive korrigiert (siehe Kapitel 3.5) sowie die Abweichung der Bildbereiche zwischen den Experimenten mit affinen Transformationen zurückgerechnet (siehe Kapitel 3.6). Zuletzt wurde das verwendete Muster mit den experimentellen Daten überlagert.

Was übrig bleibt sind die Trajektorien der Partikel aus den einzelnen Messreihen, deren systematische Abweichungen durch Drehung und Verschiebung der Probe minimiert wurden. Die Passgenauigkeit der Trajektorien zum überlagerten Muster konnte vor der weiteren Analyse verifiziert werden (Kapitel 3.6). Ein um ein repräsentatives Defektpaar gelegener Ausschnitt der jetzt analysierbaren Trajektorien ist in Abb. 4.1 zu sehen.

Man erkennt, dass die Trajektorien zunächst Bewegungen entlang der Gleitlinien zeigten, die für den gewählten H_{ext}-Loop auf einem S_6-Muster zu erwarten sind: Bei keiner signifikanten Störung der zugrundeliegenden S_6-Symmetrie bewegten sich die Partikel im Wechsel von aus dem Muster (weiß) auf in das Muster (grau) magnetisierte Felder und folgten der Gleitlinie von oben links nach unten rechts.

Im direkten Einflussbereichs der Defekte zeigte sich jedoch ein deutlicher Unterschied in der Bewegung der Partikel, der von der Richtung des Burgersvektors $\vec{b}$ im Vergleich zum Windungsvektor $\vec{w}(\mathcal{L}_\mathcal{C})$ abhing:

Bei Defekten, die Gleitlinien auslöschen ($\vec{b} \downarrow\uparrow \vec{w}(\mathcal{L}_\mathcal{C})$), kollabierten die Partikel nacheinander auf ihre benachbarten Gleitlinien, bis schließlich nur eine Gleitlinie mit Partikeln besetzt

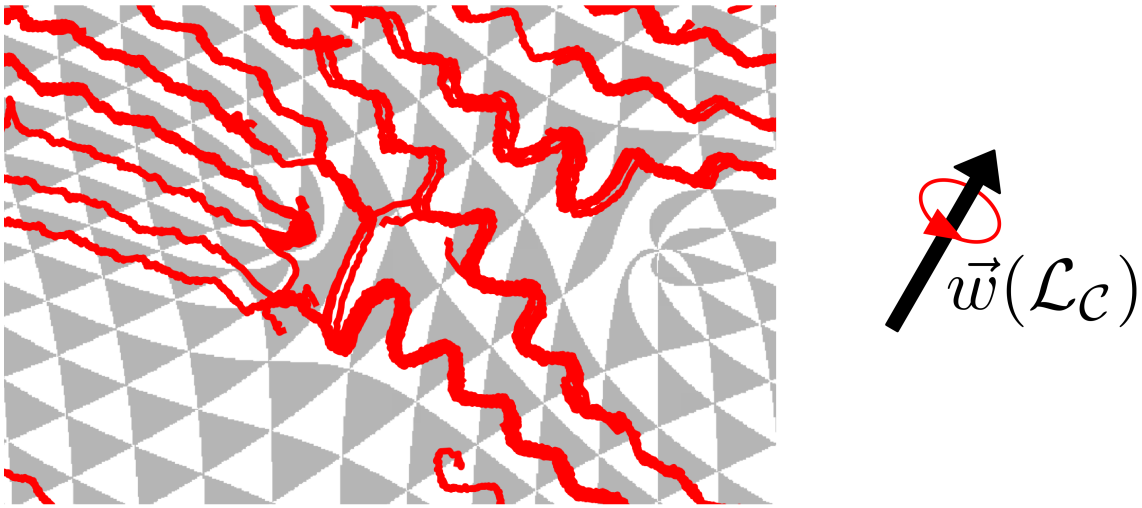


Abbildung 4.1: **Trajektorienverlauf an einem Defektpaar**
Links zu sehen sind die experimentell aufgenommenen Trajektorien (rot) der Partikel in der Nähe von einem Defektpaar auf dem Dislokationsquasikristall. Weiße Felder sind aus dem Muster heraus, graue in das Muster hinein magnetisiert. Die Partikel bewegten sich von oben links nach unten rechts. Die Trajektorien reagierten unterschiedlich auf die beiden Defekte: Bei Vernichtung von Gleitlinien (linker Defekt) kollabierten die davon betroffenen Trajektorien auf eine überlebende Gleitlinie, deren Population an Partikeln zunahm. Bei der Erzeugung von Gleitlinien (rechter Defekt) blieben die neu erzeugten Linien unbesiedelt und alle Trajektorien wählten dieselbe Gleitlinie, um dem Defekt auszuweichen. Rechts zu sehen ist der Windungsvektor $\vec{w}(\mathcal{L}_\mathcal{C})$ (schwarz) mit dem dazugehörigen Loop (rot), der die Bewegung der Partikel induzierte.

war – folgend *Überlebenstrajektorie* genannt. Diese Gleitlinien waren folglich deutlich dichter mit Partikeln besiedelt, da sie die Partikel aus allen Gleitlinien beinhalteten, die durch den Defekt ausgelöscht werden. Siehe dazu den links in Abb. 4.1 gezeigten Defekt.

Eine andere Bewegung zeigte sich im Fall $\vec{b} \uparrow\uparrow \vec{w}(\mathcal{L}_\mathcal{C})$, bei dem Defekte neue Gleitlinien hinzufügen (Abb. 4.1 rechts). Hier bewegten sich alle Partikel, deren Gleitlinie direkt auf dem Defekt endete, auf derselben Gleitlinie weiter. Insbesondere sei dabei angemerkt, dass kein Streuen der Partikel auf die neu erzeugten Gleitlinien beobachtet werden konnte. Somit blieben diese im weiteren Verlauf des Musters unbesetzt, ausgenommen potenzieller Sedimentation von weiteren Partikeln. Die Population der Überlebenstrajektorie blieb somit gleich.

Insgesamt zeigt sich, dass die Einführung von Defekten in das S_6-periodische Muster dafür sorgt, dass der Quasikristall seine kurzreichweitige Translationsinvarianz verliert. Nachfolgend soll deshalb analysiert werden, ob sie darüber hinaus auch Auswirkungen auf die Zeitumkehrinvarianz der Partikelbewegung hat.

Wie in Kapitel 2.2 erläutert unterscheiden sich die beiden Defekte eines Paares nur um das Vorzeichen ihres Burgersvektors $\vec{b}$ und damit in der Richtung, in der Gleitlinien erzeugt werden. Die zeitumgekehrte Variante eines Loops von $\vec{H}_{\text{ext}}$ resultiert ebenfalls im Tauschen des Vorzeichens $\vec{w} \to -\vec{w}$. Für den topologischen Transport ist allerdings nur relevant, ob $\vec{w}$ parallel oder antiparallel zu $\vec{b}$ ist, womit Fälle äquivalent sind, bei denen sowohl $\vec{w}$ als auch $\vec{b}$ ihr Vorzeichen ändern.

Begründet ist dies darin, dass es aufgrund der Eigenschaften des Quasikristalls zu jedem Defekt mit Burgersvektor $\vec{b}$ nach Inversion i und horizontaler Spiegelung σ_h einen infinitesimal gering abweichenden Defekt mit $\vec{b}' = -\vec{b}$ gibt. Da alle Defekte mit gleichem $\vec{b}$ den

gleichen Effekt auf die Trajektorien hatten, kann der gepaarte Defekt als äquivalent zum Defekt mit $\vec{b}'$ gesehen werden.

Anschaulich bedeutet das, dass es für die Partikel keinen Unterschied darin gibt, sich einen Defekt mit $\vec{w}$ zu nähern, oder mit dem zeitinvertierten Loop $-\vec{w}$ auf den anderen Defekt zu treffen: Die zwei Defekte stellen bei gleichem $\vec{w}$ somit zeitinvertierte Varianten voneinander dar.

Interessant wird diese Überlegung beim Auslöschen von bestehenden Gleitlinien: Beim Durchlaufen des Defekts kollabierten alle Partikel auf eine Überlebenstrajektorie. Bei perfekter Zeitumkehrinvarianz würde ein Umkehren des Loops dafür sorgen, dass sich die Partikel beim Rücktransport wieder auf ihre Ursprungstrajektorie sortieren. Stattdessen lässt sich anhand des zweiten Defekts jedoch erkennen, dass alle Partikel auf derselben Trajektorie blieben. Das bedeutet, dass die Partikel beim Durchlaufen des Falls $\vec{b} \downarrow\uparrow \vec{w}(\mathcal{L}_\mathcal{C})$ vollständig die Zeitumkehrinvarianz ihres Transports verloren, die für adiabatischen topologischen Transport sonst üblich ist.[3] Ein Gedächtnis, von welcher Gleitlinie aus sie in den Defekt transportiert wurden, hatten die Partikel somit nicht.

