

Bachelorarbeit

---

# Makroskopische Twistronik

---

Magdalena Sophie Dörfler

13. Dezember 2021

Prüfer: Prof. Dr. Thomas M. Fischer  
Betreuerin: M. Sc. Anna M. E. B. Rossi

Lehrstuhl Experimentalphysik X  
Fakultät für Mathematik, Physik und  
Informatik



**UNIVERSITÄT  
BAYREUTH**



## Zusammenfassung

Die Twistronik untersucht die Eigenschaften zweidimensionaler, gegeneinander verdrehter Doppelschichten, insbesondere solcher aus Graphen. Diese Arbeit behandelt einen Aufbau für makroskopische Experimente zu Simulationen, welche die Twistronik als klassisches System betrachten.

Daher werden in dieser Arbeit die theoretischen Grundlagen der Simulationen sowie deren Ergebnisse umrissen. Der dabei verwendete Ansatz beschäftigt sich mit dem Transport von paramagnetischen Partikeln zwischen zwei periodischen, magnetischen Mustern, wenn ein starkes externes Magnetfeld angelegt ist und eine schwache Driftkraft auf die Partikel wirkt.

Aufbauend auf diesem theoretischen Hintergrund wird anschließend eine Versuchsanordnung entworfen und realisiert, welche am Setting der Simulationen orientiert ist. Mit diesem Aufbau ist es experimentell möglich, den Transport makroskopischer Stahlkugeln zwischen aus Magneten zusammengesetzten, periodischen und vierzählig rotationssymmetrischen Mustern zu untersuchen, wenn diese gegeneinander verschoben und verdreht sind und die Kugeln sich aufgrund von Gravitation durch das magnetische Feld fortbewegen. Dabei sind die Drehwinkel und Drehpunkte frei wählbar.

Diese Arbeit beschreibt die Versuchsanordnung und geht auf die dabei verwendeten Bauteile in ihrer Funktion ein. Außerdem wird gezeigt, wie ein Experiment vorbereitet wird und die Aufzeichnung einer Messung realisiert und ausgewertet werden kann.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Motivation</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>Theoretischer Hintergrund</b>	<b>7</b>
2.1	Magnetmuster . . . . .	7
2.2	Magnetisches Potential . . . . .	8
2.3	Moiré-Effekt und magische Winkel . . . . .	11
2.4	Moiré-Strukturen im magnetischen Potential . . . . .	11
2.4.1	Magischer Fall . . . . .	12
2.4.2	Nicht-magischer Fall . . . . .	14
2.5	Simulationen . . . . .	14
2.5.1	Transport im magischen Fall . . . . .	14
2.5.2	Transport im nicht-magischen Fall . . . . .	15
<b>3</b>	<b>Experimenteller Aufbau</b>	<b>16</b>
3.1	Versuchsordnung . . . . .	16
3.1.1	Magnetmuster . . . . .	18
3.1.2	Musterfassungen und Zwischenplatten . . . . .	20
3.1.3	Drehscheiben und ihre Halterung . . . . .	20
3.1.4	Wahl der Drehpunkte . . . . .	22
3.1.5	Abstandhalter . . . . .	23
3.1.6	Externes Feld . . . . .	23
3.1.7	Wassertank und Verstärkerplatten . . . . .	26
3.1.8	Stahlkugeln und deren Positionierung . . . . .	27
3.2	Tracking der Messingscheiben . . . . .	28
3.2.1	Messingscheiben . . . . .	28
3.2.2	Videokamera . . . . .	29
3.2.3	Trackingprogramm . . . . .	29
3.3	Experimente . . . . .	32
3.3.1	Vorbereitung eines Experiments . . . . .	32
3.3.2	Mögliche Experimente . . . . .	32
3.3.3	Möglichkeiten zur Modulation der Driftkraft . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>33</b>
<b>5</b>	<b>Fazit</b>	<b>35</b>
	<b>Nachwort</b>	<b>36</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>37</b>
	<b>Appendix</b>	<b>38</b>
<b>A</b>	<b>Materialdaten</b>	<b>38</b>
A.1	Chromstahlkugeln . . . . .	38
A.2	Würfelmagnete . . . . .	38
A.3	Lasermodule . . . . .	39

A.4 Leuchtfolie . . . . .	39
<b>B Bauzeichnungen</b>	<b>40</b>
<b>Eidesstattliche Erklärung</b>	<b>47</b>

# 1 Motivation

Das Forschungsfeld der Twistronik untersucht die elektrischen Eigenschaften verdrehter Doppelschichten und erhält daher seinen Namen. Es betrachtet zweidimensionale Schichten eines Materials mit periodischer Struktur, welche um einen bestimmten Winkel gegeneinander verdreht sind. Im Allgemeinen entsteht durch die Überlagerung der Schichten ein quasi-periodisches Moiré-Muster, das unter bestimmten Drehwinkeln auch periodisch sein kann. Dieses hat ähnliche Symmetrien wie die Ausgangsmuster, kann aber auch neue Eigenschaften aufweisen, welche die Einzelschichten nicht besitzen müssen.

Ein wichtiger Forschungsgegenstand der Twistronik ist das Material Graphen. Dieses bildet Schichten mit hexagonalem Muster aus, in welchen bei einer Verdrehung gegeneinander neu auftretende Eigenschaften wie Supraleitfähigkeit, Ferromagnetismus und isolierende Zustände beobachtbar sind.

In dieser Arbeit wird hingegen ein klassisches System aus periodischen Magnetmustern mit vierzähliger Rotationssymmetrie betrachtet. Auf einem einzelnen dieser Muster ist durch die Modulation der Orientierung eines externen Magnetfeldes der topologisch geschützte Transport von einzelnen Partikeln [5] und Kolloiden [7] möglich. In einem starken, externen Feld ist ein Transport zwischen zwei solcher Muster, welche gegeneinander verschoben und verdreht sind, auf ähnliche Weise immer noch möglich. Wie Simulationen [11] zeigen, entstehen zusätzlich Kanäle im magnetischen Potential, durch welche sich Partikel schnell bewegen können, wenn eine schwache Driftkraft auf sie wirkt.

Eine experimentelle Realisierung dieser Simulationen ist sowohl auf mikroskopischer als auch makroskopischer Skala vorstellbar. Wie bei dem topologisch geschützten Transport auf einzelnen Mustern kann mit Granatfilmen gearbeitet werden, oder aber mit mikroskopischen, magnetischen Schichten, welche durch eine lithografische Maske bestrahlt wurden. Makroskopisch hingegen können Muster aus Magneten gelegt und der Transport kleiner Kugeln zwischen diesen untersucht werden.

Die Umsetzung eines makroskopischen Aufbaus ist das Ziel dieser Arbeit. Damit sollen die Eigenschaften der verdrehten Muster abhängig von den Drehwinkeln, Drehpunkten und angelegten Kräften untersucht werden können. Die dabei betrachteten Transportmechanismen können auf mikroskopischen Skalen, zusammen mit dem topologisch geschützten Transport, eine neue Grundlage für medizinische Anwendungen, wie beispielsweise Lab-on-a-Chip-Geräten, bilden.

## 2 Theoretischer Hintergrund

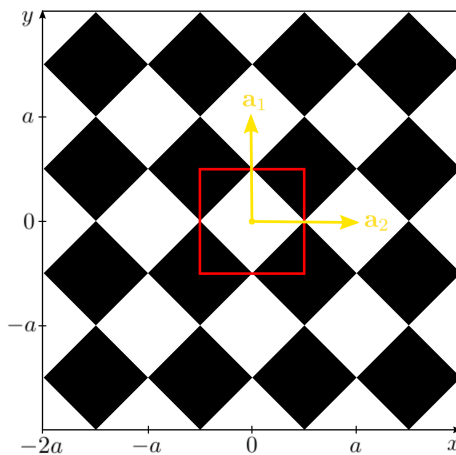
Die Experimente, welche mit dem in Kapitel 3.1 beschriebenen Aufbau durchführbar sind, sollen das Verhalten eines paramagnetischen Partikels zwischen zwei magnetischen, verdrehten Schachbrettmustern untersuchen. Dazu ist es wichtig, zunächst die Muster und die auftretenden Magnetfelder zu betrachten und spezielle Drehwinkel für die Muster zu definieren.

Mit der Versuchsanordnung soll es möglich sein, Simulationen, welche sich mit dem Transport von Partikeln zwischen Magnetmustern beschäftigen [11], zu überprüfen. Daher werden in Kapitel 2.5 die für die Experimente relevanten Ergebnisse dieser Simulationen beschrieben.

### 2.1 Magnetmuster

Wir betrachten zunächst ein periodisches Muster  $\mathcal{M}$  mit vierzähliger Rotationssymmetrie, welches sich aus identischen Magneten mit quadratischer Grundfläche zusammensetzt. Die Magnetisierungen benachbarter Felder sind dabei jeweils entgegengesetzt und senkrecht zur Musterebene orientiert, sodass der Eindruck eines Schachbrettmusters entsteht.

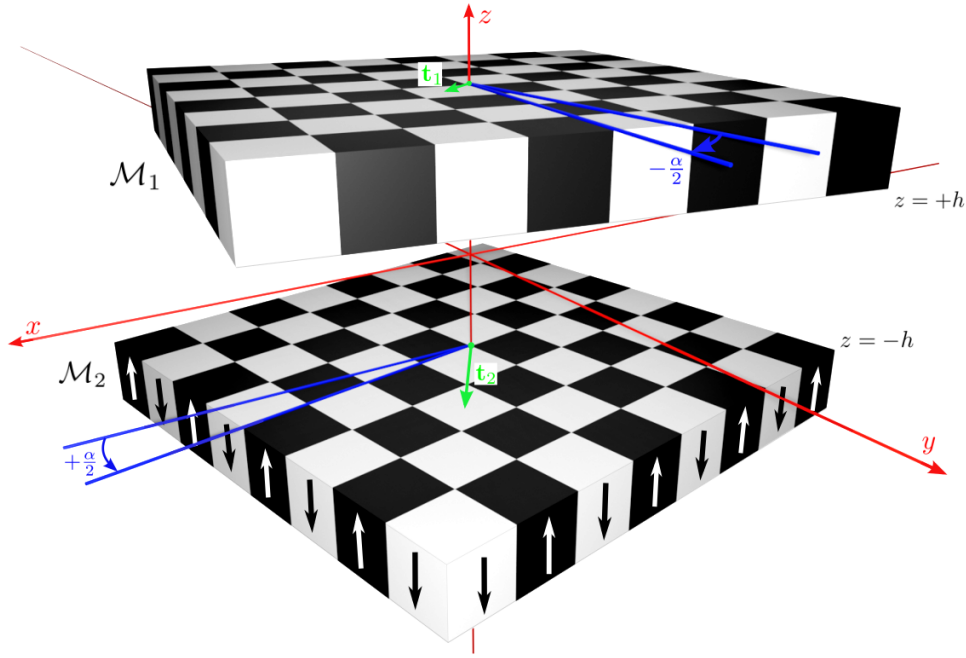
Ein solches Muster ist in Abbildung 1 zu sehen, zusammen mit der Wigner-Seitz-Zelle des Schachbrettmusters mit Kantenlänge  $a$ . Eine beliebige Position in diesem Muster kann durch periodische Rückführung auf diese Wigner-Seitz-Zelle beschrieben werden.



**Abbildung 1:** Ein Schachbrettmuster aus Magneten mit abwechselnder Magnetisierungsrichtung senkrecht zur Musterebene. Die Magnete sind durch schwarze und weiße Kacheln dargestellt, deren Färbung der jeweiligen Orientierungsrichtung entspricht. Die Wigner-Seitz-Einheitszelle des Musters mit Kantenlänge  $a$  ist rot umrahmt und die zwei Einheitsvektoren  $\mathbf{a}_1$  und  $\mathbf{a}_2$  sind gelb dargestellt.

Es wird der Transport eines Partikels in der Ebene  $z = 0$  zwischen zwei solcher Muster  $\mathcal{M}_i$  ( $i = 1, 2$ ) untersucht, wenn diese sich bei  $z = \pm h$  befinden. Dabei kann jedes dieser Muster verschoben und innerhalb seiner Ebene gedreht werden. Die zwei Translationsvektoren  $\mathbf{t}_i$  und die Rotationsmatrizen  $\mathbf{R}_{\pm\alpha/2}$  beschreiben diese Transformationen.

Dabei dreht  $\mathbf{R}_{\pm\alpha/2}$  die Gittervektoren von  $\mathcal{M}_2$  ( $\mathcal{M}_1$ ) aktiv um  $\pm\alpha/2$  um die  $z$ -Achse. Die beschriebene Anordnung ist in Abbildung 2 dargestellt.



**Abbildung 2:** Zwei magnetische Schachbrettmuster  $\mathcal{M}_1$  und  $\mathcal{M}_2$  im Abstand  $z = \pm h$  zur  $x$ - $y$ -Ebene. Die Magnetisierung benachbarter Magnete ist entgegengesetzt, wie es die schwarzen und weißen Kacheln darstellen, und senkrecht zur Musterebene ausgerichtet. Zusätzlich verbildlichen Pfeile die Magnetisierung von  $\mathcal{M}_2$ . Jedes Muster ist um einen Translationsvektor  $\mathbf{t}_1$  ( $\mathbf{t}_2$ ) verschoben, welcher grün dargestellt ist. Anschließend sind die Muster um jeweils  $\alpha/2$  in entgegengesetzte Richtungen um die  $z$ -Achse gedreht. Die jeweiligen Drehwinkel sind blau eingezeichnet.

## 2.2 Magnetisches Potential

Die in Kapitel 2.5 beschriebenen Simulationen untersuchen das Verhalten eines paramagnetischen Punktpartikels, für welches die effektive Suszeptibilität  $\chi_{eff} = v_{eff} \cdot \chi = konst$  angenommen wird. Dieses Partikel bewegt sich innerhalb der Ebene  $z = 0$  zwischen den beiden parallelen Magnetmustern, wie sie in Abbildung 2 dargestellt sind, im Abstand von jeweils  $h$  zu diesen. Um diese Situation beschreiben zu können, wird nun das magnetische Potential

$$V_{mag} = -v_{eff} \chi \mu_0 \cdot \mathbf{H}^2(\mathbf{r}) \quad (1)$$

eines solchen Partikels am Ort  $\mathbf{r}$  zwischen zwei unendlich großen Magnetmustern in einem starken, externen Magnetfeld gesucht. Durch jedes der beiden Magnetmuster  $\mathcal{M}_i$  entsteht ein Feld  $\mathbf{H}_{\mathcal{M}_i}$ . Zusätzlich ist ein sehr starkes und homogenes externes Feld  $\mathbf{H}_{ext} \gg \mathbf{H}_{\mathcal{M}_i}$  angelegt, welches senkrecht auf den Musterebenen steht und zeitlich konstant ist. Das gesamte magnetische Feld am Ort  $\mathbf{r}$  zwischen den Mustern ist somit:

$$\mathbf{H}_{ges}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_{ext} + \mathbf{H}_{\mathcal{M}_1}(\mathbf{r}) + \mathbf{H}_{\mathcal{M}_2}(\mathbf{r}) \quad (2)$$

Betrachtet man

$$\mathbf{H}_{ges}^2(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_{ext}^2 + [\mathbf{H}_{\mathcal{M}_1}(\mathbf{r}) + \mathbf{H}_{\mathcal{M}_2}(\mathbf{r})]^2 + 2 \cdot [\mathbf{H}_{\mathcal{M}_1}(\mathbf{r}) + \mathbf{H}_{\mathcal{M}_2}(\mathbf{r})] \cdot \mathbf{H}_{ext} \quad (3)$$

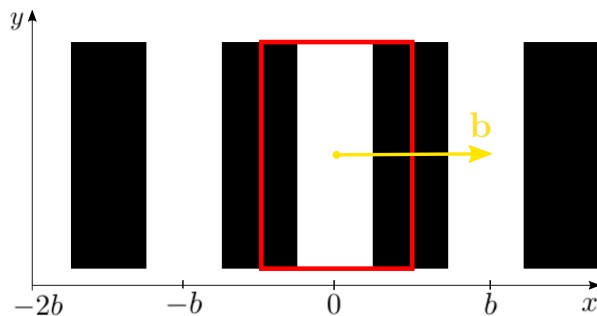
stellt man [11] fest, dass nur der letzte Term dieses Ausdrucks

$$\mathbf{H}^2(\mathbf{r}) = 2 \cdot [\mathbf{H}_{\mathcal{M}_1}(\mathbf{r}) + \mathbf{H}_{\mathcal{M}_2}(\mathbf{r})] \cdot \mathbf{H}_{ext} \quad (4)$$



von Relevanz für das magnetische Potential des Teilchens ist, weil das externe Feld ortsunabhängig ist und das Feld der Muster quadriert vernachlässigbar klein wird.

Zur Beschreibung des Felds  $H_M$  eines einzelnen Magnetmusters untersucht man zunächst ein zweizählig rotationssymmetrisches Magnetmuster mit Periode  $b$ , wie in Abbildung 3 dargestellt. Analog zum magnetischen Schachbrettmuster entsteht der Eindruck eines Streifenmusters durch die abwechselnde Magnetisierungsrichtung senkrecht zur Musterebene.