4.2 Trajektorien kollabieren nichtadiabatisch an Defekten

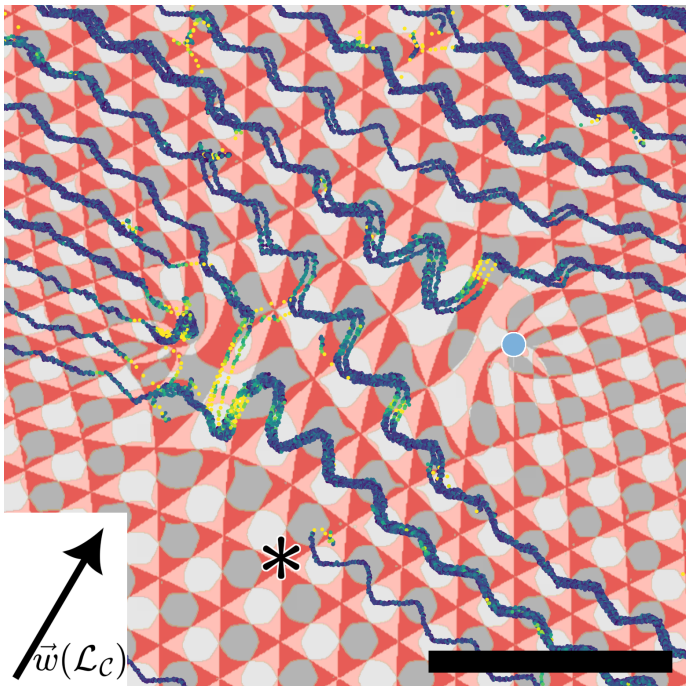


Abbildung 4.2: **Nichtadiabatische Sprünge über verbotene Regionen**[17]
Zu sehen sind dasselbe Defektpaar und Trajektorien wie in Abb. 4.1. Die Trajektorien sind in ihre einzelnen Zeitschritte diskretisiert, wobei jeder Punkt den Ort sowie über die Farbkodierung (Viridis) die Geschwindigkeit des Partikels in diesem Zeitschritt markiert. In Blau ist der adiabatische Transport und in Gelb die im Vergleich dazu schnelleren, nichtadiabatischen Ratschensprünge zu sehen. Die verbotenen Regionen im Muster sind in Rot markiert. Es ist erkennbar, dass Ratschensprünge ausschließlich dort auftraten, wo Trajektorien in Kontakt mit einer verbotenen Region kamen. Sprünge endeten immer in erlaubten Regionen. Unten links ist der Windungsvektor abgebildet. Der schwarze Messbalken unten rechts entspricht 25 µm. $v_{\text{cutoff}} = 4.38\,\frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$, schnellere Partikel ebenfalls in Gelb.

Unter dieser Überlegung soll sich im Folgenden damit beschäftigt werden, ob der Kollaps der Partikeltrajektorien an den Defekten adiabatisch stattfindet. Dazu sollen die Geschwindigkeiten der Partikel analysiert werden, wobei insbesondere der Einfluss der verbotenen Regionen des Musters herausgearbeitet werden soll. Die Geschwindigkeiten der Partikel zu jedem Zeitschritt wurden wie in Kapitel 3.4 beschrieben berechnet.

In Abb. 4.2 ist erneut das repräsentative Defektpaar aus Abb. 4.1 zu sehen, wobei die Trajektorien nun in separate Zeitschritte diskretisiert wurden. Jeder Punkt stellt dabei die Position und über die farbliche Markierung die Geschwindigkeit eines Partikels zu einem Zeitschritt dar. Als Farbskala wurde *Viridis* gewählt, wodurch niedrige Geschwindigkeiten in Blau und hohe Geschwindigkeiten in Gelb zu sehen sind. Details zur Geschwindigkeitsverteilung der Partikel sowie der Grenzen der Farbskala sind Abb. 4.3 zu entnehmen. Über das darunterliegende Muster wurden zudem die numerisch errechneten verbotenen Zonen (vgl. Kapitel 2.1) in einer roten Maske gelegt.

Man erkennt, dass die Partikel vor dem Kollaps auf nebenliegende Gleitlinien stets in Kontakt mit verbotenen Regionen getreten sind. Statt ihrer eigenen Gleitlinie zu folgen, steigerte sich ihre Geschwindigkeit drastisch und sie bewegten sich durch die verbotene Region hindurch auf eine erlaubte Region einer nebenliegenden Gleitlinie. Bemerkenswert ist dabei zudem, dass alle Partikel einer kollabierenden Gleitlinie am gleichen Ort mit identischer Geschwindigkeit kollabierten, statt etwa statistisch verteilt in einem ausgebreiteten Bereich der Gleitlinie.

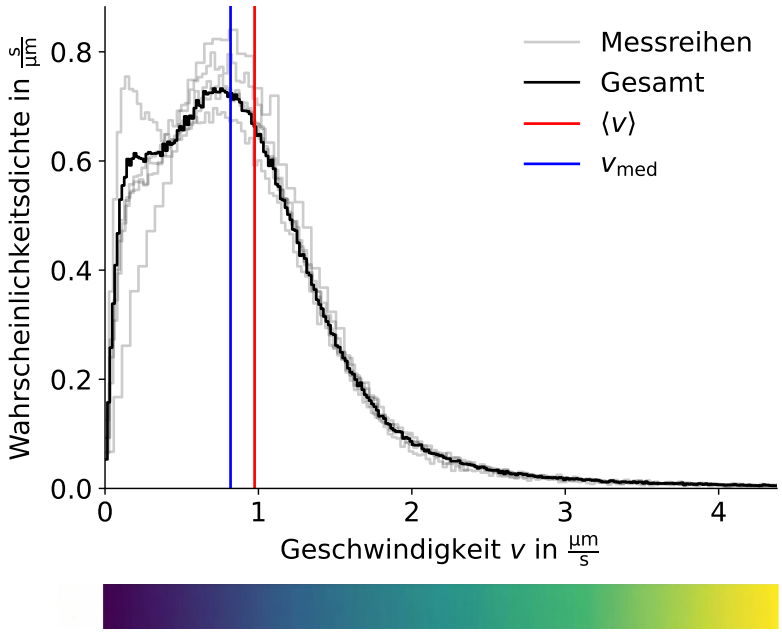


Abbildung 4.3: **Geschwindigkeitsverteilung der Partikel**
Aufgetragen ist die Wahrscheinlichkeitsdichte gegen die Geschwindigkeit der Partikel (schwarz). Die grauen Verteilungen entsprechen den gleichen Daten, aufgeteilt in ihre einzelnen Messreihen. Die beiden vertikalen Linien markieren die mittlere Geschwindigkeit $\langle v \rangle \approx 0.975\,\frac{\mu m}{s}$ (rot) sowie die Mediangeschwindigkeit $v_{med} = 0.818\,\frac{\mu m}{s}$ (blau). Unter der v-Achse ist die Farbskala *Viridis* abgebildet, mit der die Zeitschritte in Abb. 4.2 markiert wurden. Es zeigt sich eine deutliche Häufung der Wahrscheinlichkeitsdichte im Bereich niedriger Geschwindigkeiten um den Median herum. Der Mittelwert liegt bei höheren Geschwindigkeiten als der Median.

Es kann daher gefolgert werden, dass das Zusammenspiel aus der lokalen Verformung des Musters durch die Defekte und dem konkret verwendeten Loop $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ die Partikel gezielt an Grenzflächen zwischen erlaubten und verbotenen Regionen transportiert. Die lokale Potentiallandschaft des Magnetmusters sowie der weitere Verlauf von $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ induzieren anschließend gezielte Ratschensprünge der Partikel über verbotene Regionen hinweg auf anliegende erlaubte Regionen, in denen sich die Partikel wieder adiabatisch fortbewegen können. Das durch die Dislokation bedingte Auslöschen von Gleitlinien scheint mit wenigen Ausnahmen (siehe Kapitel 4.3) für die nötige Verformung des S_6-Musters zu sorgen, um zuverlässig die Voraussetzungen für Ratschensprünge zu gewährleisten.

Um den Kollaps der Trajektorien eindeutig als Ratschensprünge zu identifizieren, ist in Abb. 4.3 die Geschwindigkeitsverteilung der Partikel sowie die Zuordnung der Farbskala zu den Geschwindigkeiten v zu sehen. Es zeigt sich, dass die absolute Mehrheit aller Partikelbewegungen mit $v \leq 2\,\frac{\mu m}{s}$ stattfand, wobei der Median aller Geschwindigkeiten bei $0.818\,\frac{\mu m}{s}$ lag.

Kollapse auf andere Gleitlinien über verbotene Regionen hinweg zeigten jedoch eine deutlich höhere Geschwindigkeit von über $4.38\,\frac{\mu m}{s}$, wodurch sie sich über 5.3-mal so schnell bewegten als der Median aller Partikel. Aufgrund der signifikanten Abweichung der Geschwindigkeiten von der restlichen statistischen Verteilung kann daher gesagt werden, dass es sich bei den Kollapsen um nichtadiabatische Ratschensprünge der Partikel handelt (vgl. Kapitel 2.1).

Insgesamt zeigt sich somit, dass die Einführung von Defekten die kurzreichweitige Translationsordnung des S_6-Musters bricht, indem die Partikel nichtadiabatische Ratschensprünge an auszulöschenden Gleitlinien zeigen. Es zeigt sich ebenfalls ein kleinerer Ratschensprung am dazu gepaarten Defekt, der die Überlebenstrajektorie um den Defekt herumführt. Im Folgenden soll sich deshalb damit beschäftigt werden, inwiefern die Einführung der Defekte den langreichweitigen Transport der Partikel beeinflusst.

4.3 Langreichweitige Translationsordnung des Quasikristalls

Nachdem in den letzten Kapiteln die kurzreichweitigen Effekte der eingeführten Dislokationen auf die Partikeltrajektorien herausgearbeitet wurde, kommt die Frage auf, wie sich diese Effekte auf die langreichweitige Translation der Partikel auswirkt. Einerseits machen die arithmetisch deterministische Abweichung jedes Defekts sowie die Inkommensurabilität des S_6-Magnetmusters mit dem C_4-Defektgitter plausibel, dass es langreichweitig zu einer statistischen Verteilung der Partikel über das Muster kommen muss. Andererseits lässt die Zusammenführung mehrerer Trajektorien an Defekten mit $\vec{b} = +3\hat{b}$ den Schluss zu, dass die Partikel nicht über das Muster gestreut, sondern langreichweitig zusammengeführt werden.

Den langreichweitigen Transport auf dem Quasikristall zu analysieren, wirft diverse experimentelle Herausforderungen auf, wobei die größte Hürde wohl die begrenzte Größe des vorhandenen Musters ist. Das physisch vorhandene Muster ist schlicht zu klein, um Trajektorien über mehrere Dutzend bis Hundert von Defekten transportieren zu lassen und den langreichweitigen Transport zu untersuchen. Aus diesem Grund wurden die nächsten Schritte von Sebastian Wohlrab theoretisch simuliert,[4] wodurch eine praktisch unbegrenzte Laufzeit der Partikel gewährleistet werden konnte.

In Abb. 4.4 ist eine Nachverfolgung der simulierten Trajektorien zu sehen. Man erkennt, dass sich alle Partikel einer Dislokationseinheitszelle innerhalb von wenigen Einheitszellen auf eine von zwei Überlebenstrajektorien sortiert haben. Die Überlebenstrajektorien sind dabei in Rot und Blau markiert, und die jeweils auf sie kollabierenden Trajektorien in Hellrot bzw. Hellblau.

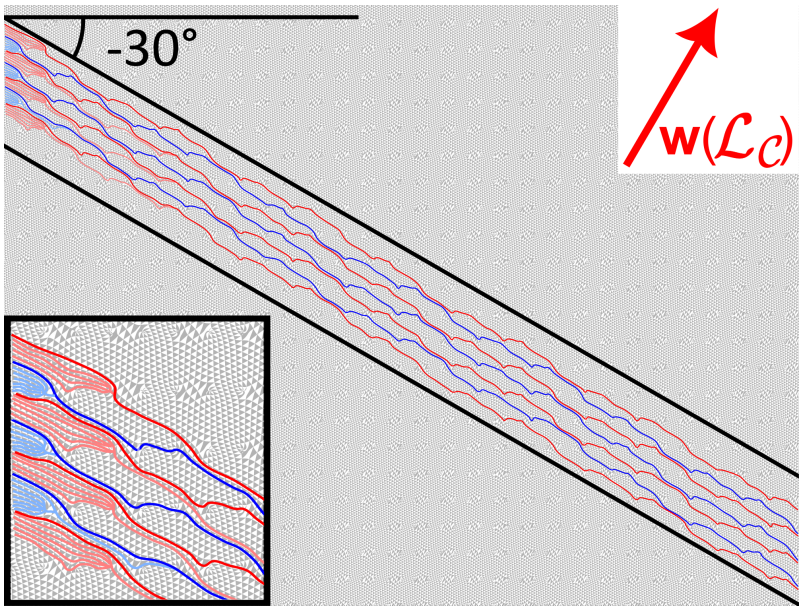


Abbildung 4.4: **Langreichweitige Translation der Partikel**
Nachverfolgung der numerisch simulierten Partikeltrajektorien über mehrere Dutzend Dislokationspaare. Es zeigt sich, dass die Partikeltrajektorien (hellrot / -blau) auf mittleren Ortsskalen von den Dislokationen auf zwei Überlebenstrajektorien pro Einheitszelle des Defektgitters sortiert werden (dunkelrot / -blau). Im Einsatz unten links ist eine Vergrößerung der Sortierung zu sehen. Die zwei Überlebenstrajektorien streuen weder am Muster, noch kollabieren sie auf langen Ortsskalen aufeinander. Stattdessen bewegen sich die Partikel langreichweitig persistent unter einem Winkel von $\phi = -33.91°$ zur Horizontalen fort. In Schwarz ist ein Winkel von $-30°$ markiert, dem Partikel im undeformierten S_6 folgen. Oben rechts ist der Windungsvektor $\vec{w}(\mathcal{L}_\mathcal{C})$ abgebildet.

Des Weiteren fällt auf, dass die beiden Überlebenstrajektorien über die Gesamtheit des Musters weder ineinander noch in Überlebenstrajektorien benachbarter Einheitszellen kollabierten. Zudem zeigte sich keine Streuung oder statistische Verteilung der Partikel über das gesamte Muster hinweg. Stattdessen lässt sich erkennen, dass die Partikel langreichweitig persistent einem Winkel von $\phi_3 = -33.91°$ zur Horizontalen von $\mathcal{A}_\mathrm{d}$ folgten.

Daraus lässt sich folgern, dass der konstruierte Quasikristall eine langreichweitige Translationsordnung besitzt,[35–37] obwohl er selbst keine kurzreichweitige Translationsordnung hat (Kapitel 4.1). Auffällig ist dabei zudem die Abweichung vom $-30°$-Winkel zur Horizontalen, dem die Partikel unter Anwendung des gleichen Loops $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ auf einem undeformierten S_6-Muster folgen würden.

Als Begründung dafür kann sowohl die arithmetisch deterministische Form des Quasikristalls, als auch die Art der Ratschensprünge der Partikel an den beiden Dislokationen genannt werden. Wie im vorhergehenden Kapitel gezeigt wurde (siehe Abb. 4.2), werden die Partikel auf unterschiedliche Weise an den beiden Dislokationen von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt:

Bei der Auslöschung von Gleitlinien ($\vec{b} = +3\hat{b}$, $\vec{b} \downarrow\uparrow \vec{w}$) legen die Partikel teils Sprünge über ganze Gitterkonstanten zurück, die bevorzugt eine negative geometrische Ablenkung von der Ursprungstrajektorie aufweisen. Bei der Erzeugung neuer Gleitlinien ($\vec{b} = -3\hat{b}$, $\vec{b} \uparrow\uparrow \vec{w}$) verhält es sich umgekehrt: Alle Partikel folgen derselben Gleitlinie, die eine positive geometrische Ablenkung verursacht. Die Sprünge sind verglichen zum anderen Fall jedoch klein, weshalb die negative Ablenkung von $-30°$ überwiegt.