**Abbildung 3:** Ausschnitt eines Magnetmusters (Streifenmuster) mit zweizähliger Rotationssymmetrie in der  $x$ - $y$ -Ebene mit Periode  $b$ . Die schwarze und weiße Farbe der Kacheln gibt die wechselnde Richtung der senkrecht zur Musterebene gerichteten Magnetisierung an. Weiter sind der Einheitsvektor  $\mathbf{b}$  (gelb) in  $x$ -Richtung und die Wigner-Seitz-Zelle (rot umrahmt) des Musters zu sehen.

Das zugehörige Feld  $\mathbf{H}'$  am Ort  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  lässt sich in seine Fourier-Komponenten

$$H'_x + iH'_z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8M}{(2n+1)^2} e^{iQ(2n+1)(x+iz)} \quad (5)$$

zerlegen [5], wobei die Felder abwechselnde Magnetisierungen  $\pm M$  besitzen und  $Q = 2\pi/b$  die Länge des reziproken Gittervektors ist. Dabei sind  $H'_\alpha$  die realen Komponenten des Feldes

$$\mathbf{H}' = \begin{pmatrix} H'_x \\ 0 \\ H'_z \end{pmatrix}, \quad (6)$$

dessen  $y$ -Komponente verschwindet, weil sich das Muster in  $y$ -Richtung nicht verändert. Betrachtet man das Magnetfeld in einer ausreichenden Höhe  $Qz > 1$  über der Musterebene, so ist nur die erste Fourier-Mode von Bedeutung:

$$H'_x + iH'_z \approx 8Me^{-Qz} \cdot (\cos(Qx) + i \sin(Qx)) \quad (7)$$

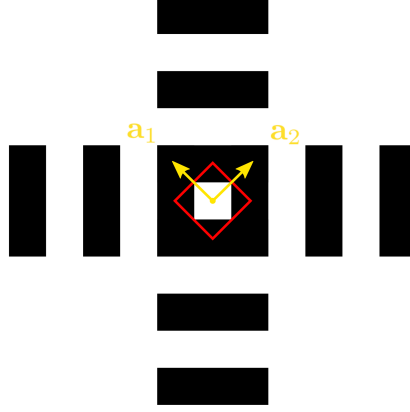
Unter Hinzunahme des externen Felds senkrecht zur Musterebene

$$\mathbf{H}_{ext}(x, z) = H_{ext} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

findet man [5]:

$$\mathbf{H}_{ext} \cdot \mathbf{H}'(x, z) = 8MH_{ext}e^{-Qz} \cos(Qx) \quad (9)$$

Dieses Ergebnis wird nun verwendet, um das Feld  $\mathbf{H}_{\mathcal{M}}$  eines vierzählig rotationssymmetrischen Magnetmusters zu beschreiben, da sich dessen Wigner-Seitz-Zelle durch die Superposition zweier Streifenmuster ergibt, wie Abbildung 4 zeigt. Analog zum zweizählig rotationssymmetrischen Fall sei  $Q = 2\pi/a$  und  $M$  die Magnetisierung der Felder.



**Abbildung 4:** Die Wigner-Seitz-Zelle (rot umrahmt) eines Schachbrettmusters, gebildet durch Superposition zweier Streifenmuster, deren Einheitsvektoren senkrecht aufeinander stehen. Die Einheitsvektoren  $\mathbf{a}_1$  und  $\mathbf{a}_2$  des neu gebildeten Schachbrettmusters sind gelb dargestellt.

Relativ zu  $(0, 0, h)$  liegen die vier nächsten Nachbarzellen  $j = 1, 2, 3, 4$  an den Orten

$$\mathbf{q}_j = Q \begin{pmatrix} \sin(\pi j/2) \\ \cos(\pi j/2) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

in der Ebene  $z = h$ . Somit [11] lässt sich das Feld eines einzelnen Musters mit vierzähliger Rotationssymmetrie in dieser Ebene näherungsweise beschreiben durch:

$$\mathbf{H}_{\mathcal{M}}(\mathbf{r}) = 8MH_{ext}e^{-Q|z-h|} \sum_{j=0}^4 \cos(\mathbf{q}_j \cdot \mathbf{r}) \quad (11)$$

Betrachtet man nun das magnetische Potential eines Punktteilchens zwischen zwei Mustern, wie sie in Abbildung 2 dargestellt sind, so erhält man

$$V_{mag} = -\gamma \sum_{j=1}^4 \left[ e^{-Q|z-h|} \cdot \cos(\mathbf{R}_{+\alpha/2}\mathbf{q}_i \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{t}_1)) + e^{-Q|z+h|} \cdot \cos(\mathbf{R}_{-\alpha/2}\mathbf{q}_i \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{t}_2)) \right], \quad (12)$$

wobei

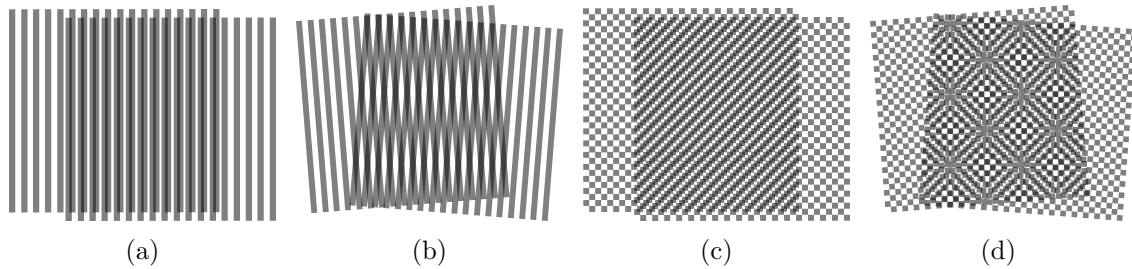
$$\gamma = 16 \cdot v_{eff} \cdot \chi \cdot \mu_0 \cdot M \cdot H_{ext} \quad (13)$$

eine aufbau- und materialabhängige Konstante ist.

## 2.3 Moiré-Effekt und magische Winkel

Der Moiré-Effekt [1] entsteht, wenn sich zwei oder mehr periodische Strukturen überlagern. Es entsteht ein neues und periodisches Muster, welches in der Superposition beobachtet wird, obwohl es in keiner der beiden ursprünglichen Strukturen vorkommt.

Abbildung 5 zeigt einige Beispiele für Moiré-Strukturen, wenn sich zwei periodische Muster wie Streifen- oder Schachbrettmuster überlagern.



**Abbildung 5:** Veranschaulichung des Moiré-Effekts mithilfe unterschiedlich angeordneter Streifen- und Schachbrettmuster. **(a)** Zwei parallele, Streifenmuster mit gleicher Periode und Ausdehnung. **(b)** Die Muster aus (a), um ihren jeweiligen Mittelpunkt um denselben Winkel gegeneinander gedreht. **(c)** Zwei gegeneinander verschobene, parallele Schachbrettmuster gleicher Periode. **(d)** Die Muster aus (c), um ihren jeweiligen Mittelpunkt um denselben Winkel gegeneinander gedreht.

Wie in den Abbildungen 5(c) und 5(d) dargestellt, tritt der Moiré-Effekt auch für verschobene und verdrehte Schachbrettmuster auf. Das resultierende Muster wird periodisch, wenn sich ein Gittervektor von  $\mathcal{M}_1$  mit einem Gittervektor von  $\mathcal{M}_2$  exakt überlagert. Diese Bedingung kann als diophantisches Problem ausgedrückt werden und die Winkel  $\alpha_m$ , welche es erfüllen, werden magisch genannt [8, 9]. Für vierzählig rotationssymmetrische Muster sind die magischen Winkel gegeben durch:

$$\alpha_m = 2 \arcsin \left( \frac{1}{2\sqrt{k^2 + k + \frac{1}{2}}} \right), k \in \mathbb{N} \quad (14)$$

## 2.4 Moiré-Strukturen im magnetischen Potential

Werden zwei magnetische Schachbrettmuster gegeneinander verdreht, so folgt auch das magnetische Potential, welches durch Superposition der Magnetfelder entsteht, einem Moiré-Muster. In Kapitel 2.5 wird gezeigt, dass die Struktur des Potentials entscheidend für die Vorhersagen der Simulationen und damit die Erwartungen an das Experiment ist. Daher wird die Verteilung des magnetischen Potentials in den Kapiteln 2.4.1 und 2.4.2 genauer untersucht. Dabei betrachten wir den Fall von zwei unendlich ausgedehnten, magnetischen Schachbrettmustern, wenn diese um  $\mathbf{t}_1 = 0$  und  $\mathbf{t}_2 = \mathbf{a}_1/2$  verschoben sind. Diese Wahl bewirkt, dass die Mitte eines Hauptkanals, welcher im nächsten Kapitel eingeführt wird, unabhängig von  $\alpha$  immer im Ursprung liegt. Zusätzlich ist ein starkes, externes Magnetfeld angelegt, welches senkrecht auf den Musterebenen steht. Somit lassen sich die Überlegungen aus Kapitel 2.2 verwenden.

Durch die Wahl der Translationsvektoren überlagern sich spezielle Symmetriepunkte beider Muster. Das Muster  $\mathcal{M}_1$  bleibt C4-symmetrisch bezüglich der Rotationsachse, also invariant unter einer Rotation um  $2\pi/4$ , während  $\mathcal{M}_2$  S4-symmetrisch bezüglich der Rotationsachse und damit invariant unter einer Rotation um  $2\pi/4$  und anschließender (Farb-)Inversion wird. Dadurch besitzen beide Muster eine gemeinsame C2-Symmetrie, welche auch bei Rotation beider Muster um beliebige  $\alpha/2$  bestehen bleibt und einer Punktsymmetrie in jeder Ebene mit  $z = konst$  bezüglich  $(0, 0, z)$  entspricht.

### 2.4.1 Magischer Fall

Werden zwei Magnetmuster um den Ursprung innerhalb ihrer Ebene um je einen halben magischen Winkel gegeneinander verdreht, so wird die Verteilung des magnetischen Potentials  $V_{mag}$  zu einem periodischen Moiré-Muster. Dieses setzt sich, ähnlich einem Schachbrettmuster, aus zwei sich abwechselnden, quadratischen Kacheln zusammen, welche sich durch eine Rotation um  $\pi$  um ihr Zentrum ineinander überführen lassen [11]. Ein solches Muster ist in Abbildung 6(a) dargestellt. Analog zum einzelnen Magnetmuster lässt sich für das Moiré-Muster des magnetischen Potentials ebenfalls eine Wigner-Seitz-Zelle definieren, wie Abbildung 6(b) zeigt. Die Wigner-Seitz-Zelle im magnetischen Potential ist jedoch um ein Vielfaches größer als die Wigner-Seitz-Zelle eines einzelnen Magnetmusters. Die Seitenlänge [11] einer der Kacheln, aus welchen sich das Muster zusammensetzt, ist näherungsweise gegeben durch:

$$L = \frac{a}{(2 \sin(\alpha_m/2))} \quad (15)$$

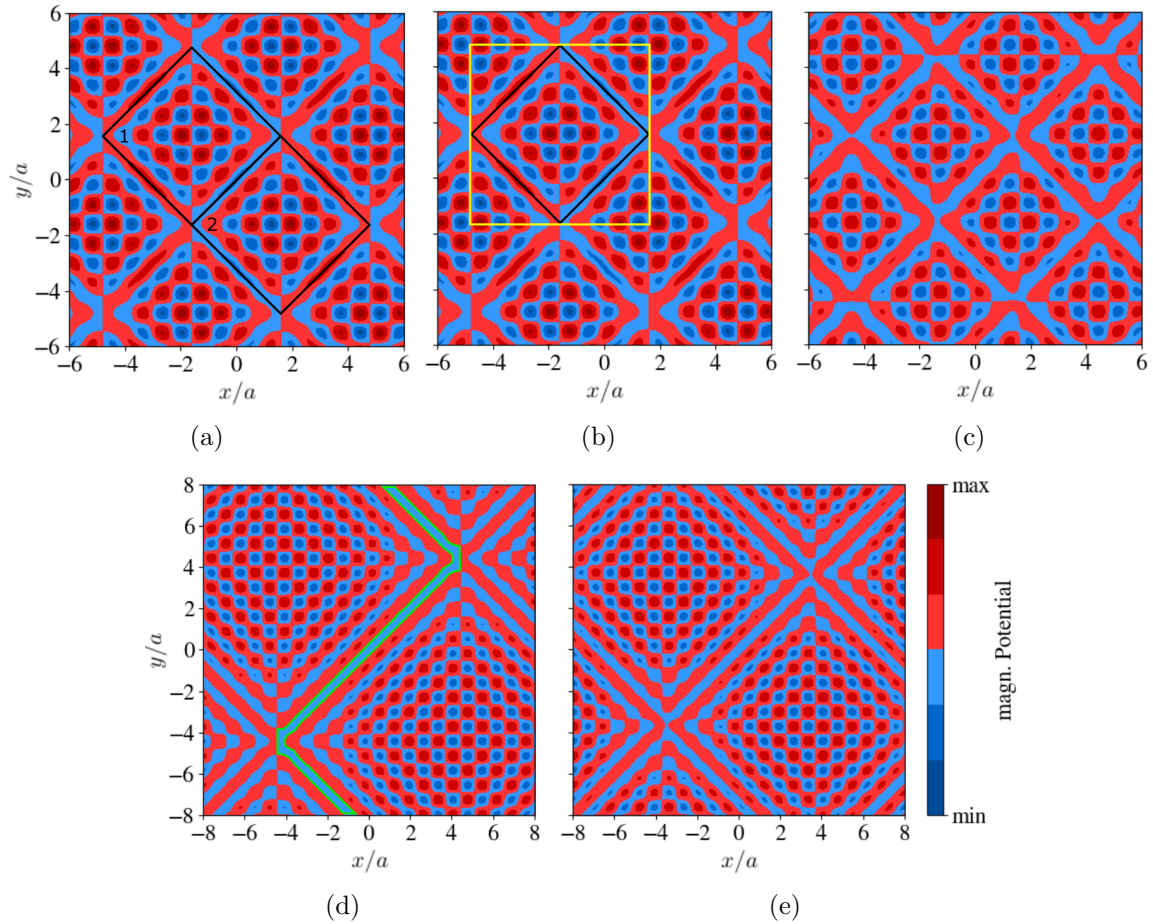
In der Mitte einer solchen Kachel ähnelt  $V_{mag}$  einem Schachbrettmuster; näher an den Kanten der Kacheln wandelt sich die Verteilung der Potentialmaxima und -minima zu einem streifenartigen Muster. Die lokalen Extrema von  $V_{mag}$  sind am Rand nicht so ausgeprägt wie in der Mitte der Kacheln.

Der Bereich um die Kanten der Kacheln, an welchen das Potential ein Minimum annimmt, wird als Hauptkanal bezeichnet. Im Fall magischer Winkel besitzen benachbarte Zellen miteinander verbundene Hauptkanäle, in 6(d) ist ein solcher grün umrandet dargestellt. Parallel zu den Hauptkanälen und im Abstand von Vielfachen der Periode eines Einzelmusters zu diesen können außerdem Nebkanäle innerhalb der Kacheln verlaufen. Die Anzahl der Nebkanäle hängt dabei von der Kachelgröße und damit direkt vom Drehwinkel ab.

In der Nähe von Ecken der Kacheln ändert sich die Richtung der Haupt- und möglicher Nebkanäle. Die Kanäle können hier enger werden als an anderen Stellen und höhere Potentialhürden ausbilden.

In Kapitel 2.5 wird gezeigt, dass der Hauptkanal für den Transport von Teilchen eine wichtige Rolle spielt. Der Bereich, in welchem er seine Richtung ändert, wird als Ecke bezeichnet.

Die Beschreibung der Strukturen des magnetischen Potentials in diesem Abschnitt beruht weitgehend auf der Arbeit [11] zu den in Kapitel 2.5 erläuterten Simulationen.



**Abbildung 6:** Magnetisches Potential  $V_{mag}$  zweier magnetischen Schachbrettmuster, welche um  $\mathbf{a}_1/2$  gegeneinander verschoben und jeweils um  $\pm\alpha/2$  um  $(0,0)$  gedreht wurden. Es entsteht ein Moiré-Muster, das sich aus Kacheln zusammensetzt, welche im Fall magischer Winkel in zwei Typen periodisch auftreten. Lokale Potentialextrema sind am Rand der Kacheln weniger stark ausgeprägt als zum Kachelinneren hin. In der Mitte der Kacheln erinnert das Potential an ein Schachbrettmuster, zu den Kanten hin wandelt es sich zu einem streifenartigen Muster. Im Bereich dieser Kanten treten Hauptkanäle mit minimalem Potential auf, parallel zu diesen verlaufen innerhalb der Kacheln Nebenkanäle. **(a)** Periodisches Potential bei dem Drehwinkel  $\pm\alpha_m/2 \approx 6,34^\circ$ . Die zwei Kacheltypen 1 und 2, aus welchen sich das Moiré-Muster zusammensetzt, sind schwarz umrahmt. Durch eine Rotation um  $\pi$  um ihren Mittelpunkt lässt sich 1 in 2 überführen. **(b)** Die Wigner-Seitz-Zelle des periodischen Potentials aus (a) ist gelb umrahmt. **(c)** Magnetisches Potential bei einem Drehwinkel  $\pm\alpha/2 = 6,88^\circ$ . Das entstandene Muster ist nicht mehr periodisch, Kacheln unterscheiden sich merklich von angrenzenden Nachbarkacheln. Kanäle sind außerdem schmaler und besitzen öfter höhere Potentialhürden, umso weiter sie vom Ursprung entfernt sind. **(d)** Periodisches Potential bei dem Drehwinkel  $\pm\alpha_m/2 \approx 2,29^\circ$ . Der Hauptkanal mit zwei Ecken, die im Bild zu sehen sind, ist grün umrandet. Parallel dazu verlaufen innerhalb der angrenzenden Kacheln mehrere Nebenkanäle mit zum Kachelmittelpunkt hin zunehmend höheren Potentialhürden. **(e)** Magnetisches Potential bei einem Drehwinkel von  $\pm\alpha/2 = 2,83^\circ$ . Dieselben Effekte wie in (c) treten auf; besonders gut erkennbar sind die Unterschiede im Potential verglichen mit (d) an den Ecken.

### 2.4.2 Nicht-magischer Fall

Verdreht man beide Magnetmuster nun aber um einen nicht-magischen Winkel gegeneinander, so verändert sich die zuvor beschriebene Moiré-Struktur. Wenn  $\alpha/2$  der Gleichung

$$\frac{q}{p} = \tan \alpha/2, \text{ wobei } q, p \in \mathbb{N} \quad (16)$$

genügt, so ist das Potential zwar noch periodisch, allerdings erstreckt sich die Wigner-Seitz-Zelle des Moiré-Musters im magnetischen Potential über mehr als zwei Kacheln, wie es bei magischen Winkeln der Fall ist [12].

Erfüllt  $\alpha/2$  die Gleichung (16) nicht, so ist die Verteilung des magnetischen Potentials nicht mehr periodisch, sondern nur noch quasi-periodisch. Die Wigner-Seitz-Zellen im Moiré-Potential des magischen Falls können als Funktion zusätzlicher kleiner Drehungen stetig in Pseudo-Wigner-Seitz-Zellen überführt werden. Jede dieser Pseudo-Wigner-Seitz-Zellen unterscheidet sich dabei ein wenig von benachbarten Pseudo-Wigner-Seitz-Zellen. Ebenso unterscheiden sich auch so entstandene aneinander angrenzende Pseudo-Kacheln des magnetischen Potentials voneinander. Die Kanäle können stellenweise schmaler und die Potentialhürden höher werden, dabei können Kanäle auch durchtrennt werden. Diese Effekte werden umso stärker, je größer die Entfernung der jeweiligen Pseudo-Wigner-Seitz-Zelle des Potentials zum Ursprung ist und werden in den Abbildungen 6(c) und 6(e) beispielhaft gezeigt. Für die Hauptkanäle bedeutet das konkret, dass diese in ausreichender Entfernung zum Ursprung immer ein Ende finden werden. [11]

## 2.5 Simulationen

In Simulationen von N. C. X. Stuhlmüller [11] wird das Verhalten eines Partikels in einem magnetischen Potential, wie es in Kapitel 2.4 beschrieben wird, theoretisch untersucht. Dabei wird ein paramagnetisches Punktpartikel im magnetischen Feld zweier Magnetmuster unter Hinzunahme eines externen Feldes betrachtet und die effektive Suszeptibilität  $\chi_{eff} = v_{eff} \cdot \chi$  des Teilchens als konstant angenommen. Das Setting verwendet das in Kapitel 2 eingeführte Koordinatensystem. Dabei sei auch hier  $\mathbf{t}_1 = 0$  und  $\mathbf{t}_2 = \mathbf{a}_1/2$ . Das Partikel ist auf die Ebene  $z = 0$  zwischen den beiden parallelen Magnetmustern im Abstand von jeweils  $h$  zu diesen eingeschränkt. Dabei sei die Forderung  $Qh > 1$  aus Kapitel 2.2 erfüllt.

Außerdem wird eine uniforme, zeitlich konstante Driftkraft  $\mathbf{f}_d$  angelegt. Diese ist, verglichen mit den magnetischen Kräften, vergleichsweise gering und zeigt in  $(-y)$ -Richtung. Dies bewirkt, dass die Kraft in die Durchschnichtsrichtung des Hauptkanals zeigt. Weiter wird der minimale Betrag der Driftkraft, welcher notwendig ist, um für einen bestimmten magischen Winkel  $\alpha_m$  makroskopischen Transport innerhalb des betrachteten Hauptkanals zu generieren, kritische Kraft  $f_c$  genannt.

### 2.5.1 Transport im magischen Fall

Die Simulationen [11] betrachten das Verhalten des Punktpartikels ausgehend von verschiedenen Startpunkten in der Ebene  $z = 0$  bei Nulltemperatur. Befindet sich das Partikel in einem Hauptkanal, so bewegt es sich entlang diesem, solange  $f_d \geq f_c$  gilt. Dabei benötigt es mehr Zeit, um Bereiche der Ecken zu passieren, als für die anderen Abschnitte

des Hauptkanals. Dies liegt daran, dass der Kanal in diesem Bereich stellenweise enger und Potentialhürden größer sind.

Entlang eines Nebenkanals bewegt sich das Partikel nur dann, wenn die Driftkraft ausreichend groß ist, um Transport zu ermöglichen. Andernfalls kommt es zu keiner Bewegung, da Potentialhürden hier höher sein können als im Hauptkanal und daher selbst die kritische Kraft nicht ausreichend sein muss.

Unter Berücksichtigung Brownscher Molekularbewegung ist es zudem bei endlichen Temperaturen möglich, dass das Partikel zwischen Haupt- und Nebenkanälen wechselt oder an einer Ecke seine Bewegungsrichtung beibehält. Obwohl sich das Teilchen im magischen Fall im Hauptkanal bis ins Unendliche fortbewegen kann, ist durch einen solchen Kanalwechsel ein Ende der Bewegung möglich.

### **2.5.2 Transport im nicht-magischen Fall**

Wegen des leichten Versatzes, zu welchem es zwischen benachbarten Pseudo-Wigner-Seitz-Zellen und -Kacheln im magnetischen Potential kommt, bewegt sich das Partikel zwar ähnlich wie im magischen Fall, allerdings stößt es in einer gewissen Entfernung zum Ursprung auf eine unüberwindbare Potentialbarriere und die Bewegung stoppt. Dies ist nur dann nicht der Fall, wenn  $f_d$  groß genug ist, um das Partikel in eine Kachel hineinzuzwingen - also größer als die auftretenden magnetischen Kräfte. Solche Hindernisse treten überwiegend an den Ecken auf, welche schon im magischen Fall schwerer als gerade verlaufende Kanalabschnitte zu überwinden sind. [11]

## 3 Experimenteller Aufbau

Um die Ergebnisse der in Kapitel 2.5 beschriebenen Simulationen überprüfen zu können, wird ein Aufbau für makroskopische Experimente entworfen. Mit diesem ist es möglich, die Bewegung von Stahlkugeln zwischen zwei magnetischen Schachbrettmustern bei Raumtemperatur zu beobachten, wenn auf diese die Gravitation als Driftkraft wirkt. Die Drehwinkel der Muster sind in diesem Aufbau auf Winkel  $\alpha \in [4^\circ, 12^\circ]$  beschränkt, um auch mit wenigen Magneten viele magische Winkel untersuchen zu können. Denn nach Gleichung (15) wächst die Kachelgröße mit abnehmendem Drehwinkel, wodurch Experimente bei kleinen Winkeln deutlich größere Muster und damit auch mehr Magnete erfordern.

### 3.1 Versuchsanordnung

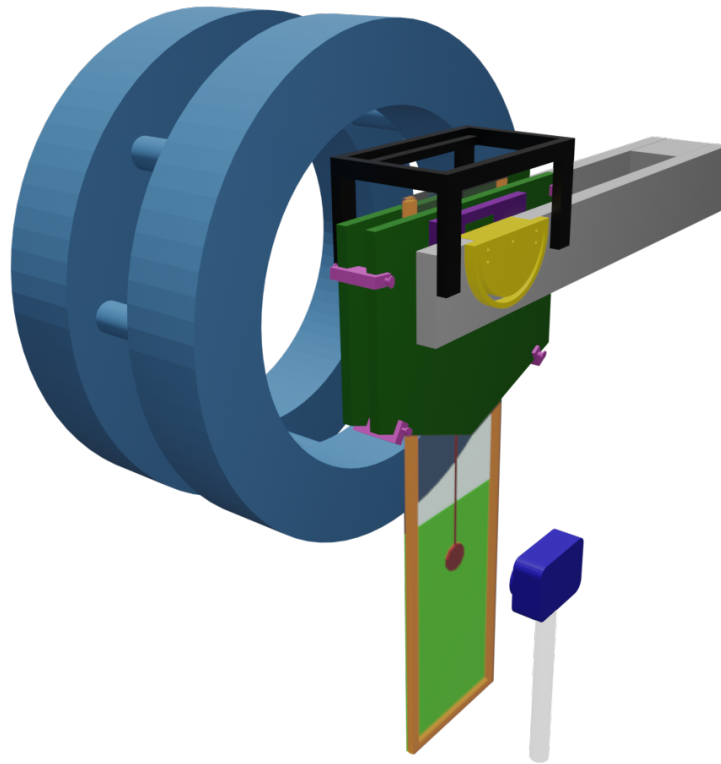
In makroskopischen Experimenten wollen wir das Verhalten von Stahlkugeln zwischen identischen Magnetmustern untersuchen, die zu ihrer Stabilisierung in Fassungen gegossen sind. Jede dieser Musterfassungen ist über eine Zwischenplatte an einer Drehscheibe befestigt, welche in einem Haltearm gelagert ist, sodass sich ein Drehgelenk bildet. Die Haltearme wiederum sind über ein Zwischenstück so aneinander befestigt, dass beide Drehgelenke eine gemeinsame Drehachse besitzen.

Durch diese Konstruktion ist es möglich, die Drehpunkte der Muster für jede Messung beliebig zu wählen und anschließend zu fixieren. Außerdem lassen sich beide Muster um den Winkel  $\alpha/2$  zur Lotrichtung in entgegengesetzte Richtungen drehen, um die von der Theorie vorhergesagte mittlere Kanalrichtung im magnetischen Potential entlang der Richtung der Gravitation auszurichten, welche als Driftkraft dient. Nach der Justage der Winkel werden vier Abstandhalter an den beiden Musterfassungen befestigt, um sicherzustellen, dass die Magnetmuster überall den gleichen Abstand besitzen. Damit sich die Stahlkugeln dazwischen quasi-stationär mit einer Geschwindigkeit proportional zu den konservativen Kräften bewegen, werden sie in einen Wassertank in der Mitte zwischen den Musterfassungen eingebracht. Ein wassergekühltes Helmholtz-Spulenpaar erzeugt ein externes Magnetfeld und befindet sich aus Platzgründen neben den Magnetmustern. Die Stahlkugel wird mit einer Kreuzpinzette in den Tank eingebracht, welche sich entlang einer Führungsschiene bewegt, um die Positionierung zu erleichtern.

Durch den geringen Abstand der Magnetmuster ist es schwierig, die Trajektorie einer sinkenden Stahlkugel direkt zu beobachten. Deshalb ist der - auf zwei gegenüberliegenden Seiten durchsichtige - Wassertank wesentlich größer als der Bereich der eigentlichen Magnetmuster, um unterhalb dieser ein an die Kugel angehängtes Tracking-Objekt beobachten zu können. Dessen Bewegung wird von einer Kamera vor dem Wassertank aufgezeichnet und stimmt durch das langsame, gedämpfte Fallen im Wasser für die Experimente ausreichend genau mit der ursprünglichen Bewegung der Stahlkugel überein.

Abbildung 7 zeigt den beschriebenen Aufbau. Die Musterfassungen und ihre Befestigung sowie der dazwischen aufgestellte Wassertank sind in Abbildung 8 zusätzlich von oben zu sehen. Der Aufbau befindet sich auf einem Tisch mit massiver Steinplatte. Das Zwischenstück der Haltearme sowie die Haltevorrichtungen für die Kamera und den Wassertank sind über Aluminiumschienen und -winkel an der Tischplatte befestigt. Alle Bauteile des Aufbaus (außer den beiden Magnetmustern) bestehen aus nicht-magnetischen Materialien, vornehmlich Aluminium, Messing und Kunststoffen.





**Abbildung 7:** Vereinfachte Ansicht der zentralen Bestandteile des Aufbaus. Das externe Magnetfeld wird durch ein Helmholtz-Spulenpaar (hellblau) erzeugt. Davor zu sehen sind die Musterfassungen (dunkelgrün), in welche die beiden Magnetmuster eingegossen sind. Zur Justage von Rotationswinkeln und -punkten werden Drehscheiben (gelb) und Zwischenplatten (violett) verwendet. Um zu gewährleisten, dass die Musterfassungen parallel sind, werden Abstandhalter (rosa) zwischen diesen angebracht. Die Drehscheiben befinden sich in einer Einkerbung in zwei fest montierten Haltearmen, welche über ein Zwischenstück verbunden sind (grau). Eine Stahlkugel befindet sich zwischen den Musterplatten innerhalb eines Wassertanks (orange) mit zwei durchsichtigen, gegenüberliegenden Seitenwänden. Zur Beobachtung ihrer Bewegung verfolgt eine Kamera (dunkelblau) unterhalb der Magnetmusterhalterung eine mit einem Faden an der Kugel befestigte Messingscheibe (rot), welche als Tracking-Objekt dient. Für die initiale Positionierung der Stahlkugel mit einer Kreuzpinzette wird eine Führungsschiene (schwarz) verwendet.

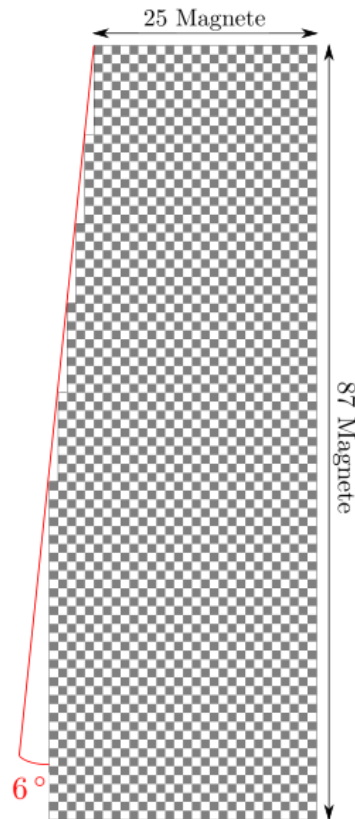


**Abbildung 8:** Vereinfachte Ansicht der Bestandteile der Musterhalterung von oben. Die beiden Magnetmuster sind in Musterfassungen (dunkelgrün) eingegossen. Diese sind je über eine Zwischenplatte (violett) an einer Drehscheibe (gelb) befestigt, welche sich innerhalb einer Einkerbung in den Haltearmen (grau) drehen kann. Zwischen den beiden Musterplatten befindet sich ein Tank (orange), in welchen Stahlkugeln und Tracking-Objekte eingebracht werden können. Abstandhalter (rosa) sorgen dafür, dass die Musterfassungen parallel sind.

Die nachfolgenden Unterkapitel behandeln die einzelnen Bestandteile der Vorrichtung und ihre Funktionsweise. Außerdem wird erklärt, welche Überlegungen und Anforderungen zum endgültigen Entwurf der jeweiligen Bauteile geführt haben.

### 3.1.1 Magnetmuster

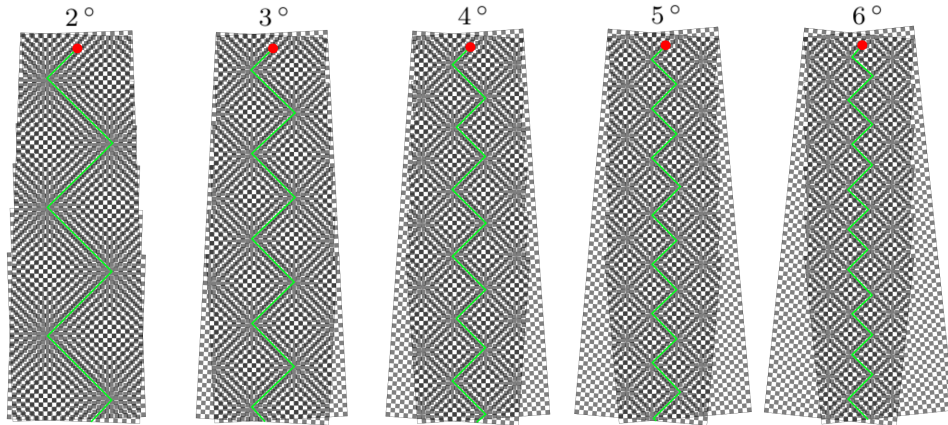
Die beiden Magnetmuster bestehen aus jeweils 2523 gleichen Würfelmagneten mit einer Kantenlänge von  $s = (2,023 \pm 0,006)$  mm. Im Abstand  $h = 3$  mm zum Muster wird eine Feldstärke von bis zu maximal 3 mT gemessen. Weitere Angaben zu den Würfelmagneten finden sich im Anhang, A.2. Die Würfelmagnete sind mit abwechselnder Magnetisierungsrichtung senkrecht zur Musterebene so angeordnet, wie es in Abbildung 9 zu sehen ist. Dabei ist die Anordnung der Magnete in beiden Mustern dieselbe und es entstehen zwei magnetische Schachbrettmuster mit der Gitterkonstante  $a = \sqrt{2}s = (2,861 \pm 0,008)$  mm.