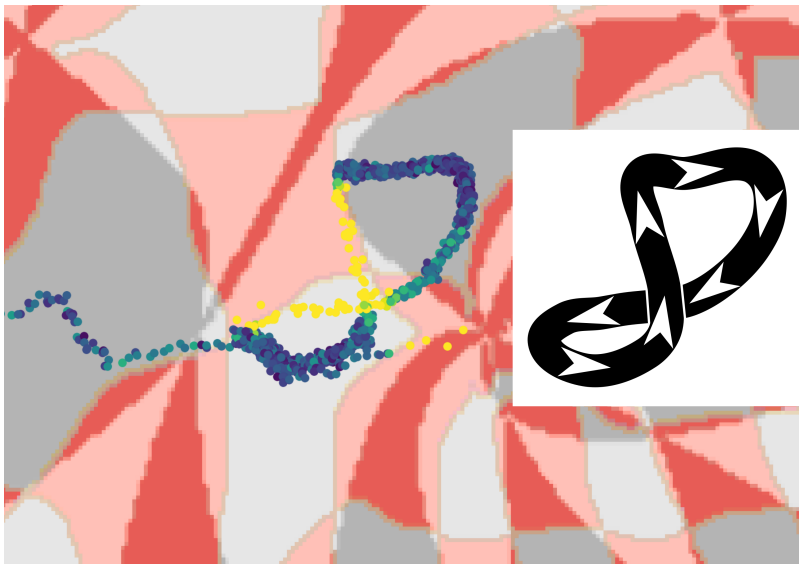


Abbildung 4.5: **Partikel in einem Limitzyklus**
Zu sehen ist die Trajektorie eines Partikels, das in einem Limitzyklus gefangen ist. Die Bedeutung aller Farben und der Trajektorie ist unverändert zu Abb. 4.2. Das Partikel ist in einem periodischen Kreislauf gefangen, in dem es wiederholt Ratschensprünge zwischen zwei Gleitlinien ausführt. Im weißen Einsatz ist eine schematische Darstellung der Bewegungsrichtung des Partikels zu sehen.

Zudem ist es durchaus denkbar, dass die Arithmetik des Quasikristalls ein Treffen der Partikel auf $\vec{b} = +3\hat{b}$ statistisch begünstigt und dessen Wirkung auf den Inklinationswinkel ϕ_3 verstärkt.

Während Partikel in einem S_6-Muster langreichweitig einem $-30°$-Winkel folgen, gilt selbiges für ein undeformiertes C_4-Muster unter einem Winkel von $-45°$.[2, 3] Dass ϕ_3 zwischen beiden liegt, lässt die Vermutung naheliegen, dass es sich hierbei um einen Kompromiss zwischen dem S_6-Magnetmuster und dem C_4-Dislokationsgitter handelt. Um dies zu prüfen, sollen im nächsten Kapitel die Winkel ϕ_{n_d} für unterschiedlich viele von Dislokationen eingebrachte Kanäle n_d bestimmt und auf ihre Kommensurabilität zu den beiden Gittern analysiert werden.

4.4 n_d bestimmt die Kommensurabilität zu Muster und Gitter

Um die Winkel ϕ_{n_d} für andere Burgersvektorstärken n_d zu bestimmen, wurden in den Simulationen die Gleichungen 2.7 und 2.8 angepasst. Zusammen mit dem bereits bearbeiteten $n_\mathrm{d} = 3$ wurden alle ganzzahligen $n_\mathrm{d} \in \{0, 1, \ldots, 6\}$ auf gleicher Art analysiert. Eine Ausnahme bildet hierbei das undeformierte S_6-Muster $n_\mathrm{d} = 0$, das freilich einen Winkel $\phi_0 = -30°$ liefert.[3]

Auf allen übrigen Mustern wurden Partikel so lange transportiert, bis sie permanent in einem Zustand gefangen waren, den wir im Weiteren als *Limitzyklus* bezeichnen: Statt nach einem Ratschensprung in einer Dislokation weitertransportiert zu werden, hängen die Partikel in einem periodischen Zyklus zwischen zwei erlaubten Regionen fest. Die zwei erlaubten Regionen gehören dabei zwei unterschiedlichen Gleitlinien an, zwischen welchen die Partikel mit Ratschensprüngen wiederholt ihre Position wechseln. Die Darstellung eines Limitzyklus ist in Abb. 4.5 zu sehen.

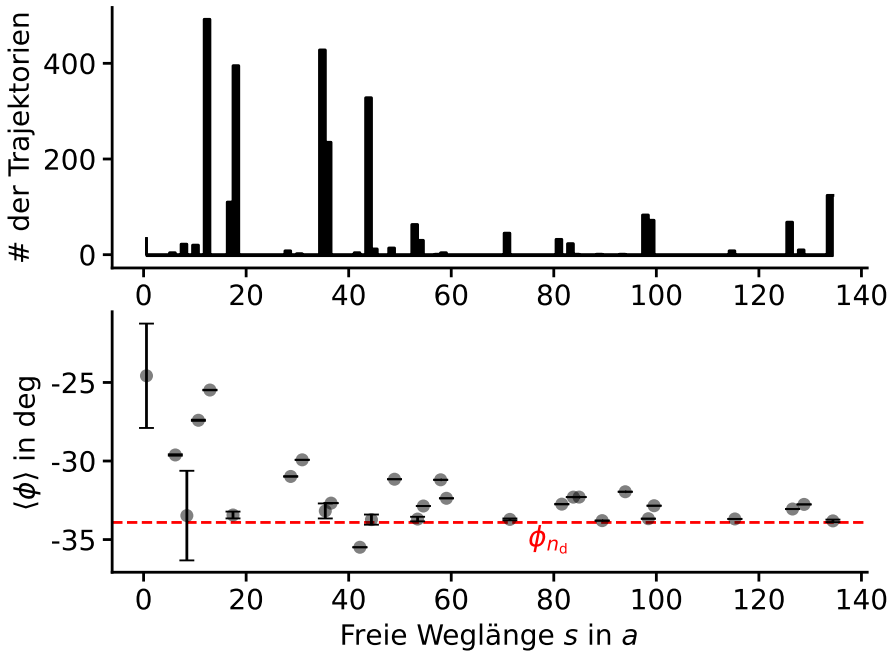


Abbildung 4.6: **Bestimmung von ϕ_{n_d} am Beispiel $n_\mathrm{d} = 3$**
Zur Bestimmung von ϕ_{n_d} wurde die freie Weglänge s aller simulierten Trajektorien aufgenommen, bis sie in einem Limitzyklus gefangen wurden. Ein Histogramm der erhaltenen Trajektorienlängen ist im oberen Graphen zu sehen. Von jeder Trajektorie wurde der Winkel ϕ bestimmt, den sie mit der Horizontalen des Musters einschloss. Die ϕ aller Trajektorien einer Histogrammklasse wurden zu $\langle\phi\rangle$ gemittelt und gegen s aufgetragen (unten). Für langreichweitigen Transport ($s \gtrsim 40$) liegen alle $\langle\phi\rangle$ unterhalb von 30°. Der Winkel der am längsten überlebenden Trajektorie wird als ϕ_{n_d} gewertet und ist mit einer rot gestrichelten Linie gekennzeichnet.

Limitzyklen treten nur bei wenigen Dislokationen auf, bei denen die arithmetisch deterministische, lokale Deformation des Magnetmusters die Voraussetzungen für periodische Ratschensprünge liefert. Da die Partikel in Simulationen jedoch nicht miteinander kollidieren können, bilden Limitzyklen die einzige Art, Trajektorien zu einem Ende zu bringen.

Zwischen Start- und Endpunkt einer jeden Trajektorie kann ein Vektor $\vec{r}$ bestimmt werden, der einen Winkel ϕ zur Horizontalen bzw. der x-Achse des Musters einschließt:

$$\phi = -\arccos\left(\frac{\vec{r}\cdot\hat{e}_x}{|\vec{r}|}\right) \tag{4.1}$$

wobei $\hat{e}_x$ den Einheitsvektor in x-Richtung darstellt. Über den zeitabhängigen Pfad $\vec{s}(t)$ einer Trajektorie kann die freie Weglänge jedes Partikels $s = |\vec{s}|$ bestimmt werden, via der alle Trajektorien in ein Histogramm eingeteilt wurden (siehe Abb. 4.6 oben). In jeder Klasse des Histogramms wurden die Winkel ϕ aller Trajektorien zu $\langle\phi\rangle$ gemittelt und gegen die freie Weglänge aufgetragen (Abb. 4.6 unten). ϕ der Trajektorie mit der größten freien Weglänge s wurde als ϕ_{n_d} gewertet. Die beschriebene Auswertung wurde dabei für jedes $n_\mathrm{d} \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ separat durchgeführt, hier wird sich exemplarisch auf den Fall $n_\mathrm{d} = 3$ bezogen.