**Abbildung 9:** Vereinfachte Ansicht eines der beiden identischen Magnetmuster, von der im Gesamtaufbau dem Wassertank zugewandten Seite. Die Magnetisierung der einzelnen Würfelmagnete mit Kantenlänge  $s = (2,023 \pm 0,006)$  mm ist senkrecht zur Musterebene gerichtet. Die schwarzen und weißen Kacheln stellen die entgegengesetzte Orientierung benachbarter Magnete dar, wobei Schwarz einen magnetischen Südpol kennzeichnet. Die Neigung der einen Seite entspricht einem Winkel von etwa  $6^\circ$ .

Da der kleinste Rotationswinkel, welcher untersucht werden soll,  $\alpha_{min}/2 = 2^\circ$  ist, rechnen wir mit einer maximalen Kachel-Seitenlänge von:

$$L_{max} = \frac{a}{2 \sin(\alpha_{min}/2)} \approx 14,3 a \quad (17)$$



**Abbildung 10:** Moiré-Muster bei Überlagerung zweier Schachbrettmuster in der Form und Anordnung der verwendeten Magnetmuster. Von links nach rechts sind die nicht-magischen Winkel  $\alpha/2 = 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ, 5^\circ, 6^\circ$  dargestellt, um welche jeweils beide Muster um den Drehpunkt (rot) gegeneinander verdreht sind. Gut erkennbar ist die bei größeren Winkeln kleiner werdende Kachelgröße und ein ausreichender Abstand des in der Mitte verlaufenden Kanals (grün) zu den Rändern der Muster. Dieser Abstand wird mit kleineren Winkeln größer.

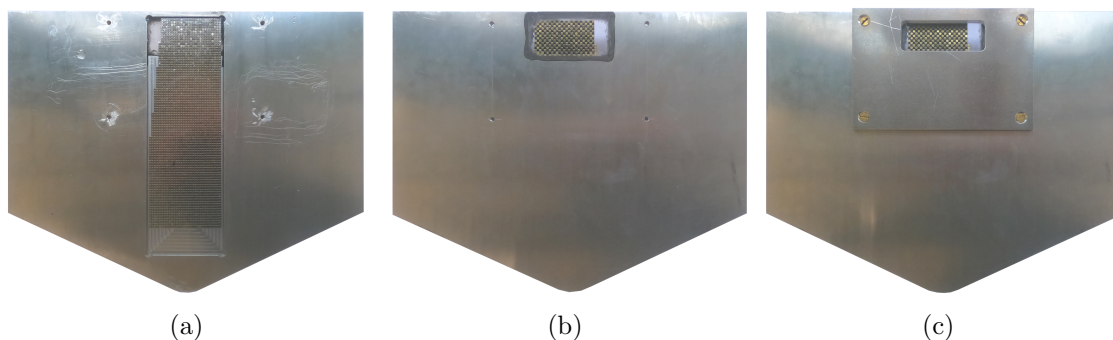
Aufgrund dieser Überlegung besitzen die Muster überall eine Breite von mindestens 25 Magneten, um auch für  $\alpha_{min}/2$  noch ausreichenden Abstand zwischen dem Hauptkanal und den Rändern des Musters zu gewährleisten, wodurch Randeffekte vernachlässigt werden können. Die Höhe der Muster ist so gewählt, dass die Stahlkugel selbst im Fall  $\alpha_{min}/2$  bis zu 6 Ecken passieren kann.

Da die Kachel-Größe für steigende  $\alpha/2$  kleiner wird, können im Fall größerer Winkel wesentlich mehr Ecken durchlaufen werden. Außerdem befindet sich der mittlere Kanal bei größeren  $\alpha/2$  in zunehmendem Abstand zum Rand, wie Abbildung 10 zeigt. Dadurch spielen Randeffekte eine noch geringere Rolle. Um auch bei  $\alpha/2 = 6^\circ$  eine möglichst große Überlappung beider Muster bei minimaler Anzahl an Einzelmagneten zu erzielen, besitzen die Muster eine um  $6^\circ$  angeschrägte Seite. Dadurch kann auch bei großen Winkeln die gesamte Länge der Musters ausgenutzt werden, was im Fall rechteckiger Muster mit gleicher Breite nicht möglich wäre.

### 3.1.2 Musterfassungen und Zwischenplatten

Jedes der beiden Magnetmuster ist mit Epoxid-Harz mit derselben Seite voran in eine Vertiefung innerhalb einer von zwei identischen Musterfassungen eingegossen. Dadurch sind die Muster - anders als die Drehscheiben oder Haltearme - im Gesamtaufbau nicht spiegelbildlich angeordnet. Die Fassungen, in Abbildung 8 dunkelgrün dargestellt, besitzen am oberen Ende der Vertiefung ein eingeklebtes Sichtfenster aus einer durchsichtigen Platte aus Makrolon.

Im Bereich dieses Sichtfensters sind die Magnete des Musters auf der zum Fenster gewandten Seite gemäß ihrer Orientierung eingefärbt, um Rotationspunkte visuell wählen zu können. Für den gleichen Zweck befindet sich über dem Fenster eine weitere Platte mit einer Aussparung in der Größe des Fensters. Die Platte dient als Zwischenplatte zwischen Musterfassung und Drehscheibe und ist bei Bedarf austauschbar und einfach zu ersetzen. Kapitel 3.1.4 beschreibt das Vorgehen bei der Wahl der Drehpunkte und die Rolle der Fenster und Zwischenplatten dabei ausführlich. Abbildung 11 zeigt eine Musterfassung, sowohl mit als auch ohne Zwischenplatte. Die Bauzeichnung einer Musterfassung ist Anhang B, Abbildung 22 zu finden.



**Abbildung 11:** Ansichten einer der beiden baugleichen Musterfassungen mit dem eingegossenen Magnetmuster. **(a)** Zum Tank gewandte Seite der Musterfassung. Zu sehen ist ein mit Epoxid-Harz in die Vertiefung gegossenes Magnetmuster. **(b)** Vom Tank abgewandte Seite der Musterfassung. Durch das Sichtfenster sind die Magnete des Musters zu erkennen, welche gemäß ihrer Orientierung eingefärbt sind, um eine Wahl des Drehpunkts zu erleichtern. **(c)** Vom Tank abgewandte Seite der Musterfassung wie in **(b)**, mit aufgeschraubter Zwischenplatte. Diese besitzt im Bereich des unterliegenden Fensters eine Aussparung.

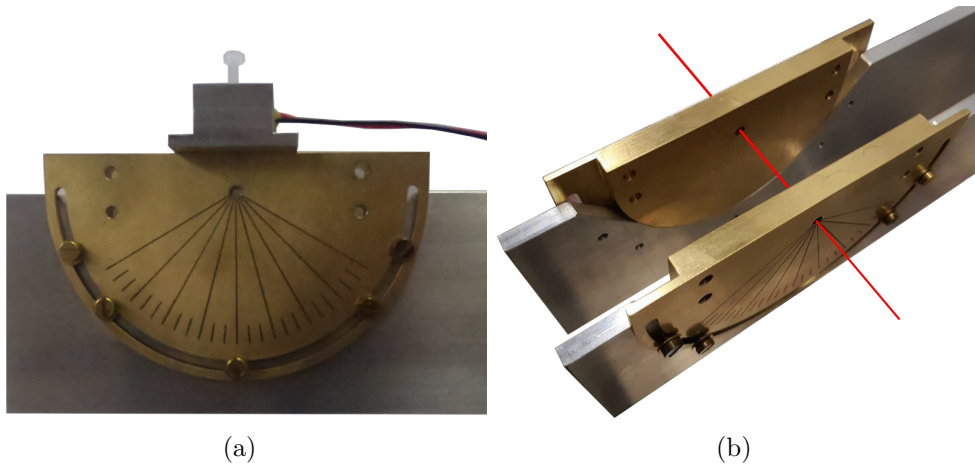
### 3.1.3 Drehscheiben und ihre Halterung

Die Musterfassungen sind über je eine Zwischenplatte an einer Drehscheibe befestigt. Diese ist in die runde Einkerbung eines Haltearms eingebracht, sodass ein Drehgelenk entsteht, dessen Drehachse durch den Mittelpunkt der Scheibe verläuft und mit einem durchgängigen Loch gekennzeichnet ist. Damit ist die Drehachse einfach bestimmbar und durch die Größe der Scheiben zudem sehr stabil. Beide Haltearme sind über ein Zwischenstück aneinander befestigt, sodass die Drehachsen beider Gelenke übereinanderliegen. Dies garantiert, dass auch die Drehpunkte der Magnetmuster in den Fassungen exakt aufeinander fallen. Für weitere Informationen und die Bauzeichnungen der Drehscheiben, Haltearme und des Zwischenstücks siehe Anhang B, Abbildungen 23, 24 und 25.

Die Einstellung des Drehwinkels erfolgt mit Hilfe einer  $5^\circ$ -Skala auf der Vorderseite der

Drehscheibe. Zur genaueren Justage ist außerdem ein Lasermodul an der flachen Seite jeder Scheibe befestigt, welche sich bei einer Drehung neigt. Jeder Laser befindet sich in einem Metallgehäuse und ist mit einer Schraube fixiert, welche die Ausrichtung des Laserstrahls etwas verändern kann. Im nicht-gedrehten Zustand der Drehscheibe ist daher darauf zu achten, dass der Laser parallel zur Oberfläche der Drehscheibe sendet. Die Laser projizieren Punkte an eine Wand im Versuchsraum und zeigen damit die Auslenkung der Scheiben an, aus welcher sich die Neigungswinkel bestimmen lassen. Allerdings ist die Verwendung der Laser nur bei Winkeln bis  $10^\circ$  möglich, da der Laserstrahl bei größeren Winkeln auf den Haltearm trifft. Dieses Problem lässt sich mit Abstandhaltern zwischen den Lasergehäusen und den Drehscheiben beheben.

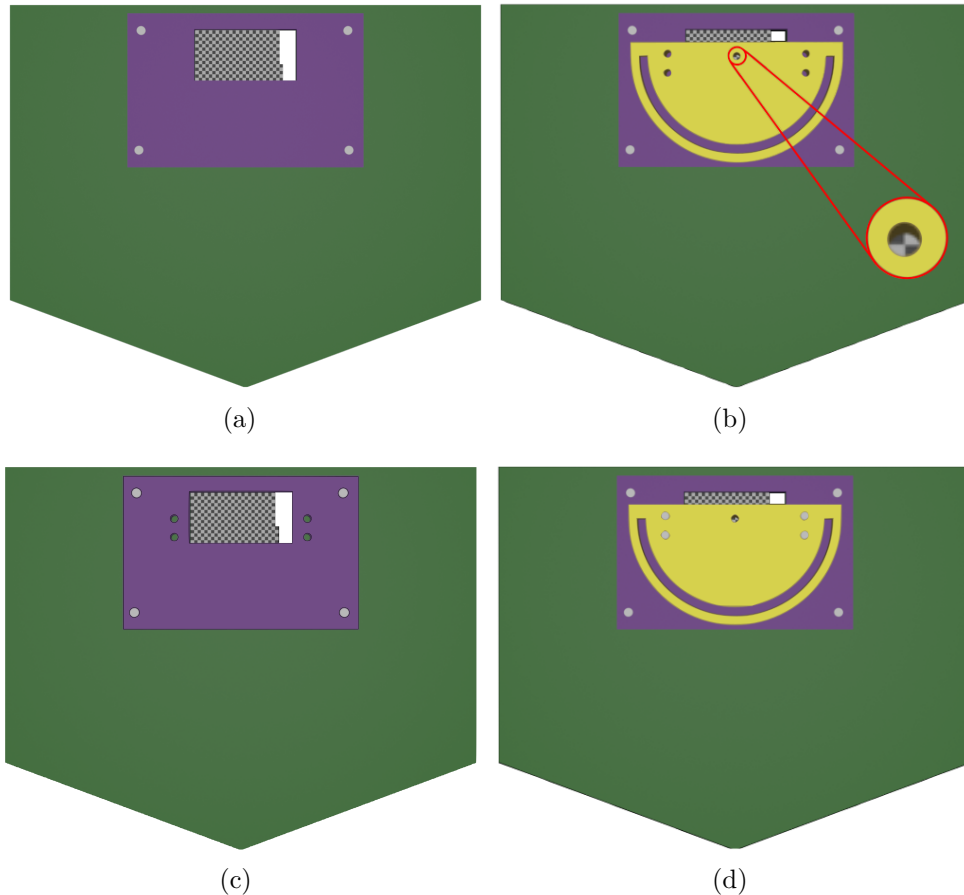
Ist der Winkel eingestellt, wird die Drehscheibe mithilfe von fünf Schrauben an dem jeweiligen Haltearm fixiert. Die verwendeten Lasermodule (siehe auch Anhang A.3) sind netzbetrieben, da sich Batterien oder Akkus in der Nähe starker Magnetfelder entladen.



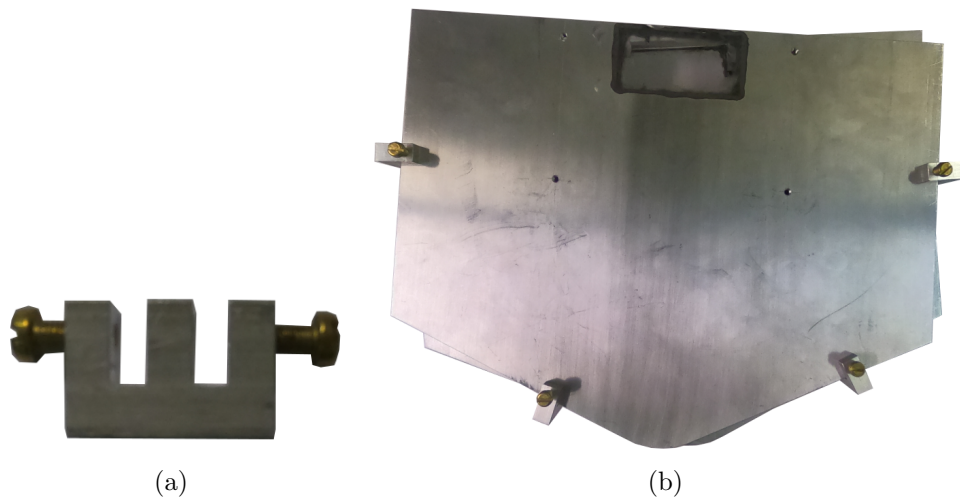
**Abbildung 12:** Verschiedene Ansichten der Drehscheiben im Aufbau. (a) Eine Drehscheibe in ihrer Halterung mit aufgeschraubtem Metallgehäuse für das Lasermodul, welches darin mit einer weißen Plastikschraube fixiert ist. Das Lasermodul mit Netzbetrieb ist im Bild nach links ausgerichtet. Zu sehen ist auch die Winkelskala, welche die Drehung um den Drehpunkt der Scheibe (mittleres Loch) in  $5^\circ$ -Schritten angibt. Nach Einstellung des Winkels wird die Scheibe mit den gezeigten fünf Schrauben am Haltearm fixiert. (b) Beide Drehscheiben ohne die Lasermodule in ihren Halterungen. Gut erkennbar sind die runden Einkerbungen in den Haltearmen, in welche die Drehscheiben eingepasst sind und so Drehgelenke bilden, deren Drehachse (rot) durch das mittlere Loch beider Scheiben verläuft.

### 3.1.4 Wahl der Drehpunkte

Die Drehscheiben sind nicht direkt, sondern über Zwischenplatten an den Musterfassungen befestigt, wodurch die wiederholte Wahl verschiedener Drehpunkte auf den Magnetmustern möglich ist. Der Drehpunkt eines Musters wird, wie in Abbildung 13 gezeigt, durch das Mittelloch der Drehscheibe ausgewählt und diese in der entsprechenden Position auf den Zwischenplatten fixiert. Die gewählten Drehpunkte befinden sich dadurch auf der gemeinsamen Rotationsachse der Drehscheiben.



**Abbildung 13:** Vorgehen bei der Wahl eines Drehpunkts. Zu sehen ist die im Gesamtaufbau vom Wassertank abgewandte Seite der Musterfassung (dunkelgrün). Durch das Sichtfenster ist ein Teil des eingegossenen Magnetmusters erkennbar. Die Magnete sind im Bereich des Fensters gemäß ihrer Orientierung eingefärbt, wobei Schwarz einen magnetischen Südpol kennzeichnet. Um zu vermeiden, dass sich die Bohrlöcher für mehrere Drehpunkte in der Zwischenplatte überlappen, wird für jeden Drehpunkt eine neue Zwischenplatte (violett) verwendet. Die Drehscheibe (gelb) wird an dieser befestigt und so befindet sich der gewählte Drehpunkt fest auf der Rotationsachse der Drehscheibe. **(a)** Musterfassung mit angeschraubter Zwischenplatte. Vor der Wahl eines (neuen) Drehpunkts muss eine neue Zwischenplatte auf die Musterfassung geschraubt werden. Durch das Sichtfenster in der Musterfassung und die Aussparung in der Zwischenplatte ist das unterliegende Magnetmuster gut zu erkennen. **(b)** Auf die Zwischenplatte wird die Drehscheibe so angesetzt, dass ihre gerade Kante parallel zu den Reihen des unterliegenden Magnetmusters verläuft. Der Rotationspunkt (in diesem Beispiel ein S4-symmetrischer Punkt des Musters) wird durch das Mittelloch bestimmt und dann die Position der Schraublöcher der Drehscheibe auf der Zwischenplatte markiert. **(c)** An den zuvor markierten Punkten werden Gewindelöcher in die Zwischenplatte gebohrt. **(d)** Die Drehscheibe kann an der Zwischenplatte festgeschraubt werden.



**Abbildung 14:** Abstandhalter zur Stabilisierung des Abstands der Musterplatten. **(a)** Ein einzelner Abstandhalter. Zu sehen sind die beiden Vertiefungen, in welche die Musterfassungen im Abstand von 6,5 mm geklemmt werden. An beiden Seiten der Abstandhalter befindet sich zudem ein Schraubgewinde und eine Schraube, mit welcher der Halter an jeder Fassung fixiert wird. **(b)** Zwei verdrehte Musterfassungen. Vier Abstandhalter fixieren diese an übereinanderliegenden Kanten.

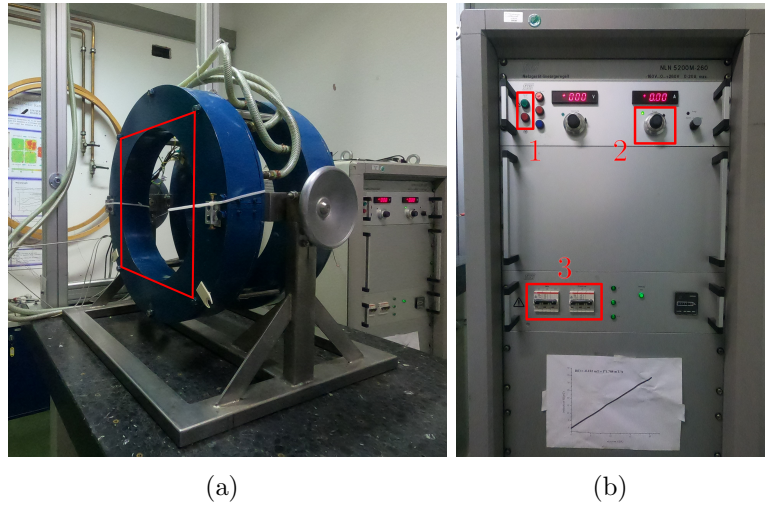
### 3.1.5 Abstandhalter

Um zu gewährleisten, dass die Musterfassungen zueinander parallel sind, verwenden wir vier Abstandhalter. Diese besitzen im Abstand von 6,5 mm Vertiefungen, in welche die Fassungen geklemmt und dann mit Schrauben befestigt werden. Die Magnetmuster, welche bis zu 0,3 mm tief unter der Oberfläche der Fassungen in Epoxid-Harz eingegossen sind, besitzen somit einen Abstand von  $(6,8 \pm 0,3)$  mm.

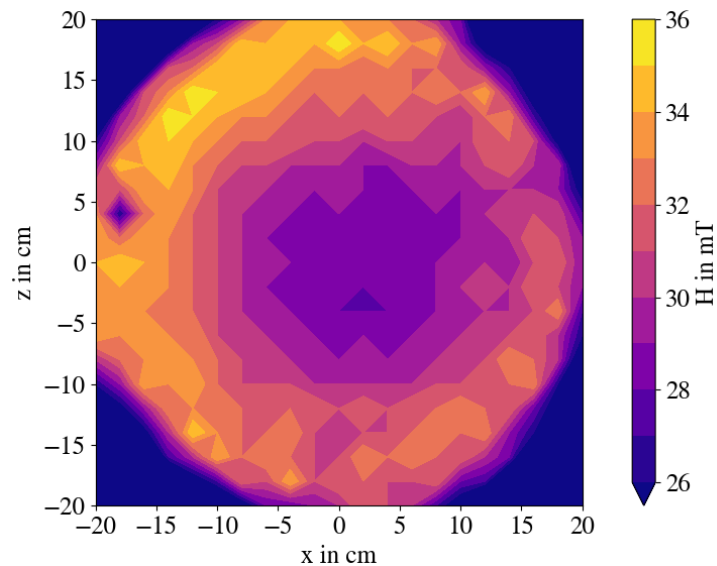
Erst nachdem die Winkel an den Drehscheiben eingestellt und fixiert sind, lassen sich die Abstandhalter an beiden Musterfassungen befestigen. Geeignete Stellen dafür sind solche, an welchen die Kanten der Fassungen übereinanderliegen und über den Wassertank hinausragen. Abbildung 14(b) zeigt beispielhaft vier an den Musterfassungen befestigte Abstandhalter.

### 3.1.6 Externes Feld

Zur Erzeugung eines starken externen, homogenen Feldes verwenden wir ein Helmholtz-Spulenpaar mit einem Innendurchmesser von 40 cm. Permanentmagnete der entsprechenden Größe und der damit einhergehenden Haftkraft eignen sich nicht dafür, da ihr Einsatz weder einfach noch ungefährlich ist. Das Spulenpaar befindet sich auf einer massiven steinernen Tischplatte. In die Platte sind Gewindelöcher eingelassen und zusätzlich sind drei Aluminiumträger vertikal auf ihr befestigt. Die anderen Bestandteile des Versuchsaufbaus lassen sich mit Schienen und Winkeln über die Gewindelöcher an der Tischplatte montieren. Ein Steuergerät reguliert die Stromversorgung der Spulen. Dieses ist, wie auch das Helmholtz-Spulenpaar, wassergekühlt und besitzt zusätzlich eine Belüftungsanlage. Abbildung 15 zeigt sowohl das verwendete Spulenpaar als auch das Steuergerät.



**Abbildung 15:** Das Helmholz-Spulenpaar und das Steuergerät zur Stromversorgung. **(a)** Das Helmholz-Spulenpaar (blau) steht auf einer massiven Steintischplatte. Der Bereich, in welchem das in Abbildung 16 dargestellte Magnetfeld gemessen wurde, ist rot umrahmt. **(b)** Die Vorderseite des Steuergeräts. Wichtige Bestandteile sind ebenfalls rot und nummeriert. **1** Die Knöpfe zum An- (grün) und Ausschalten (rot) des Geräts. **2** Drehregler zum Einstellen der Stromstärke. Darüber befindet sich die zugehörige digitale Anzeige. **3** Die zwei Schalter der Sicherung. Sind sie nach oben umgelegt, ist die Sicherung eingeschaltet.



**Abbildung 16:** Das magnetische Feld außerhalb des Helmholz-Spulenpaares, welches einen Innenradius von 20 cm besitzt. Gemessen wurde bei einer Stromstärke von 19,99 A direkt vor einer der beiden Spulen in dem Bereich, welcher in Abbildung 15(a) rot umrahmt dargestellt ist. Gut zu erkennen ist, wie die Stärke des magnetischen Feld zum inneren Spulenrand etwas ansteigt und darüber hinausgehend stark abfällt. In der Mitte hat das Feld eine Stärke von etwa 29 mT. Dort befinden sich im Gesamtaufbau die Magnetmuster.



Aus Platzgründen werden die Musterfassungen nicht in der Mitte des Spulenpaares, sondern davor montiert. Der entsprechende Bereich ist in Abbildung 15(a) rot umrahmt dargestellt. Dort hat das erzeugte Magnetfeld eine Stärke von bis zu 36 mT und ist damit deutlich stärker als das Feld der Würfelmagnete zwischen den Mustern. Abbildung 16 zeigt die gemessene Verteilung des Feldes.

Um das Spulenpaar anzuschalten, müssen zuerst die Hauptwasserhähne für Zu- und Abwasser geöffnet sein. Diese sind in Abbildung 17 rot umrahmt dargestellt. Außerdem müssen zwei Handventile aufgedreht sowie zwei Magnetventile per Knopfdruck geöffnet werden.

Dann lässt sich die Belüftung des Stromversorgungsgeräts über einen Mehrfachstecker einschalten und die beiden Schalter der Sicherung können nach oben umgelegt werden. Es ist möglich, dass die Knöpfe der Magnetventile noch mehrfach gedrückt werden müssen, bevor sich das Steuergerät über den grünen Anschalte-Knopf einschalten lässt. Anschließend erhöht man die Stromstärke des Versorgungstroms langsam an einem Drehregler bis zum Maximum bei 19,99 A. Die Steuerung passt die benötigte Spannung automatisch der Stromstärke an.

Nach einem Experiment ist alles in umgekehrter Reihenfolge auszuschalten; zuerst wird der Strom langsam heruntergefahren. Die Kühlsysteme sollten noch einige Zeit weiterlaufen, bevor das Steuergerät der Stromversorgung, die Sicherungen und die Belüftung ausgeschaltet werden. Erst zuletzt wird die Wasserkühlung abgedreht.



**Abbildung 17:** Die zwei Hauptwasserhähne für Zu- und Abwasser der Wasserkühlung. Sie sind rot umrahmt und befinden sich im geöffneten Zustand. Zum Schließen muss der jeweilige Hebel in waagerechte Position gebracht werden. Abbildung (a) zeigt einen Teil der Leitungen im Raum und (b) den anderen, der rückseitig dazu gelegen ist.

### 3.1.7 Wassertank und Verstärkerplatten

Im Experiment möchten wir die Gravitation als Driftkraft verwenden. Dies ist möglich, da durch die Ausrichtung der Magnetmuster und die Rotation um  $\alpha/2$  in entgegengesetzte Richtungen die Durchschnittsrichtung der Kanäle im Potential in Lotrichtung ausgerichtet wird. Dafür muss nur bei der Montage der Bauteile gewährleistet werden, dass die Haltearme der Drehscheiben horizontal befestigt sind.

Damit die Stahlkugel nicht beschleunigt und Kanäle im magnetischen Potential durchbricht, befindet sie sich innerhalb eines Wassertanks. Durch das Wasser wirkt den konservativen Kräften eine hydrodynamische Reibungskraft entgegen, welche zu einer quasi-stationären Geschwindigkeit der Stahlkugel proportional zu den konservativen Kräften führt.



**Abbildung 18:** Verschiedene Ansichten des verwendeten Wassertanks mit Verstärkerplatten im unteren Bereich. Die beiden großen, durchsichtigen Seitenwände des Tanks bestehen aus Makrolonplatten, welche mit Epoxid-Harz auf flache Aluminiumstreben geklebt sind. Diese bilden so die anderen beiden Seiten und den Boden des Tanks. **(a)** Der Wassertank mit Verstärkerplatten. Da die Makrolonwände sehr dünn sind, müssen sie verstärkt werden, damit der Tank unter der Last des eingefüllten Wassers nicht nachgibt und zerbricht. Dafür sind zwei starke Makrolonplatten auf beiden Seiten des Tanks unterhalb des Bereichs, in welchem sich im Experiment die Musterfassungen befinden, aneinander geschraubt. Abstandhalter um die Schraublöcher verhindern, dass die Verstärkerplatten sich aufgrund der Schrauben zu sehr biegen. **(b)** Zum Befüllen des Wassertanks eignet sich ein dünnes Metallrohr wie das hier gezeigte mit einem Durchmesser von 1,5 mm. Es wird senkrecht in den Tank geschoben, bis es den Boden erreicht hat. Dann kann mithilfe eines Trichters am oberen Ende des Rohrs der Tank ohne Bläschenbildung von unten her aufgefüllt werden. **(c)** Hinter den Verstärkerplatten wird eine Leuchtfolie angebracht. Diese ist im ausgeschalteten Zustand rosa, angeschaltet leuchtet sie weiß und kann Kameraaufnahmen verbessern.

Der Tank besitzt zwei großflächige, durchsichtige Seitenwände parallel zu den Magnetmustern und ist annähernd doppelt so hoch wie die Strecke, welche die Kugel maximal zwischen den Mustern zurücklegen kann. Dies ermöglicht es, an der Kugel mit einem Nylonfaden befestigte Tracking-Objekte zu beobachten. Wir verwenden diese Methode, da es aufgrund des geringen Abstands der Magnetmuster aufwändig ist, die Bewegung der Kugel direkt zu verfolgen.

Der verwendete Wassertank besitzt ein Gerüst aus drei Aluminiumstreben, welche zwei gegenüberliegende Seitenwände und den Boden des Tanks bilden. Zu den beiden anderen Seiten hin sind mit Epoxid-Harz zwei Makrolonplatten geklebt. Der Tank ist somit nach oben hin offen und in einer Richtung transparent. Für weitere Informationen siehe Anhang B, Abbildung 26.

Die beiden Makrolonplatten sowie auch die Aluminiumstreben sind nur je 2 mm dick, wodurch der Tank trotz des Klebstoffes zwischen den Bauteilen überall nur wenig mehr als 6 mm misst. Dadurch ist ein geringer Abstand der Stahlkugeln im Inneren des Tanks zu den Magnetmustern möglich. Dieser darf nicht viel größer als die Gitterkonstante  $a$  der Muster sein, weil die führende Fouriermode des Magnetfeldes der Magnetmuster exponentiell mit dem Abstand zu diesen abfällt.

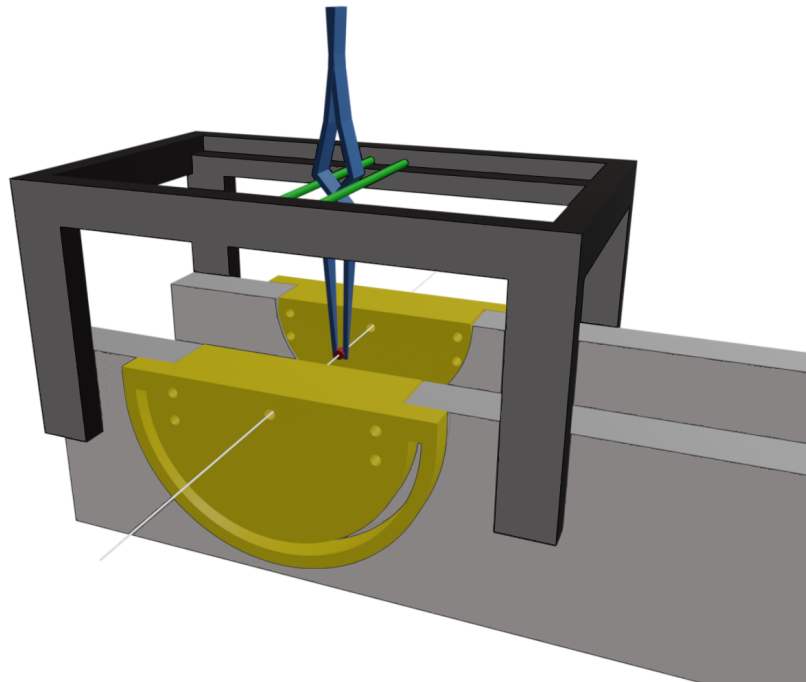
Damit der dünne Tank nicht unter der Last des eingefüllten Wassers zerbricht, wird er stellenweise verstärkt. Dafür sind unterhalb des Bereichs, in welchem sich im Experiment die Musterfassungen befinden, 8 mm dicke Makrolonplatten angebracht. Diese ragen zu den beiden schmaleren Seiten des Tanks über diesen hinaus und sind dort aneinander geschraubt. Die Schrauben laufen zusätzlich durch Abstandhalter zwischen den beiden Verstärkerplatten, um zu verhindern, dass sich diese um den Tank herumbiegen können. Sind die Verstärkerplatten montiert, kann das Wasser eingefüllt werden. Wir verwenden Wasser von hoher Reinheit und einem Leitwert von  $15,0 \text{ m}\Omega$ , um zu vermeiden, dass Kleinstpartikel im Wasser Einfluss auf die Bewegung der Stahlkugeln nehmen.

Zum Befüllen des Wassertanks eignet sich ein dünnes Metallrohr mit einem Durchmesser von 1,5 mm. Es wird senkrecht in den Tank geschoben, bis es auf dessen Boden aufsteht, wie Abbildung 18 zeigt. Dann kann mithilfe eines Trichters am oberen Ende des Rohrs Wasser durch dieses eingeleitet werden. Dadurch füllt sich Tank langsam von unten auf, ohne dass sich Bläschen oder Einschlüsse bilden.

### 3.1.8 Stahlkugeln und deren Positionierung

Als Partikel, deren Trajektorie zwischen den Magnetmustern untersucht werden soll, werden Chromstahlkugeln mit einem Durchmesser von 1,000 mm (Herstellerangabe) verwendet. Die Kugeln selbst besitzen eine ferromagnetische Magnetisierungskurve, welche für Magnetfelder  $B < 50 \text{ mT}$  als linear und damit paramagnetisch approximiert werden kann. Weitere Informationen zum Material sind im Anhang in A.1 zu finden.

Die Stahlkugeln werden mithilfe einer Kreuzpinzette in den Wassertank eingebracht. An der Pinzette sind zwei Gleiter befestigt, mit welchen sie entlang einer Laufschiene bewegt werden kann. Dabei befindet sich die Spitze der Kreuzpinzette immer auf der Höhe der Drehachse der Drehscheiben und genau in der Mitte zwischen diesen, wodurch sie nur noch entlang einer Richtung positioniert werden muss. Bringt man die Stahlkugel auf der Drehachse der Muster in den Wassertank ein, so befindet sie sich in einem Hauptkanal des magnetischen Potentials. Abbildung 19 stellt die an den Haltearmen befestigte Laufschiene und die Pinzette vereinfacht dar.



**Abbildung 19:** Vereinfachte Ansicht des Aufbaus zur Kugelpositionierung. An den Haltearmen (hellgrau) ist eine Laufschiene befestigt (schwarz). Auf dieser liegen Gleiter (grün), welche an einer Kreuzpinzette (blau) befestigt sind. Die Pinzette kann sich nur entlang der Schiene bewegen, innerhalb der ihre Spitze sich in immer der Mitte zwischen beiden Drehscheiben und auf der Höhe deren gemeinsamer Drehachse (weiß) befindet. Die Stahlkugel (rot) kann so einfacher auf der Drehachse positioniert werden.