Es lässt sich erkennen, dass $\langle\phi\rangle$ für Weglängen $s \lesssim 40$ zunächst stark schwankt. Das lässt sich mit den Beobachtungen aus den bisherigen Kapiteln erklären: Partikel zeigten auf dem Quasikristall keine kurzreichweitige Translationsordnung und wurden zunächst über

wenige Dislokationseinheitszellen auf eine Überlebenstrajektorie transportiert. Für $s \lesssim 40$ hängt der Winkel $\phi(\vec{r})$ jeder Trajektorie daher noch stark von der genauen Startposition von $\vec{s}(t)$ ab.

Für große $s \gtrsim 40$ ist die Starposition jedoch zunehmend von geringerer Relevanz für den Winkel $\phi(\vec{r})$, wodurch dieser statistisch weniger streut. Ab dieser Weglänge kann der Transport daher als langreichweitig bezeichnet werden, und es zeigt sich deutlich, dass alle ermittelten Winkel $\langle\phi\rangle$ unterhalb von $-30°$ liegen, was auf die Begründung aus Kapitel 4.3 zurückzuführen ist. Für $s \to s_{\max}$ nähert sich $\langle\phi\rangle$ zudem asymptotisch dem Winkel ϕ_{n_d} der längsten Trajektorie an. Das zeigt erneut die langreichweitige Translationsordnung des Quasikristalls bewiesen, während gleichzeitig ϕ_{n_d} als Repräsentant aller langreichweitigen ϕ für ein bestimmtes n_d legitimiert wird.

Anschließend wurden in Abb. 4.7 a) alle ϕ_{n_d} bestimmt und gegen die jeweiligen Burgersvektorstärken n_d aufgetragen. Es zeigt sich, dass der Winkel bei einem perfekten S_6-Muster ($n_d = 0$) zunächst bei exakt $-30°$[3] liegt, dann jedoch monoton auf $-44.99°$ bei $n_d = 6$ abfällt.

Wie bereits in Kapitel 4.3 beschrieben, stellt $\phi = -45°$ den Winkel dar, dem Partikel in einem ungestörten C_4-Gitter langreichweitig folgen.[2, 3] Dass für eine steigende Anzahl eingebrachter Kanäle jeder Dislokation der Winkel von $-30°$ auf beinahe perfekte $-45°$ gebracht wird, belegt erneut die Vermutung des vorigen Kapitels: Bei dem langreichweitigen Translationswinkel ϕ_{n_d} handelt es sich um einen Kompromiss aus S_6-Magnetmuster und C_4-Dislokationsgitter. Für eine steigende Burgersvektorstärke wird der langreichweitige Transport der Partikel zunehmend von den Dislokationen beeinflusst und zur Konformität bzw. *Kommensurabilität* mit dem Dislokationsgitter gezwungen.

Um diese Kommensurabilität quantitativ zu analysieren, greifen wir auf das Prinzip der Kettenbruchnäherung bzw. *Continued Fraction Approximation* zurück. Dazu wird der

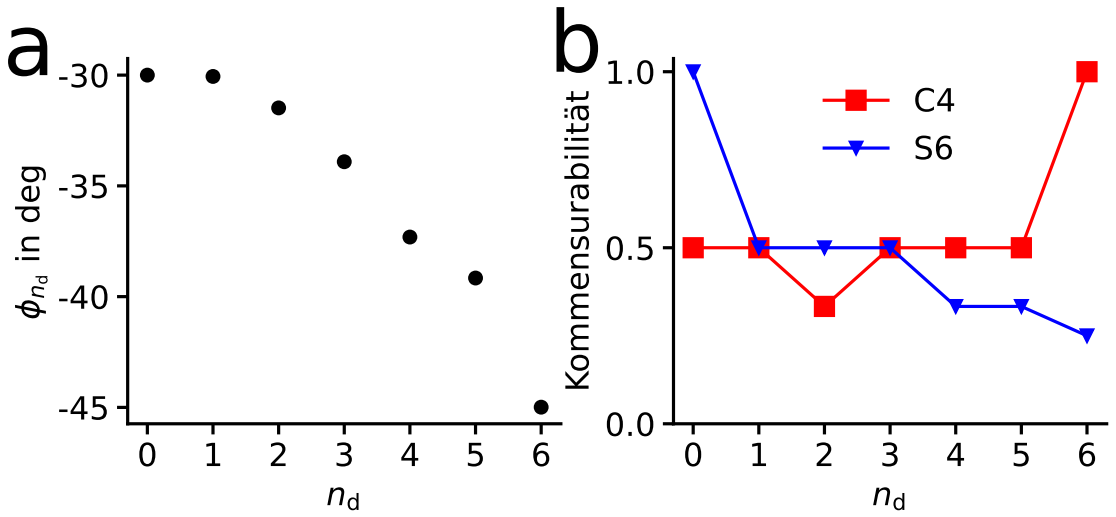


Abbildung 4.7: **Kommensurabilität der Trajektorien mit den beiden Symmetrien a)** Die ermittelten ϕ_{n_d} in Abhängigkeit von n_d. Der langreichweitige Translationswinkel fällt mit steigendem n_d von $\phi_0 = -30°$ auf $\phi_6 = -45°$ ab. **b)** Mit der Kettenbruchnäherung wurden aus den Winkeln ϕ_{n_d} Kommensurabilitäten C mit dem C_4-Defektgitter und c dem S_6-Magnetmuster errechnet. Bei niedrigen n_d ist C am höchsten, sinkt dann für $n_d = 6$ jedoch auf ein Minimum ab. c hingegen ist zunächst gering, steigt im Gegenzug aber auf ein Maximum bei $n_d = 6$. Die Maxima liegen jeweils bei 1, was volle Kommensurabilität bedeutet.

Vektor $\vec{r}$ zwischen Start- und Endpunkt einer Trajektorie sowohl im Koordinatensystem des C_4-Gitters als auch im System des S_6-Musters mit den jeweiligen Einheitsvektoren $\vec{A}_1, \vec{A}_2$ bzw. $\vec{a}_3, \vec{a}_4$ ausgedrückt:

$$\vec{r} = P\vec{A}_1 + Q\vec{A}_2 \tag{4.2}$$

$$\vec{r} = p\vec{a}_3 + q\vec{a}_4 \tag{4.3}$$

dabei sind P, Q, p, q jeweils Koeffizienten, die zu den Brüchen $\frac{P}{Q}, \frac{p}{q}$ verrechnet und genähert werden sollen:

$$\frac{P}{Q} \approx a_0 \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{\cdots}}} \tag{4.4}$$

$$\frac{p}{q} \approx b_0 \frac{1}{b_1 + \frac{1}{b_2 + \frac{1}{\cdots}}} \tag{4.5}$$

Das Prinzip der Kettenbruchnäherung ist dabei, durch ganzzahlige Koeffizienten $a_i, b_i \in \mathbb{Z}$ die Brüche bis auf eine festgelegte Genauigkeit $\frac{1}{10}$ zu approximieren. Eine alternative, direkt auf die Winkel ϕ_{n_d} anwendbare Formulierung der Brüche ist

$$\frac{P}{Q} = \tan \phi_{n_\mathrm{d}} \tag{4.6}$$

$$\frac{p}{q} = \frac{\sqrt{3} \tan \phi_{n_\mathrm{d}} - 1}{2} \tag{4.7}$$

Es wurden die minimalen Anzahlen M, m an Koeffizienten a_i, b_i ermittelt, sodass

$$\left| \frac{P}{Q} - \frac{P_M}{Q_M} \right|, \left| \frac{p}{q} - \frac{p_m}{q_m} \right| < \frac{1}{10} \tag{4.8}$$

erfüllt ist, wobei $\frac{P_M}{Q_M}, \frac{p_m}{q_m} \in \mathbb{Q}$ jeweils die Konvergenten der Gleichungen 4.4 und 4.5 sind. Die Kommensurabilität einer Trajektorie bzw. eines Winkels mit einem der beiden Koordinatensysteme ist höher, je weniger Koeffizienten zur akkuraten Approximation benötigt werden. Die Kommensurabilitäten C zum C_4-Dislokationsgitter und c zum S_6-Magnetmuster sind somit über

$$C = \frac{1}{M}, \quad c = \frac{1}{m} \tag{4.9}$$

definiert. Beide wurden jeweils für alle Burgersvektorstärken $n_\mathrm{d} \in \{1, \ldots, 6\}$ berechnet und in Abb. 4.7 b) aufgetragen.