## 3.2 Tracking der Messingscheiben

Wir möchten die Bewegung der Stahlkugel mithilfe von Tracking-Objekten beobachten. Dafür verwenden wir flache Messingzylinder, welche über einen dünnen Nylonfaden an der Stahlkugel befestigt sind und mit dieser in den Wassertank eingebracht werden. Die Bewegung der Kugel im magnetischen Potential zwischen den Magnetmustern lässt sich unter den Musterfassungen über die Bewegung der Messingscheibe nachvollziehen. Bewegt sich die Kugel nur langsam, kann die Scheibe ihr so gut folgen, dass Abweichungen dabei für die Aussagen der Experimente nicht wesentlich sind.

Um die Beobachtungen im Experiment festzuhalten, wird eine Videokamera verwendet, welche das Innere des Tanks durch eine der durchsichtigen Seiten unterhalb der Magnetfassungen aufzeichnet. Deren Aufnahmequalität wird mit einer Leuchtfolie auf der gegenüberliegenden Seite des Wassertanks verbessert, welche einen einheitlichen, leuchtenden Hintergrund bildet und den Kontrast zwischen den Messingscheiben und ihrer Umgebung erhöht. Die Folie arbeitet mit angelegtem Gleichstrom, damit auch bei Aufnahmen mit großen Bildraten kein Flimmern auftritt. Die am Tank angebrachte Leuchtfolie ist in Abbildung 18(c) zu sehen, weitere Informationen zur Folie finden sich in Anhang A.4.

### 3.2.1 Messingscheiben

Als Tracking-Objekte dienen flache Messingzylinder. Diese haben eine Höhe von 1,0 mm und verschiedene Radien, die so gewählt sind, dass Scheiben in den Gewichtsklassen 1 g, 2 g, 5 g, 10 g und 20 g zur Verfügung stehen.

Die Zylinder sind durch Erodieren aus Messingplatten herausgeschnitten. Als Faden Angelschnur aus Nylon mit einem Durchmesser von 0,24 mm verwendet, da das Material für seine geringe Breite sehr strapazierfähig ist. An einem Ende ist eine Stahlkugel festgeklebt, an dem anderen eine Messingscheibe. Der Faden dazwischen muss eine Länge von etwa 30 cm besitzen, damit sich die Messingscheibe im Experiment im Sichtbereich der Kamera befindet. Da die Messingscheiben schwerer als die Stahlkugel sind, ist der Nylonfaden im Experiment immer gespannt.

### 3.2.2 Videokamera

Zur Beobachtung der Messingscheiben verwenden wir eine Kamera der Reihe GoPro Hero 8. Diese ermöglicht es, die Experimente mit einer Bildrate von 60 fps und einer Auflösung von  $3840 \times 2160$  Pixeln aufzunehmen. Diese Einstellungen können die Auswertung mithilfe des in Kapitel 3.2.3 beschriebenen Programms, welches auf den Pixelmatrizen der Aufnahmen arbeitet, verbessern.

Die Kamera wird auf einem Aluminiumträger befestigt, sodass möglichst ihr gesamtes Sichtfeld in den zu beobachtenden Bereich fällt. Bei der Montage muss darauf geachtet werden, dass die Kamera senkrecht auf die Platten des Wassertanks und die Verstärkerplatten ausgerichtet ist, damit keine Kalibrierung auf die Ebene, innerhalb welcher die Messingscheiben sinken, nötig wird. Dies wird mit einem auf Papier gedruckten Schachbrettmuster überprüft, welches auf den Platten befestigt wird. Erscheinen alle Ecken darin aus Sicht der Kamera rechtwinklig, ist sie gut positioniert, andernfalls muss nachjustiert werden. Genauer lässt sich die Ausrichtung überprüfen, indem man digital über ein Foto des Schachbrettmusters ein Quadratmuster legt und beide auf Abweichungen untersucht.

Ist die Kamera montiert, lässt sie sich mithilfe der vom Hersteller zur Verfügung gestellten Smartphone-App GoPro Quick aus einiger Entfernung ansteuern. Eine direkte Bedienung über den Auslöseknopf ist nicht empfehlenswert, weil dieser schwer bedienbar ist und Bilder dadurch unscharf werden können.

Da die Kamera keinen ausdauernden Akku besitzt, kann es vor allem bei längeren oder mehreren aufeinander folgenden Messungen sinnvoll sein, sie auch während der Aufnahmen dauerhaft an ihr Ladegerät anzuschließen.

### 3.2.3 Trackingprogramm

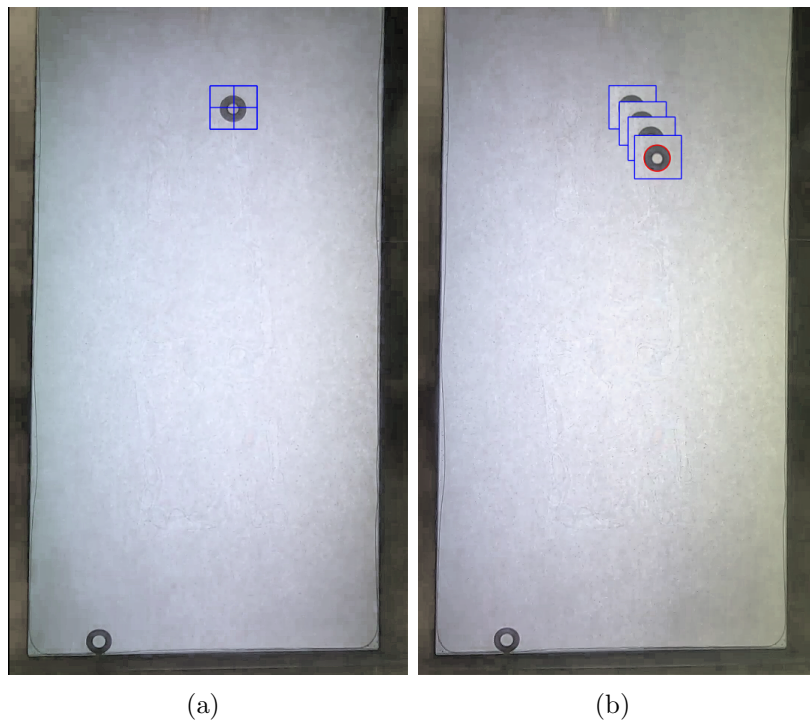
Die von der Kamera aufgezeichneten Daten der Bewegung der Messingscheiben können mithilfe eines selbstgeschriebenen Python-Programms ausgewertet werden. Zur Bildverarbeitung wird die frei verfügbare Programmbibliothek OpenCV, genauer deren Modul cv2, verwendet.

Das Programm lädt eine Videodatei und verfolgt den Weg eines rechteckigen Bildausschnitts, in welchem sich die Messingscheibe befindet.

Für jedes Bild der Datei wird die Position des Bereiches bestimmt und innerhalb dieses Ausschnitts nach Kreisen gesucht. Auf diese Weise lässt sich der Scheibenmittelpunkt lokalisieren und nach Iteration über alle Bilder die Trajektorie der Messingscheibe nachverfolgen und ausgeben.

Zuerst wird die Videodatei als Folge einzelner Pixelmatrizen eingelesen, wobei jedes Bild des Videos eine solche Matrix besitzt. Jede Stelle innerhalb einer Matrix ist mit einem Zahlen-Tripel nach dem BGR-Farbraumschema belegt und definiert den Farbwert des zugehörigen Pixels. Mit diesen Pixelmatrizen arbeitet das Programm.

Nach dem Laden der Datei öffnet sich ein Fenster für die Auswahl des Bildes, mit welchem das Tracking starten soll. Dies ermöglicht es, den Startzeitpunkt der Objektverfolgung zu wählen, wenn dieser nicht mit dem des Videos übereinstimmt. Dies ist beispielsweise dann der Fall, wenn die Aufzeichnung vor dem eigentlichen Experiment startet. Mithilfe der Taste F zeigt man das nächste Bild an, mit B das vorangegangene. Bestätigen lässt sich die Auswahl des aktuell gezeigten Bildes mit ENTER.



**Abbildung 20:** Zwei Momentbilder aus einer Testaufnahme, in welcher eine Unterlegscheibe (oben im Bild) als Tracking-Objekt verwendet wurde. Am Tankboden befindet sich eine zweite, welche das Tracking allerdings nicht beeinflusst. Beide Scheiben befinden sich im gefüllten Wassertank, dahinter ist ein weißes Blatt Papier angebracht, welches den gleichen Zweck wie die Leuchtfolie erfüllt; einen einheitlichen, kontrastreichen Hintergrund für das Tracking-Objekt zu schaffen. **(a)** Die „region of interest“ (ROI) wird mit der blau eingezeichneten Box ausgewählt und enthält die zu verfolgende Scheibe. Das zusätzlich dargestellte Fadenkreuz lässt sich optional anzeigen, um die Auswahl zu erleichtern. **(b)** Die ROI in vier aufeinanderfolgenden Bildern ist blau umrandet. Die vorderste ROI gehört zum letzten, aktuell angezeigten Bild. Dabei ist zu erkennen, dass zusammen mit der ROI auch Objekte in ihr verfolgt werden und sich relativ zur ROI kaum bewegen. In der aktuell gefundenen ROI ist eine mit dem Hough-Algorithmus gefundene Kreiskontur rot eingezeichnet. Bei den Testdurchläufen mit den Unterlegscheiben kam es auch vor, dass sowohl die innere, als auch die äußere Kontur erkannt wurden. In diesen Fällen wurde die Position des Kreismittelpunkts dann durch Mittelung bestimmt. Da der Hough-Algorithmus zur Positionsermittlung der Scheibe nur innerhalb der ROI arbeitet, stört die Unterlegscheibe links unten im Bild das Tracking nicht.

Weiter muss ein Bereich um das zu verfolgende Objekt festgelegt werden, auch „region of interest“ oder kurz ROI genannt. Dieser Bereich ist ein rechteckiger Bildausschnitt mit fester Kantenlänge und Pixelanzahl und enthält idealerweise die gesamte Messingscheibe und einen kleinen Bereich ihrer Umgebung, da es sonst zu Fehlern bei der Objektverfolgung kommen kann. Mithilfe des Cursors wird ein Rechteck, optional mit Fadenkreuz, um die Messingscheibe gezeichnet und die so markierte ROI mit ENTER bestätigt. Die Auswahl einer ROI ist in Abbildung 20(a) beispielhaft dargestellt.

Nun kann die Bewegung der ROI zwischen jeweils zwei aufeinanderfolgenden Bildern ermittelt werden. Dabei wird im nachfolgenden der beiden Bilder nach einem Bildausschnitt gesucht, dessen Pixelwerte und absolute Position möglichst wenig von denen der zuvor betrachteten ROI abweichen. Dadurch kann die neue ROI auch dann noch lokalisiert werden, wenn sie sich leicht verändert hat, wie beispielsweise durch eine Rotation oder Verfärbung eines darin enthaltenen Objekts. Wie stark einzelne Faktoren gewichtet werden und wie über das Maß der Abweichung entschieden wird, hängt dabei vom verwendeten Tracking-Algorithmus ab.

OpenCV stellt mehrere solcher Algorithmen bereit; es kann zwischen Boosting, MIL, KCF, CSRT, MedianFlow, Mosse, Goturn und TLD ausgewählt werden. Wir verwenden CSRT, auch CSR-DCF (Channel and Spatial Reliability of Discriminative Correlation Filter) genannt. Dieser liefert eine hohe Positionsgenauigkeit auch für nicht-rechteckige Tracking-Objekte und zeigt in allen Testdurchläufen des Programms gute Ergebnisse.

Nachdem die Position der neuen ROI bestimmt wurde, sucht ein Hough-Algorithmus anschließend nach den Konturen von Kreisen und gibt deren Mittelpunkte und Radien zurück. Da der Algorithmus nur innerhalb der ROI arbeitet, identifiziert er keine falschen, kreis-ähnlichen Objekte an anderer Stelle im Bild und kann die Messingscheiben auf einen Pixel genau lokalisieren. Die ermittelten Positionen der Kreismittelpunkte werden anschließend abgespeichert.

Danach geht das Programm zum nächsten Bild des Videos über und berechnet wieder die aktuellen Positionen der ROI und der Kreiskonturen. Nach dem Durchlaufen aller Bilder erhält man so eine Trajektorie, welche als npy-Datei gespeichert wird.

Die Verfolgung der ROI in aufeinanderfolgenden Bildern ist in Abbildung 20(b) veranschaulicht. Außerdem ist dort beispielhaft zu sehen, dass der Hough-Algorithmus nur innerhalb der ROI nach Kreiskonturen sucht und dadurch keine falschen Objekte detektiert werden.

Für die Entwicklung des Programm wurden Testaufnahmen von Beilagscheiben verwendet, welche ersatzweise als Tracking-Objekte in den Wassertank eingebracht wurden. In diesen Aufnahmen funktionierte sowohl das Tracking der ROI als auch die Erkennung von Kreiskonturen problemlos. Bei der Verwendung von Beilagscheiben identifizierte die Hough-Transformation mehrere Kreiskonturen, weshalb über die Positionen der Kreiszentren anschließend gemittelt wurde.

## 3.3 Experimente

### 3.3.1 Vorbereitung eines Experiments

Vor einer Messung müssen die Drehpunkte gewählt (Kapitel 3.1.4) und der Wassertank befüllt werden (Kapitel 3.1.7). Mithilfe der an den Drehscheiben befestigten Laser können die Drehwinkel beider Muster eingestellt und fixiert werden (Kapitel 3.1.3). Zur Stabilisation sind danach die Abstandhalter anzubringen (Kapitel 3.1.5).

Das Helmholtz-Spulenpaar und das Kühlsystem können dann angeschaltet werden (Kapitel 3.1.6) und die Stahlkugel und die angehängte Messingscheibe im Tank in Startposition gebracht werden (Kapitel 3.1.8). Dann können wir die Kamera (Kapitel 3.2.2) und die Leuchtfolie eingeschalten und die Messung starten.

Nach einer Messung sind alle Geräte wieder auszuschalten. Außerdem sollten die Abstandhalter zwischen den Musterfassungen abgenommen und diese wieder horizontal ausgerichtet werden; die Schrauben an den Drehscheiben dürfen nicht fest angezogen bleiben.

### 3.3.2 Mögliche Experimente

Mit dem in Kapitel 3.1 beschriebenen Aufbau lassen sich verschiedene Experimente durchführen. Für jeden eingestellten Winkel kann mithilfe der Trajektorie, welche die Messingscheibe beschreibt, die Größe einzelner Kacheln abgeschätzt werden. Weiter können wir die Auswirkungen verschiedener Drehpunkte und Startpunkte der Kugel auf den Transport untersuchen.

Für magische Winkel kann durch Modulation der Driftkraft versucht werden, die kritische Kraft  $f_c$  zu ermitteln, welche abhängig von der Größe des magischen Drehwinkels ist. Für nicht-periodische Strukturen kann untersucht werden, wie weit sich die Stahlkugel bewegt, bevor ihre Bewegung an einer Ecke stoppt. Diese Distanz hängt sowohl von der Größe des Drehwinkels als auch der angelegten Kraft ab. Interessant hierbei ist auch die Beschaffenheit der Ecke, welche das Hindernis für die Stahlkugel darstellt.

Experimente mit periodischen Strukturen bei nicht-magischen Winkeln sind besonders interessant, da dieser Fall in den Simulationen nicht explizit untersucht wird. Die Wigner-Seitz-Zellen umschließt hier mehrere Kacheln und ist dadurch komplexer als bei magischen Winkeln.

### 3.3.3 Möglichkeiten zur Modulation der Driftkraft

Stellt sich während der Experimente heraus, dass die Stahlkugeln zu schnell im Wassertank fallen, kann versucht werden, bestimmte Salze im Wasser zu lösen, um dessen Dichte zu erhöhen. Außerdem können auch kleinere Stahlkugeln verwendet werden, um das Verhältnis der Reibung im Wasser zur Gewichtskraft zu verbessern.

Sollte es jedoch nötig sein, die Driftkraft zu vergrößern, können größere oder zusätzliche Messingscheiben an die Kugel angehängt werden. Dies könnte beispielsweise auftreten, wenn der Betrag  $f_c$  der vom Winkel abhängigen kritische Kraft zu groß ist oder bei nicht-magischen Winkeln die Kugel zur Beobachtung nicht ausreichend weit transportiert wird.



## 4 Diskussion

Mit dem vorgestellten Aufbau ist es möglich, das Verhalten von Stahlkugeln zwischen gegeneinander verschobenen und verdrehten, magnetischen Schachbrettmustern abhängig von Drehwinkeln, Drehpunkten und angelegter Driftkraft zu untersuchen.

An dieser Versuchsanordnung besteht allerdings noch Korrekturbedarf. Der Versuchsaufbau war zum Abgabetermin dieser Bachelorarbeit noch nicht fertiggestellt und einige Testmessungen, um einen fehlerfreien Ablauf der Experimente zu garantieren, konnten noch nicht durchgeführt werden. Während zukünftiger Messungen können deshalb noch Probleme auftreten, für deren Lösung der Aufbau verbessert oder abgeändert werden muss.

Zusätzlich ist die Montage des Aufbaus noch nicht vollständig abgeschlossen. Es fehlen einige Schienen und Halter, um Bauteile an der Tischplatte zu montieren, außerdem eine Unterlage für das Helmholtz-Spulenpaar. Mit diesem sollen die Spulen angehoben werden, um sie auf der Höhe der Musterhalterung zu positionieren. Die Lasermodule müssen außerdem weiter über dem Drehpunkt der Drehscheiben angebracht werden, um zu gewährleisten, dass der Laserstrahl auch bei großen Drehwinkeln nicht auf einen Haltearm trifft und abgeschnitten wird. Außerdem ist eine Modulation der Driftkraft mit dem vorgestellten Aufbau nicht einfach umsetzbar. In Kapitel 3.3.3 werden einige Möglichkeiten für eine Anpassung der Driftkraft genannt, mit welchen diese dennoch nicht lückenlos durchstimmbare ist. Während laufender Experimente muss daher noch ausprobiert werden, wie die Gravitation als Driftkraft am besten umgesetzt werden kann.

Mit der Versuchsanordnung ist der Transport von Stahlkugeln nur zwischen einigen, wenigen Kacheln beobachtbar, da die Magnetmuster aus einer verhältnismäßig kleinen Anzahl an Magneten bestehen. Außerdem kann mit dem Aufbau nur das Verhalten der Kugeln zwischen vierzählig symmetrischen, magnetischen Schachbrettmustern untersucht werden. Da das in der Twistronik häufig betrachtete Material Graphen allerdings hexagonale Strukturen ausbildet, könnte es für zukünftige Experimente auch interessant sein, hexagonale Magnetmuster zu verwenden. Zusätzlich könnte der Aufbau so erweitert werden, dass größere Muster und damit auch größere Drehwinkel untersucht werden können. Mit der vorgestellten Versuchsanordnung lässt sich die Bewegung der Stahlkugeln im Wassertank nur indirekt verfolgen. Daher ist es trotz der Überlegungen aus Kapitel 3.1.7 möglich, dass die Messingscheibe der Bewegung der Kugel nicht so genau folgt, wie es für experimentelle Zwecke nötig ist. Die Tracking-Genauigkeit des in Kapitel 3.2.3 beschriebenen Programms ist auf Pixel limitiert und hängt von einer guten Justage der Videokamera ab. Letzteres Problem lässt sich beispielsweise mit einer Ebenen-Erkennung mithilfe von ArUco-Markern beheben. Weiter können verschiedene Tracking-Algorithmen auf ihre Tauglichkeit getestet werden, um die Verfolgung der ROI zu verbessern. Wenn außerdem die Messingscheiben die Position der Stahlkugeln nicht gut wiedergeben, können wir mit der Hough-Transformation zusätzlich auch den Verbindungsfaden erfassen. Mit dem Winkel zwischen diesem und der Lotrichtung lässt sich dann die exakte Position der Stahlkugel berechnen. Die genannten Verbesserungen sind zwar möglich, dennoch ist das Programm einsatzbereit: Mit Testaufnahmen von Beilagscheiben arbeitet es fehlerfrei und kann die Scheiben gut verfolgen.

Insgesamt bildet der vorgestellte Versuchsaufbau eine gute Grundlage für zukünftige makroskopische Experimente und löst viele Probleme, welche durch die Anforderungen an den Aufbau aufgeworfen werden. Die Form der Magnetmuster nutzt die Anzahl der uns zur Verfügung stehenden Magnete gut aus, um auch verschiedene Drehwinkel untersuchen zu können. Die Fassungen und das Epoxid-Harz stabilisieren die Magnetmuster und ermöglichen so eine einfache Verwendung der Muster im Aufbau. Die Wahl der Drehpunkte ist dank der Zwischenplatten und Drehscheiben unkompliziert und kann beliebig oft wiederholt werden. Durch die Halterung der Drehscheiben in den Haltearmen und den so entstehenden Drehgelenken liegen die Drehachsen der Muster auch ohne Justage übereinander und sind sehr stabil. Eine Ausrichtung der Driftkraft entlang der Kanäle im magnetischen Potential ist nicht nötig, da der Aufbau so konzipiert ist, dass die mittlere Kanalrichtung immer mit der Lotrichtung übereinstimmt. Die Abstandhalter garantieren eine immer gleichbleibende Entfernung der Magnetmuster zueinander und zu den Stahlkugeln, welche sich nur innerhalb des Wassertanks bewegen können. Die Verstärkerplatten können den durch seine geringe Dicke leicht zerbrechlichen Wassertank ausreichend stabilisieren. Mithilfe der Laufschiene für die Kreuzpinzette können wir die Stahlkugeln sehr einfach und genau in ihre Startposition bringen und - wenn nötig - in dieser Position halten, da die Pinzette von selbst geschlossen bleibt.

Das verwendete Helmholtz-Spulenpaar vereinfacht die Erzeugung eines starken, externen Feldes, da es im Gegensatz zu vergleichbaren Permanentmagneten gefahrloser bedient werden kann. Außerdem befinden sich die Magnetmuster vollständig im Magnetfeld des Spulenpaares, welches wesentlich stärker als das der Würfelmagnete des Musters ist, wie die Annahmen in der Theorie fordern.

Die Messingscheiben, welche wir an die Stahlkugeln anhängen, lösen das Problem, die Bewegung der Kugeln nicht direkt verfolgen zu können. Dank des durchsichtigen Wassertanks zeichnet die Videokamera die Bewegung der Scheiben unterhalb der Musterfassungen auf. Mit dem Tracking-Programm, welches die Messingscheiben und damit die Trajektorie der Stahlkugeln pixelgenau verfolgt, können wir die Videodatei anschließend auswerten.

## 5 Fazit

Bei der Überlagerung von periodischen Strukturen entstehen durch den Moiré-Effekt andere, nicht zwingend periodische Muster, welche neue Eigenschaften besitzen können. Dabei bilden sich Moiré-Muster nicht nur durch die Superposition von zweidimensionalen Mustern, sondern treten beispielsweise auch bei der Überlagerung von periodischen physikalischen Feldern auf.

So bildet das in dieser Arbeit betrachtete magnetische Potential zweier magnetischer Schachbrettmuster ebenfalls Moiré-Muster aus, wenn diese gegeneinander verschoben und verdreht sind. In diesen Moiré-Strukturen befinden sich Kanäle mit minimalem Potential, durch welche ein Transport von paramagnetischen Teilchen mithilfe einer angelegten Driftkraft möglich ist. Diese Kanäle bilden sich erst durch die Überlagerung der Felder beider Muster und sind in den Einzelmustern nicht beobachtbar.

Das Verhalten von Partikeln in einem solchen magnetischen Potential wurde in Simulationen untersucht. Zur experimentellen Umsetzung wird in dieser Arbeit ein makroskopischer Aufbau vorgestellt, mit welchem der Transport von Stahlkugeln zwischen zwei magnetischen, vierzählig symmetrischen Mustern beobachtet werden kann. Dieser wird sich allerdings mit zukünftigen Experimenten noch weiterentwickeln müssen.

Auch kann es interessant sein, den Versuchsaufbau so abzuändern, sodass zusätzlich zur Wahl von Drehpunkt, Drehwinkel und angelegter Driftkraft auch der Einfluss anderer Parameter auf den Teilchentransport untersucht werden kann. Da außerdem ein wichtiger Forschungsgegenstand der Twistronik das Material Graphen ist, welches hexagonale Strukturen ausbildet, könnten Experimente mit magnetischen Mustern mit drei- und sechszähliger Rotationssymmetrie ebenfalls von Interesse sein.

Zusätzlich zu makroskopischen Experimenten sind auch Versuche mit dünnen, magnetischen Schichten auf mikroskopischer Skala denkbar. Da mit diesen auch Muster aus wesentlich mehr Einheitszellen als im makroskopischen Experiment untersucht werden können, sollten auch solche Versuche durchgeführt werden. Unabhängig von der Skala ist neben dem schnellen Teilchentransport entlang der Kanäle im magnetischen Potential auch topologisch geschützter Transport durch Modulation der Orientierung eines externen Magnetfelds beobachtbar. Beide Transportmechanismen zusammen können auf mikroskopischer Skala Grundlage für medizinische Anwendungen wie Lab-on-a-Chip-Geräte sein.

## Nachwort

Ich habe in dieser Arbeit gelernt, ein Experiment zu konzipieren und aufzubauen. Dabei habe ich Einblicke in Forschungs- und Arbeitsmethoden gewinnen können. Außerdem durfte ich viel ausprobieren und habe dabei verschiedene Ansätze verfolgt, mich in neue Programme eingearbeitet und Hintergrundrecherche betrieben.

Die Herstellung und Beschaffung der Bauteile hat, dank Klaus Oetter, Andreas Forstner und den Mitarbeitern der Mechanik-Werkstatt, nie sehr lange gedauert. Ich bin ihnen allen außerdem dafür dankbar, dass ich mit neuen Ideen oder Problemen immer auf ein offenes Ohr gestoßen bin und einiges auch sehr kurzfristig realisiert werden konnte.

Aufgrund von Misskommunikation hat sich die zeitaufwändige Herstellung einiger Bauteile leider zusätzlich etwas verzögert. Ich habe daraus gelernt, dass ich in Zukunft mehr Skizzen von Bauteilen selbst anfertigen sollte, um meine Vorstellungen besser mitteilen zu können und so auch die Umsetzung zu beschleunigen.

Bei der Konzeptionierung des Aufbaus sind wir auch auf unerwartete Probleme gestoßen, für welche wir aber immer eine gute Lösung gefunden haben. Wir hatten viele Ideen, welche auch sehr gut umsetzbar waren, und haben so beispielsweise zusätzliche Bauteile wie die Verstärkerplatten des Tanks entworfen.

Sehr lange hat uns auch die Realisierung eines starken externen Magnetfelds beschäftigt, für welches ich auch viel Recherche betrieben habe. Dass in dem Aufbau letztendlich ein Helmholtz-Spulenpaar verwendet wird, ist einem glücklichen Zufall geschuldet. Ich möchte daher an dieser Stelle Reinhard Richter danken, welcher uns die Spulen und den Raum für die Experimente zur Verfügung stellt.

Die Kommunikation mit meinem Lehrstuhl hat sehr gut funktioniert. Mit Fragen und Problemen konnte ich mich immer an jemanden wenden und bin in allem unterstützt worden. Durch mein selbstständiges Arbeiten habe ich auch einiges ausprobieren können und sehr viel Neues gelernt. Ich bin sehr dankbar für die vielen Freiheiten, die gute Betreuung und dafür, dass ich so herzlich in der Lehrstuhl-Familie aufgenommen wurde. Die Zusammenarbeit mit allen Mitwirkenden hat mir viel Spaß bereitet und war, obwohl die Arbeit am Versuchsaufbau noch nicht abgeschlossen ist, in meinen Augen sehr erfolgreich.

## Literatur

- [1] I. Amidror. *The Theory of the Moiré Phenomenon: Volume 2 (Computational Imaging and Vision)*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2007. Kap. 1.1. ISBN: 1402054572.
- [2] *Datenblatt Lasermodul*. <https://asset.conrad.com/media10/add/160267/c1/-/en/000816304DS01/datenblatt-816304-laserfuchs-lasermodul-punkt-rot-04-mw-lfd650-04-129x20.pdf>. Online; 26.11.2021 um 10:00 Uhr.
- [3] *EL-Leuchtfolie weiß; A4*. <https://www.elektrolumineszenz.com/EL-Leuchtfolie-weiss-A4-Leuchtflaeche-290x203mm>. Online; 15.11.2021 um 17:00 Uhr.
- [4] *Kugeln Chromstahl 1,000 mm N0 – Sonderqualität G10*. [https://www.kugelwinnie.de/epages/62136757.sf/de\\_DE/?ObjectPath=/Shops/62136757/Products/010101018](https://www.kugelwinnie.de/epages/62136757.sf/de_DE/?ObjectPath=/Shops/62136757/Products/010101018). Online; 15.11.2021 um 17:30 Uhr.
- [5] J. Loehr u. a. „Lattice symmetries and the topological protected transport of colloidal particles“. In: *Soft Matter* 13 (Juli 2017). DOI: 10.1039/C7SM00983F.
- [6] *Magnetische Kennzahlen*. <https://www.magnethandel.de/magnetische-kennzahlen>. Online; 15.11.2021 um 17:00 Uhr.
- [7] M. Mirzaee Kakhki u. a. „Simultaneous polydirectional transport of colloidal bipeds“. In: (Sep. 2020).
- [8] S. Shallcross u. a. „Electronic structure of turbostratic graphene“. In: *Phys. Rev. B* 81 (16 Apr. 2010), S. 165105. DOI: 10.1103/PhysRevB.81.165105. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.81.165105>.
- [9] S. Shallcross u. a. „Electronic structure of turbostratic graphene“. In: *Phys. Rev. B* 81 (16 Apr. 2010), S. 9. DOI: 10.1103/PhysRevB.81.165105. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.81.165105>.
- [10] *Stahlkugeln – Material 1.3505*. [https://shop.strato.de/WebRoot/Store14/Shops/62136757/MediaGallery/Datenblatt\\_-\\_Chromstahl\\_Werkstoff\\_1.3505\\_20211110.pdf](https://shop.strato.de/WebRoot/Store14/Shops/62136757/MediaGallery/Datenblatt_-_Chromstahl_Werkstoff_1.3505_20211110.pdf). Online; 15.11.2021 um 16:30 Uhr.
- [11] N. C. X. Stuhlmüller, T. M. Fischer und D. de Las Heras. „Enhanced colloidal transport in twisted magnetic patterns“. Physikalisches Institut der Universität Bayreuth. 2021.
- [12] N. C. X. Stuhlmüller, T. M. Fischer und D. de Las Heras. „Supplementary Information: Enhanced colloidal transport in twisted magnetic patterns“. Physikalisches Institut der Universität Bayreuth. 2021.
- [13] *Technische Daten Elektrolumineszenz-Leuchtfolien*. [https://www.elektrolumineszenz.com/downloads/vorschau/Datenblatt-Leuchtfolien\\_3\\_16.pdf](https://www.elektrolumineszenz.com/downloads/vorschau/Datenblatt-Leuchtfolien_3_16.pdf). Online; 15.11.2021 um 17:00 Uhr.

# Appendix

## A Materialdaten

### A.1 Chromstahlkugeln

Händlerangaben [4, 10] zu den verwendeten Stahlkugeln:

Materialbezeichnung	Wälzlagerstahl
Werkstoff	1.3505 / 100Cr6
Int. Materialbezeichnung	AISI 52100
Sonderqualität	G10 nach DIN 5401
Spez. Gewicht	7,8-7,85 g cm <sup>-3</sup>
Härte	60-66 HRC
Durchmesser	1,000 mm
Gewicht pro Stück	0,0041 g

	C	Si	Mn	Cr	Ni	Mo	P	S
min.	0,90	0,15	0,25	1,35	-	-	-	-
max.	1,05	0,35	0,45	1,65	0,30	0,10	0,030	0,025

**Tabelle 1:** Materialangaben für Wälzlagerstahl 1.3505 / 100Cr6. Angaben in %. [10]

### A.2 Würfelmagnete

Kantenlänge  $s = (2,023 \pm 0,006)$  mm

Verpackungsangaben zu den Würfelmagneten der Magnetmuster (beim Verkäufer zur Zeit nicht in dieser Form erhältlich):

Material	Neodym (NdFeB)
Güte	N45
Beschichtung	Nickel

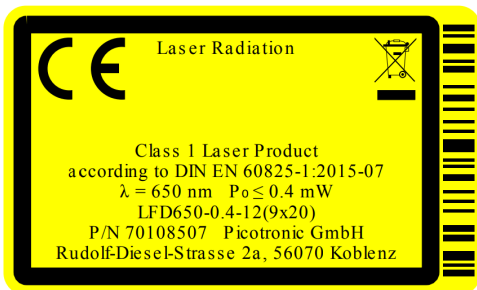
	nom.	mind.
Remanenzflussdichte in T	1,36	1,33
Koerzitivfeldstärke $H_{cB}$ in kA m <sup>-1</sup>	950	920
Koerzitivfeldstärke $H_{cJ}$ in kA m <sup>-1</sup>		955

**Tabelle 2:** Magnetische Eigenschaften eines Magneten der Güte N45 aus Neodym bei Raumtemperatur. [6]

### A.3 Lasermodule

Auszug aus dem Datenblatt [2] der Punktlaser:

Laserklasse	1
Typ	Punktlaser
Strahlfarbe	rot
Wellenlänge	650 nm
Leistung	0,2 mW bis 0,4 mW bis
Material	Messing
Größe	$\varnothing 9 \times 20$ mm
Betriebsspannung	3 VDC bis 12 VDC
Anschlusskabel Länge	100 mm
Betriebstemperatur	$-20^{\circ}\text{C}$ bis $40^{\circ}\text{C}$
Lagertemperatur	$-40^{\circ}\text{C}$ bis $80^{\circ}\text{C}$



### A.4 Leuchtfolie

Auszug aus Herstellerangaben [3, 13] zur Leuchtfolie:

Hersteller	ZIGAN DISPLAYS
Format	DIN A4
Größe des Leuchtbereichs	$200 \times 287$ mm
Aufbau:	allseitig schutzlaminiert
Dicke (mit Schutzfolie)	0,5 mm
Dicke (ohne Schutzfolie)	0,25 mm
Farbe eingeschaltet	weiß
Farbe ausgeschaltet	rosa
Betriebsspannung	30-200 VAC
Anschlusskabel Länge	100 mm
Betriebstemperatur	$-40^{\circ}\text{C}$ bis $60^{\circ}\text{C}$
Lagertemperatur	$10^{\circ}\text{C}$ bis $20^{\circ}\text{C}$