Es zeigt sich, dass für kleine n_d eine maximale Kommensurabilität von $c = 1$ zum S_6-Magnetmuster festgestellt werden konnte, die für größere n_d auf ein Minimum von $c = \frac{1}{4}$ abfiel. Im Gegensatz dazu zeigten geringe n_d eine Kommensurabilität von $C = \frac{1}{2}$ zum C_4-Dislokationsgitter, die für $n_\mathrm{d} = 6$ auf ein Maximum von $C = 1$ anstieg und damit vollständige Kommensurabilität nachweist.

Es lässt sich also durchaus sagen, dass die Bewegung der Partikel ein Kompromiss aus lokaler Verfolgung des deformierten S_6-Magnetmusters und globaler Anpassung an das C_4-Dislokationsgitter sind. Bei hinreichend schwachen Dislokationen ist deren Einfluss hinreichend gering, sodass die meisten Partikel beinahe ungestört durch den Quasikristall transportiert wurden. Steigt jedoch die Stärke n_d der Burgersvektoren, steigt auch der Einflussbereich der Defekte und die lokale Deformation des Magnetmusters wird auf dem gesamten Quasikristall erhöht. Ein Ausweichen der Defekte wird damit unmöglich und die Partikel werden zur Kommensurabilität mit dem Dislokationsmuster gezwungen.

5 Fazit

Zuerst kann gesagt werden, dass im Rahmen dieser Arbeit ein zweidimensionaler, mesoskopischer Dislokations-Quasikristall hergestellt wurde, dessen Dislokationen im Kontrast zu einer hexatischen Phase C_4-periodisch über ein S_6-Magnetmuster verteilt sind.

Es konnte gezeigt werden, dass die Einführung der Defekte die kurzreichweitige Translationsordnung sowie die Zeitumkehrinvarianz des Magnetmusters bricht, indem Ratschensprünge über verbotene Regionen hinweg auf andere Gleitlinien induziert werden. Dieser Effekt kann auf die lokale, arithmetisch deterministische Deformation des Quasikristalls zurückgeführt werden, durch die lokale Fences $\mathcal{F}_{\mathrm{d}}^{\mathcal{C}}$ im Control Space $\mathcal{C}$ auf dem treibenden Loop $\mathcal{L}_{\mathcal{C}}$ liegen.

Das legt nahe, dass die Defekte über einen Sortierungsmechanismus bei Zeitumkehr des Loops $\mathcal{L}_{\mathcal{C}}$ verfügen: Partikel auf verschiedenen Gleitlinien können zunächst über eine Dislokation mit $\vec{b} \downarrow\uparrow \vec{w}$ auf eine einzelne Gleitlinie sortiert werden. Anschließend können durch Umkehr von $\mathcal{L}_{\mathcal{C}}$ alle Partikel auf derselben Gleitlinie wieder in ihre Ausgangsrichtung bewegt werden, da $\vec{b} \downarrow\downarrow \vec{w}$ gilt. Bei entsprechender Startposition der Partikel wäre sogar das kontrollierte Synthetisieren von Bipeds denkbar, wenn die Partikel auf der Überlebenstrajektorie kollidieren.

Des Weiteren wurde nachgewiesen, dass die Partikel eine langreichweitig persistente Translationsrichtung zeigen, wodurch auf eine langreichweitige Translationsordnung des Quasikristalls geschlossen werden kann.[35–37] Der Winkel $\phi_{n_{\mathrm{d}}}$ zur Horizontalen, unter dem sich die Partikel über das Muster bewegen, zeigt dabei eine negative Abweichung vom $\phi_0 = -30°$, dem Partikel unter Ausübung des identischen Loops $\mathcal{L}_{\mathcal{C}}$ auf einem undeformierten S_6-Muster folgen. Die Abweichung steigt mit erhöhter Burgersvektorstärke n_{d} an, bis Partikel bei $n_{\mathrm{d}} = 6$ beinahe perfekt einem $-45°$-Winkel folgen, den das C_4-Dislokationsmuster bedingen würde.

Mittels der Kettenbruchnäherung wurde quantitativ belegt, dass die Kommensurabilität der langreichweitigen Partikelbewegung mit dem S_6-Muster am größten für kleine n_{d} ist und monoton mit der Stärke der Dislokationen abfällt, während die Kommensurabilität zum C_4-Gitter steigt. Die Bewegung zeigt volle Kommensurabilität zum Dislokationsgitter bei $n_{\mathrm{d}} = 6$. Der langreichweitige Translationswinkel $\phi_{n_{\mathrm{d}}} \in [-30°, -45°]$ stellt für die Partikel somit einen Kompromiss zwischen lokaler Verfolgung des deformierten S_6-Musters und globaler Anpassung an das C_4-Dislokationsgitter dar.

Darauf aufbauend könnte untersucht werden, inwiefern sich der Transport über den Quasikristall ändert, wenn die Partikel durch einen anderen Loop $\mathcal{L}_{\mathcal{C}}$ angetrieben werden, der dennoch die undeformierten Fences $\mathcal{F}_u^{\mathcal{C}}$ umschließt. Es ist zu erwarten, dass die kurzreichweitige Translationsinvarianz gebrochen bleibt, da die lokale Deformation in Dislokationen weiterhin Fences $\mathcal{F}_d^{\mathcal{C}}$ auf dem Loop liegen lässt. Ebenfalls liegt die Vermutung nahe, dass die langreichweitige Translationsinvarianz des Quasikristalls erhalten bleibt. Es bleibt jedoch offen, unter welchem Winkel $\phi_{n_{\mathrm{d}}}$ sich die Partikel langreichweitig fortbewegen werden.

Erste Experimente mit einer geänderten Richtung des Windungsvektors $\vec{w}(\mathcal{L}_{\mathcal{C}})$ deuten bereits darauf hin, dass es zum langreichweitigen Transport der Partikel unter einem anderen Winkel kommt. Details und erste Thesen diesbezüglich können im Anhang A.1 eingesehen werden.

A Anhang

A.1 Anderer Loop

In S_6-Mustern können mehrere Loops gewählt werden, die den gleichen Transport der Partikel induzieren, zumindest auf mittleren Längenskalen über mehrere Gitterkonstanten. Begründet ist dies darin, dass einzig die vom Loop $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ eingeschlossen Fences als topologische Invariante den topologischen Transport des Partikels über eine Einheitszelle hinaus bestimmen.[3]

Während diese Tatsache bei perfekten S_6-Mustern zutrifft, zeigten erste Experimente, dass die langreichweitige Translationsordnung des Quasikristalls zwar erhalten bleibt, sich jedoch der Winkel, unter dem der Transport stattfindet, signifikant ändert, sofern andere Loops $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ verwendet werden.

Hier wurde ein Loop $\mathcal{L}'_\mathcal{C}$ verwendet, der den gleichen Öffnungswinkel des Loops $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ hatte, jedoch im Vergleich zu diesem um 30° gedreht war. Im Vergleich zum in dieser Arbeit verwendeten Loop $\mathcal{L}_\mathcal{C}$ (siehe Gleichung 3.2) erfolgte die Veränderung des externen Magnetfelds daher über folgendes $\mathcal{L}'_\mathcal{C}$:

$$(0°, 0°) \rightarrow (170°, 30°) \rightarrow (170°, 150°) \rightarrow (0°, 0°) \tag{A.1}$$

wobei jedes Tupel die Form (θ, ϕ) mit dem Polarwinkel θ und dem Azimutwinkel ϕ im Controlspace $\mathcal{C}$ hat. In den hier präsentierten Ergebnissen wurden die Loops zeitinvertiert durchlaufen, was auf die Ergebnisse jedoch keinen signifikanten Einfluss hat, wie in Kapitel 4.1 erläutert wurde. Einzig die wahrgenommene Transportrichtung ändert sich von $\phi_0 = -30°$ zu $\phi_0^{\text{inv}} = 150°$. Zum besseren Verständnis wird im Folgenden aber dennoch von $\phi_0 = 30°$ gesprochen.

In Abb. A.1 sind die Ergebnisse erster Experimente mit dem geänderten Loop (Gl. A.1) zu sehen. In Rot dargestellt sind die mittels Trackmate[33] nachverfolgten Trajektorien des unveränderten Loops, in Blau die des neuen Loops mit dem um 30° gedrehten Windungsvektor. Man erkennt deutlich, dass die Partikel häufig eine Querbewegung über das gesamte Muster aufwiesen, die ungefähr auf der Horizontalen des Musters lag. Für den langreichweitigen Translationswinkel ϕ'_3 könnte das nach weiterer Forschung

$$\phi'_3 \approx 0° \tag{A.2}$$

bedeuten. Des Weiteren zeigt sich, dass die durch die Dislokationen hervorgerufenen Ratschensprünge nicht strikt auf den Bereich der Defekte begrenzt sind, sondern auch in deren Umfeld auftraten.

Eine erste These könnte sein, dass die lokale Verformung des Musters auch außerhalb der Dislokationen ausreicht, um die Fences $\mathcal{F}_\text{d}^\mathcal{C}$ auf dem gedrehten Loop $\mathcal{L}'_\mathcal{C}$ liegen zu lassen. Das erscheint deshalb plausibel, weil $\mathcal{L}'_\mathcal{C}$ näher an den undeformierten Fences $\mathcal{F}_\text{u}^\mathcal{C}$ liegt, wodurch eine kleinere Deformation ausreicht, um Ratschensprünge zu erzeugen.

Die Querbewegungen über das Muster bleiben jedoch weiters zu erforschen. Auffällig ist allerdings, dass

$$\left|\phi_3 - \phi'_3\right| \approx 30° \tag{A.3}$$

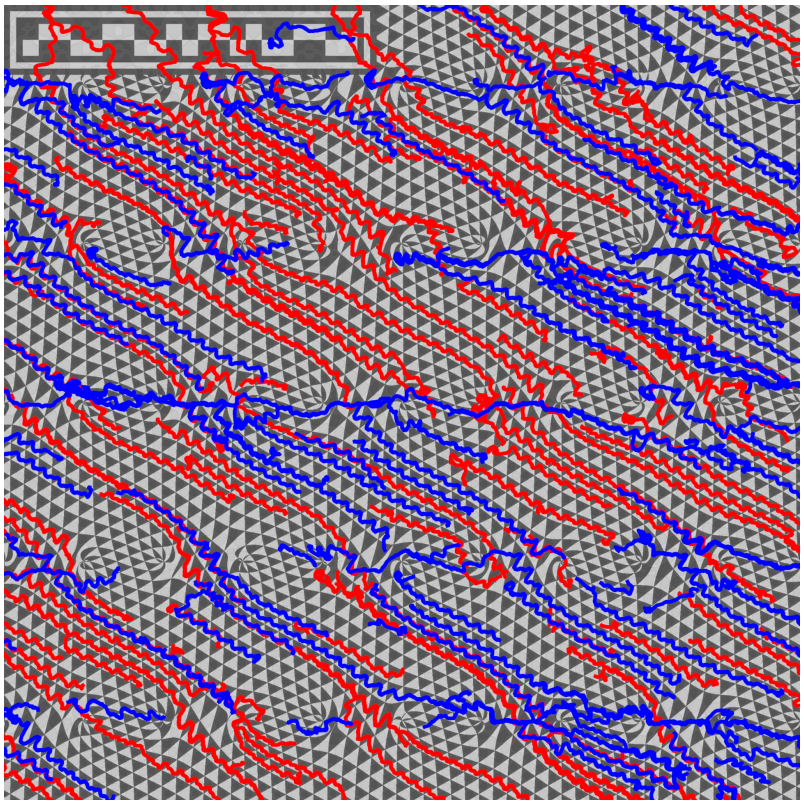


Abbildung A.1: **Transport unter gedrehtem** $\vec{w}(\mathcal{L}'_{\mathcal{C}})$
Aufnahme der Partikeltrajektorien unter einem zu $\vec{w}(\mathcal{L}_{\mathcal{C}})$ um 30° gedrehtem Loop mit dem Windungsvektor $\vec{w}(\mathcal{L}'_{\mathcal{C}})$. Die Trajektorien des gedrehten Loops sind in Blau, die des ursprünglichen Loops in Rot zu sehen. Experimentelle Aufnahme mit Überlagerung des theoretischen Musters in Graustufen. Partikelverfolgung mittels Trackmate[33]. Die beiden Loops wurden zeitinvertiert zu dem in der Arbeit verwendeten durchlaufen.

was dem Winkel entspricht, um den der Windungsvektor $\vec{w}$ gedreht wurde. Es bleibt deshalb die Frage offen, ob der langreichweitige Translationswinkel $\phi_{n_{\mathrm{d}}}$, unter dem sich die Partikel persistent fortbewegen, gezielt mit der Rotation von $\vec{w}$ bestimmt werden kann.

Dies würde diverse Möglichkeiten zur beliebigen langreichweitigen Translation der Partikel über den mesoskopischen Quasikristall öffnen, beispielsweise indem während des Loops der Windungsvektor gedreht wird.

Literaturverzeichnis

[1] Johannes Loehr, Michael Loenne, Adrian Ernst, Daniel De Las Heras, and Thomas M Fischer. Topological protection of multiparticle dissipative transport. *Nature communications*, 7(1):11745, 2016.

[2] Daniel de las Heras, Johannes Loehr, Michael Loenne, and Thomas M Fischer. Topologically protected colloidal transport above a square magnetic lattice. *New Journal of Physics*, 18(10):105009, 2016.

[3] Johannes Loehr, Daniel de Las Heras, Michael Loenne, Jonas Bugase, Adam Jarosz, Maciej Urbaniak, Feliks Stobiecki, Andreea Tomita, Rico Huhnstock, Iris Koch, et al. Lattice symmetries and the topologically protected transport of colloidal particles. *Soft Matter*, 13(29):5044–5075, 2017.

[4] Sebastian Wohlrab, Lara Schelter, Aneena Rinu Perayil, Piotr Kuświk, Maciej Urbaniak, Feliks Stobiecki, Arne J Vereijken, Arno Ehresmann, Thomas M Fischer, and Daniel de Las Heras. Size-specific transport of colloidal particles using magnetic fields. *Physical Review Letters*, 136(18):188201, 2026.

[5] Nex CX Stuhlmüller, Farzaneh Farrokhzad, Piotr Kuświk, Feliks Stobiecki, Maciej Urbaniak, Sapida Akhundzada, Arno Ehresmann, Thomas M Fischer, and Daniel de Las Heras. Simultaneous and independent topological control of identical microparticles in non-periodic energy landscapes. *Nature Communications*, 14(1):7517, 2023.

[6] Jonas Elschner, Farzaneh Farrokhzad, Piotr Kuświk, Maciej Urbaniak, Feliks Stobiecki, Sapida Akhundzada, Arno Ehresmann, Daniel de Las Heras, and Thomas M Fischer. Topologically controlled synthesis of active colloidal bipeds. *Nature Communications*, 15(1):5735, 2024.

[7] Mahla Mirzaee-Kakhki, Adrian Ernst, Daniel de Las Heras, Maciej Urbaniak, Feliks Stobiecki, Andreea Tomita, Rico Huhnstock, Iris Koch, Arno Ehresmann, Dennis Holzinger, et al. Gauge invariant and gauge dependent aspects of topological walking colloidal bipeds. *Soft Matter*, 17(6):1663–1674, 2021.

[8] Jonas Elschner and Thomas M. Fischer. Untitled. Latest Research, 2026 ff.

[9] N David Mermin and Herbert Wagner. Absence of ferromagnetism or antiferromagnetism in one-or two-dimensional isotropic heisenberg models. *Physical review letters*, 17 (22):1133, 1966.

[10] M Urbaniak, P Kuświk, Z Kurant, M Tekielak, D Engel, D Lengemann, B Szymański, M Schmidt, J Aleksiejew, A Maziewski, et al. Domain-wall movement control in co/au multilayers by he+-ion-bombardment-induced lateral coercivity gradients. *Physical review letters*, 105(6):067202, 2010.

[11] Piotr Kuświk, Arno Ehresmann, Maria Tekielak, Bogdan Szymański, Iosif Sveklo, Piotr Mazalski, Dieter Engel, Jan Kisielewski, Daniel Lengemann, Maciej Urbaniak, et al. Colloidal domain lithography for regularly arranged artificial magnetic out-of-plane monodomains in au/co/au layers. *Nanotechnology*, 22(9):095302, 2011.

[12] Daniel Lengemann, Dieter Engel, and Arno Ehresmann. Plasma ion source for in situ ion bombardment in a soft x-ray magnetic scattering diffractometer. *Review of Scientific Instruments*, 83(5), 2012.

[13] John M Kosterlitz and DJ Thouless. Long range order and metastability in two dimensional solids and superfluids.(application of dislocation theory). *Journal of Physics C: Solid State Physics*, 5(11):L124–L126, 1972.

[14] BI Halperin and David R Nelson. Theory of two-dimensional melting. *Physical Review Letters*, 41(2):121, 1978.

[15] David R Nelson and Bertrand I Halperin. Dislocation-mediated melting in two dimensions. *Physical Review B*, 19(5):2457, 1979.

[16] AP Young. Melting and the vector coulomb gas in two dimensions. *Physical Review B*, 19(4):1855, 1979.

[17] Constantin Lang, Jonas Elschner, Sebastian Wohlrab, Piotr Kúswik, Feliks Stobiecki, Maciej Urbaniak, Arne J. Vereijken, Jonas Bugase, Arno Ehresmann, Daniel de las Heras, and Thomas Fischer. Short- and long-range transport of colloids on a magnetic dislocation quasicrystal. Unveröffentlicht, eingereicht am 21.09.2026.

[18] Siegbert Schmid, Ray L. Withers, and Ron Lifshitz. *Aperiodic Crystals*, pages 119–123. Springer, 2013.

[19] Yungui Ma, Yichao Liu, Lu Lan, Tiantian Wu, Wei Jiang, CK Ong, and Sailing He. First experimental demonstration of an isotropic electromagnetic cloak with strict conformal mapping. *Scientific Reports*, 3(1):2182, 2013.

[20] Python Programming Language (RRID:SCR_008394).

[21] NumPy (RRID:SCR_008633).

[22] MatPlotLib (RRID:SCR_008624).

[23] Thermo Fisher Scientific Inc. Dynabeads™ M-270 Carboxylic Acid, 2026. URL `https://www.thermofisher.com/order/catalog/product/de/en/14305D`.

[24] GNU Octave (RRID:SCR_014398).

[25] NORPIX StreamPix 5 (RRID:SCR_015773).

[26] Fiji (RRID:SCR_002285).

[27] Johannes Schindelin, Ignacio Arganda-Carreras, Erwin Frise, Verena Kaynig, Mark Longair, Tobias Pietzsch, Stephan Preibisch, Curtis Rueden, Stephan Saalfeld, Benjamin Schmid, et al. Fiji: an open-source platform for biological-image analysis. *Nature methods*, 9(7):676–682, 2012.

[28] ImageJ (RRID:SCR_003070).

[29] Jean-Yves Tinevez, Nick Perry, Johannes Schindelin, Genevieve M Hoopes, Gregory D Reynolds, Emmanuel Laplantine, Sebastian Y Bednarek, Spencer L Shorte, and Kevin W Eliceiri. Trackmate: An open and extensible platform for single-particle tracking. *Methods*, 115:80–90, 2017.

[30] Dmitry Ershov, Minh-Son Phan, Joanna W Pylvänäinen, Stéphane U Rigaud, Laure Le Blanc, Arthur Charles-Orszag, James RW Conway, Romain F Laine, Nathan H Roy, Daria Bonazzi, et al. Trackmate 7: integrating state-of-the-art segmentation algorithms into tracking pipelines. *Nature methods*, 19(7):829–832, 2022.

[31] Marie Anselmet, Laura Xénard, Marvin Albert, Rodrigo Arias-Cartin, Samia Hicham, Laura Pokorny, Élodie Paulet, Julienne Petit, Kevin J Cutler, Benjamin Gallusser, et al. Automated optimization of bacterial tracking pipelines with trackmate 8. *Current Protocols*, 6(5):e70369, 2026.

[32] Thomas Sabaté, Benoît Lelandais, Marie-Cécile Robert, Michael Szalay, Jean-Yves Tinevez, Edouard Bertrand, and Christophe Zimmer. Uniform dynamics of cohesin-mediated loop extrusion in living human cells. *Nature genetics*, 57(12):3152–3164, 2025.

[33] TrackMate Authors. TrackMate Analyzers, 2026. URL `https://imagej.net/plugins/trackmate/analyzers/`.

[34] Bryson-Richardson Robert J. Parslow Adam, Cardona Albert. Sample Drift Correction Following 4D Confocal Time-lapse Imaging. *JoVE*, (86):e51086, 2014. doi: doi: 10.3791/51086.

[35] Giacomo Roati, Chiara D'Errico, Leonardo Fallani, Marco Fattori, Chiara Fort, Matteo Zaccanti, Giovanni Modugno, Michele Modugno, and Massimo Inguscio. Anderson localization of a non-interacting bose–einstein condensate. *Nature*, 453(7197):895–898, 2008.

[36] Michael Schreiber, Sean S Hodgman, Pranjal Bordia, Henrik P Lüschen, Mark H Fischer, Ronen Vosk, Ehud Altman, Ulrich Schneider, and Immanuel Bloch. Observation of many-body localization of interacting fermions in a quasirandom optical lattice. *Science*, 349(6250):842–845, 2015.

[37] Henrik P Lüschen, Pranjal Bordia, Sebastian Scherg, Fabien Alet, Ehud Altman, Ulrich Schneider, and Immanuel Bloch. Observation of slow dynamics near the many-body localization transition in one-dimensional quasiperiodic systems. *Physical review letters*, 119(26):260401, 2017.

Danksagung

Als Erstes möchte ich Thomas dafür danken, dass er so viel Interesse für den eigenen Lehrstuhl und vor allem die Mitarbeitenden zeigt. Mir hat das Miteinander sowohl innerhalb als auch außerhalb des Lehrstuhls sehr gefallen, und dass alle gleichermaßen wertgeschätzt wurden, auch lange nach ihrem Abschluss. Durch seine direkte Art habe ich mit der Zeit gelernt, wie wertvoll es ist, regelmäßig über die eigenen Ergebnisse zu diskutieren und andere Sichtweisen gezeigt zu bekommen. Dabei fand ich es auch sehr angenehm, gemeinsam lachen zu können und alles mit etwas mehr Humor zu sehen.

Ich möchte mich bei Jonas dafür bedanken, mir bei jeder Frage oder Schwierigkeit im Büro geholfen zu haben und mich in die Laborarbeit eingearbeitet zu haben. Daneben fand ich unsere Kaffeepausen am Lehrstuhl schön, in denen man auch mal abseits der Wissenschaft geplaudert oder ein paar Runden Schafkopf gespielt hat. Außerdem möchte ich mich bei ihm dafür bedanken, allgemein so viel Energie in die Universität zu stecken, sei es am Lehrstuhl, bei der Organisation von Vortragsreihen oder als Sprecher des Biological Physics Programms. Auch mit ihm konnte ich immer über meine Ergebnisse diskutieren, was mich immer in meiner Forschung vorangebracht hat. Vor allem möchte ich mich auch für den theoretischen Input und die verschiedensten Anschauungen bedanken, mit denen ich unser System viel besser verstehen konnte.

Sebastian Wohlrab möchte ich dafür danken, die Simulationen für meine Masterarbeit und das anstehende Paper aus den Ergebnissen dieser Arbeit durchgeführt zu haben. Daneben fand ich seine Anschauung der Dinge von der Theorieseite sehr interessant und konnte einiges mitnehmen.

Aneena und Max möchte ich für die lustige Zeit in Riga und am Lehrstuhl danken. Mein Dank geht daneben auch an Frau Linser für die organisatorische Arbeit im Sekretariat, Andreas für seine Expertise in Sachen Technik und Klaus für die Sicherheit im Büro und auf Leitern.

Hannes Wunderlich möchte ich an dieser Stelle auch noch einmal danken, dass er mir während meiner Bachelorarbeit das Arbeiten mit Trackmate beigebracht hat, was die Analyse der Partikel sehr viel effizienter gemacht hat.

Abseits der Universität möchte ich mich auch ganz herzlich bei Lisa bedanken, die mir während meiner Masterarbeit in allen Bereichen des Lebens unter die Arme gegriffen hat. Vor allem möchte ich mich für die Unterstützung während der letzten Wochen bedanken, in der ich mich einfach jeden Tag auf sie verlassen konnte. Daneben bin ich natürlich dankbar, immer so eine wunderbare Zeit mit dir zu haben.

Ein dickes Dankeschön geht auch an meine Jungs von der Dönermafia und das 10-jährige diesen Sommer!

Zuletzt möchte ich mich auch bei meinen Eltern bedanken, dass sie mir beim Umzug geholfen haben und das Studium ermöglichen. Ich finde es immer schön, zusammen etwas zu unternehmen.

Abschlusserklärung

Hiermit versichere ich, Constantin Lang, geboren am 09.08.2003 in Selb, die vorliegende Arbeit selbst verfasst und unter ausschließlicher Verwendung der angegebenen Hilfsmittel und Quellen erstellt zu haben. Alle Abbildungen wurden, falls nicht anders angegeben, eigens angefertigt. Zudem wurde die Arbeit nicht bereits bei einer anderen Hochschule in gleicher oder ähnlicher Form vorgelegt.

Bayreuth, 05.11.2026
Ort, Datum

Constantin Lang