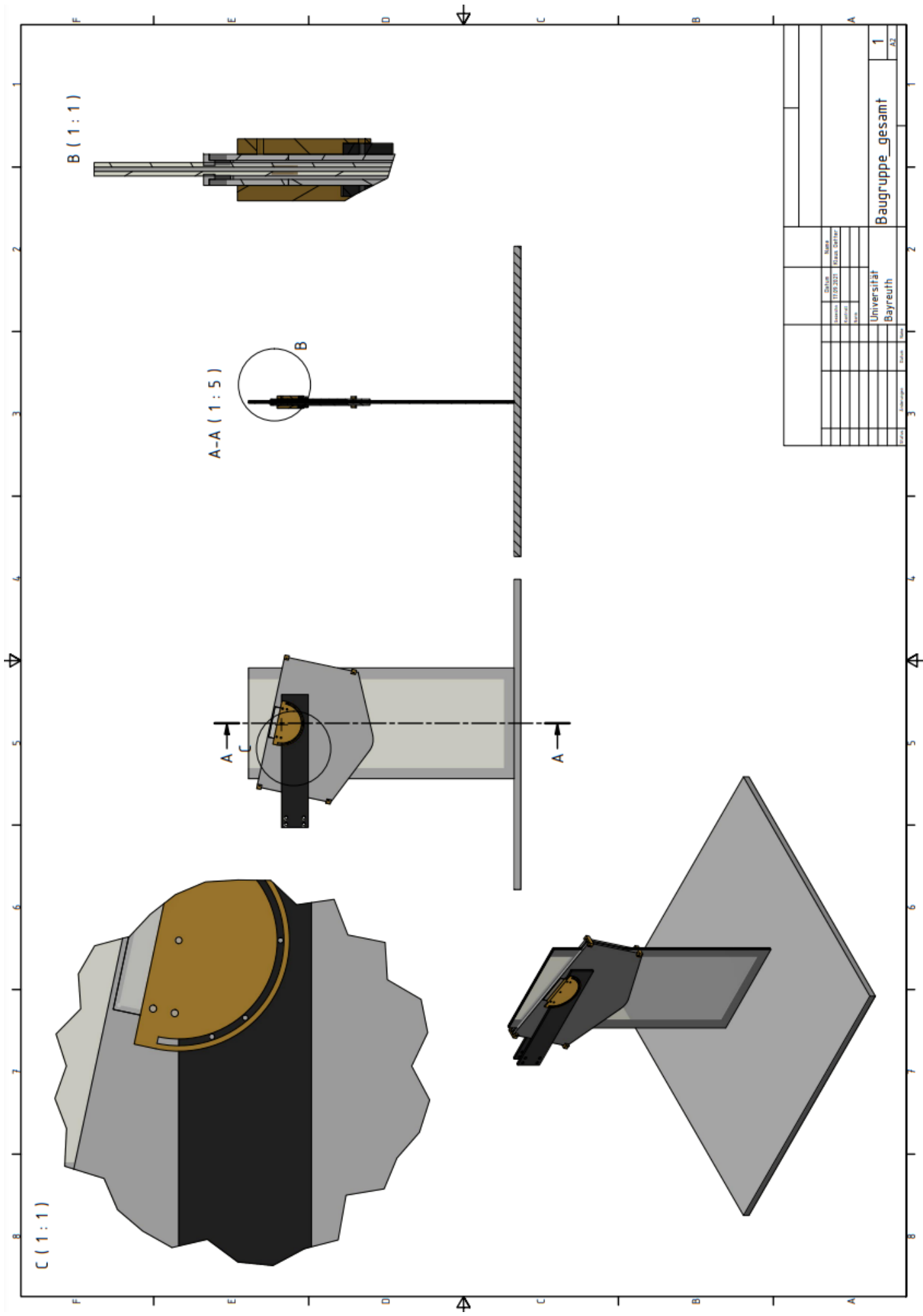
HINWEISE: Auf ausreichende Isolation, besonders an Verbindungen, ist zu achten. Zum Betrieb ist ein Inverter erforderlich! Inverter und Leuchtfolie erst zusammenstecken und dann an den Stromanschluss anstecken, um die Möglichkeit eines elektrischen Schlags zu vermeiden. Anschluss nicht mechanisch belasten. Leuchtfolie vor UV-Licht schützen und nicht knicken, da sonst der interne Schichtaufbau beschädigt wird.

## B Bauzeichnungen

In diesem Kapitel sind die Zeichnungen der Musterfassungen, Drehscheiben, Haltearme und die des Tanks zu finden, außerdem auch eine Skizze dieser Bauteile im Aufbau und die Bauzeichnung des Zwischenstücks der Haltearme.

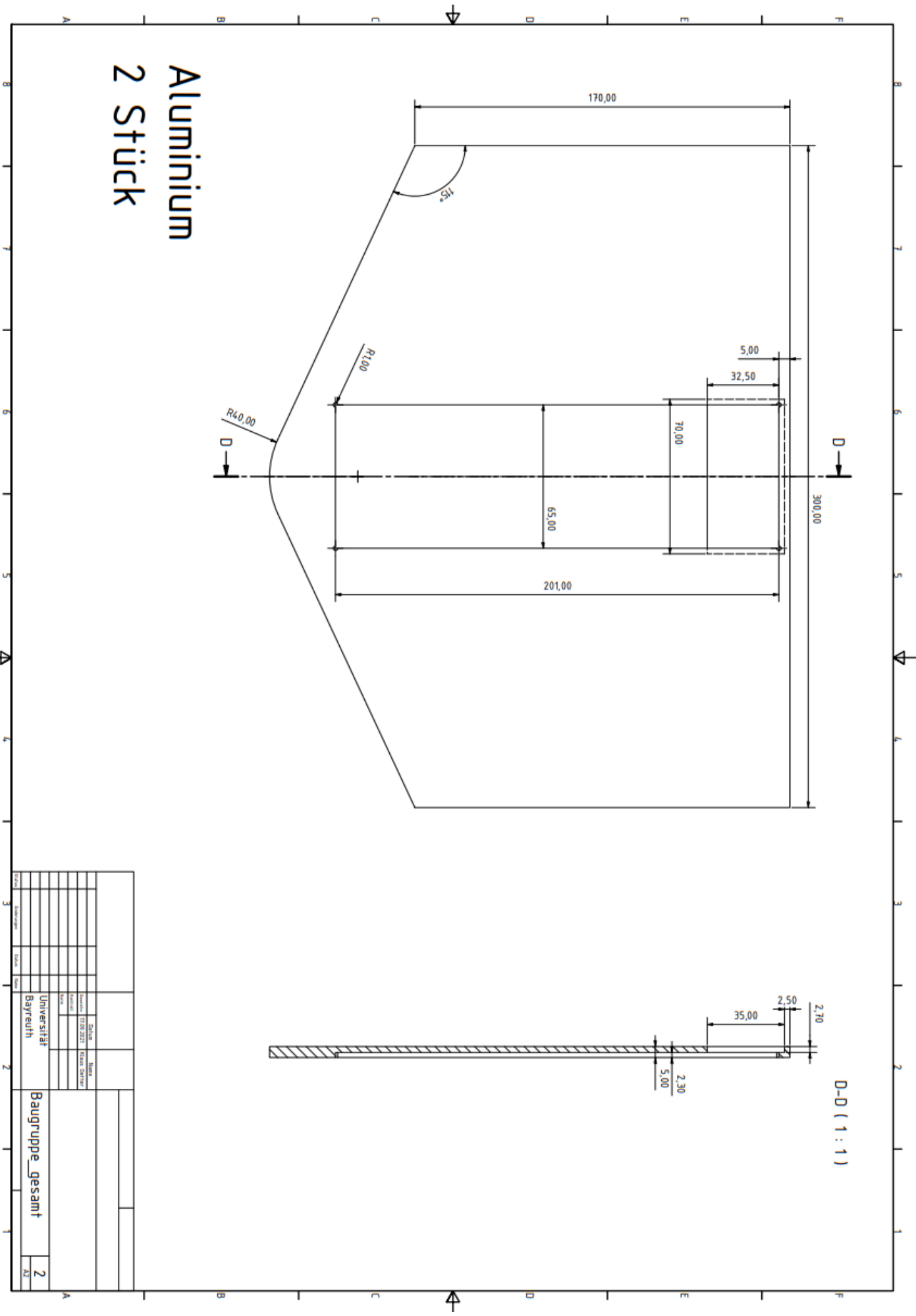
Unterhalb der Abbildungen finden sich alle wichtigen Längen- und Materialangaben. Die äußere Form der Zeichnungen kann variieren, da diese in unterschiedlichen Papierformaten angefertigt wurden. Aus diesem Grund sind die abgebildeten Bauteile auch nicht in Originalgröße oder -verhältnis zueinander dargestellt.





Zeichner	Blatt	1
Gezeichnet	Blatt	
Gezeichnet	Blatt	Baugruppe_gesamt
Gezeichnet	Blatt	
Gezeichnet	Blatt	1
Gezeichnet	Blatt	
Gezeichnet	Blatt	A2
Gezeichnet	Blatt	
Universität Bayreuth		

**Abbildung 21:** Bauzeichnung von Klaus Oetter: Der Aufbau mit Wassertank, Musterfassungen, Drehscheiben, Haltearme und Abstandshaltern für die Musterfassungen. Originalformat der Zeichnung: DIN A2.

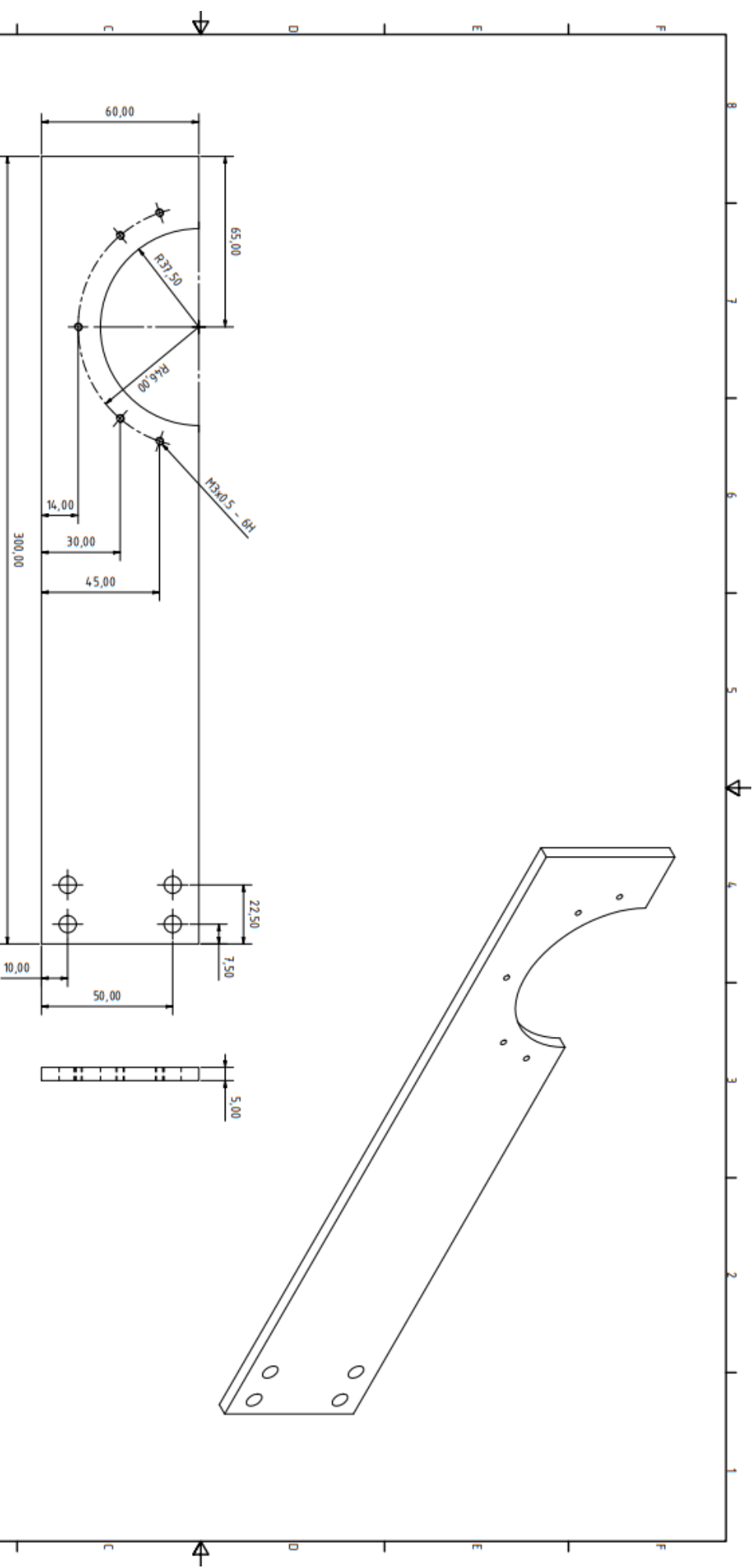


Aluminium  
2 Stück

		Name		Baugruppe_gesamt	
		Matrikel-Nr. (1720 2021)		2	
		Universität		AZ	
		Bayreuth			
		Date			
		Status			
		Gezeichnet			
		Geprüft			
		Freigegeben			
		Gezeichnet			
		Geprüft			
		Freigegeben			

Abbildung 22: Bauzeichnung einer Musterfassung von Klaus Oetler, hier noch ohne das Sichtfenster aus Makrolon. Originalformat der Zeichnung: DIN A2. Für das Werkstück verwendetes Material: Aluminium.

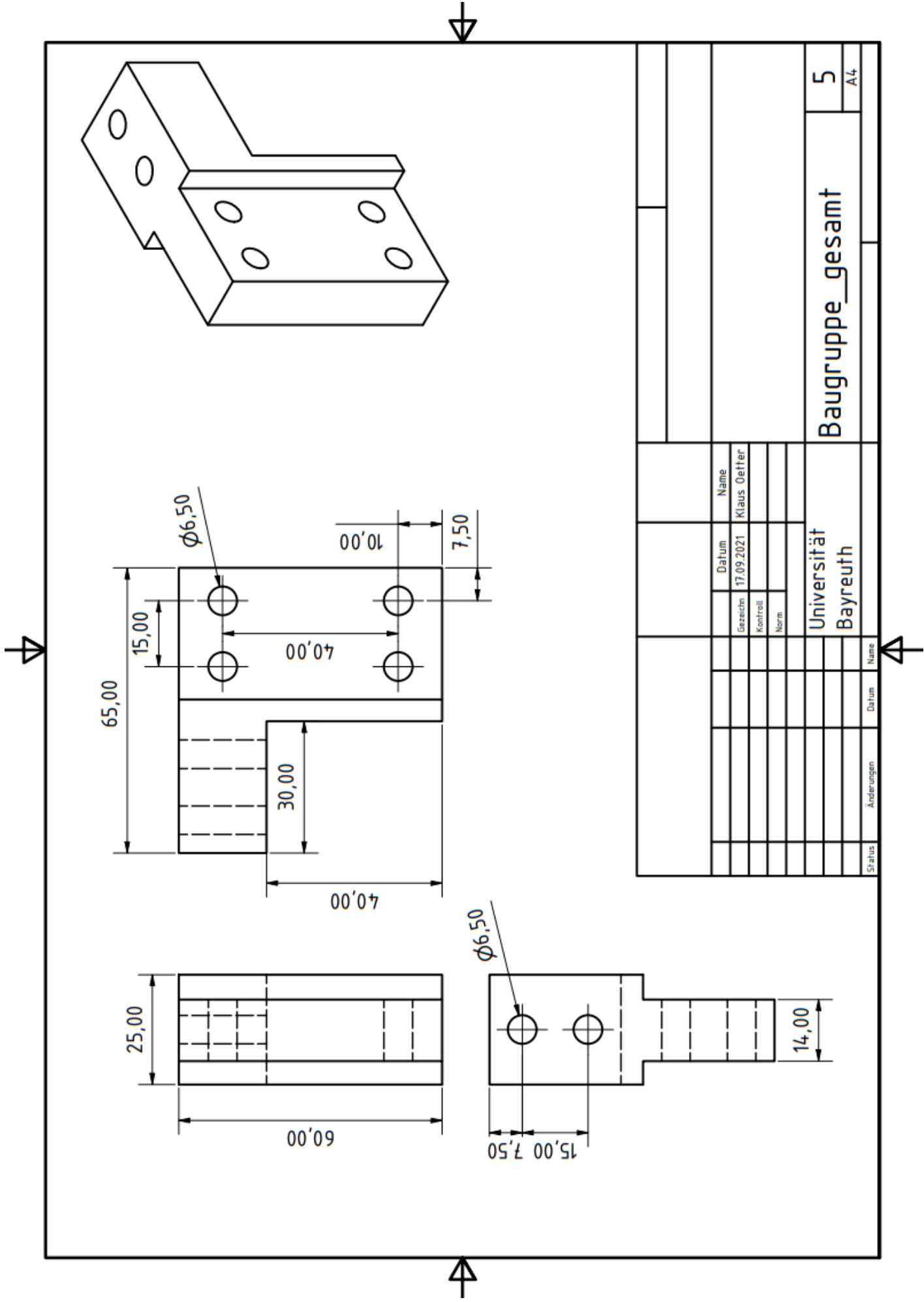




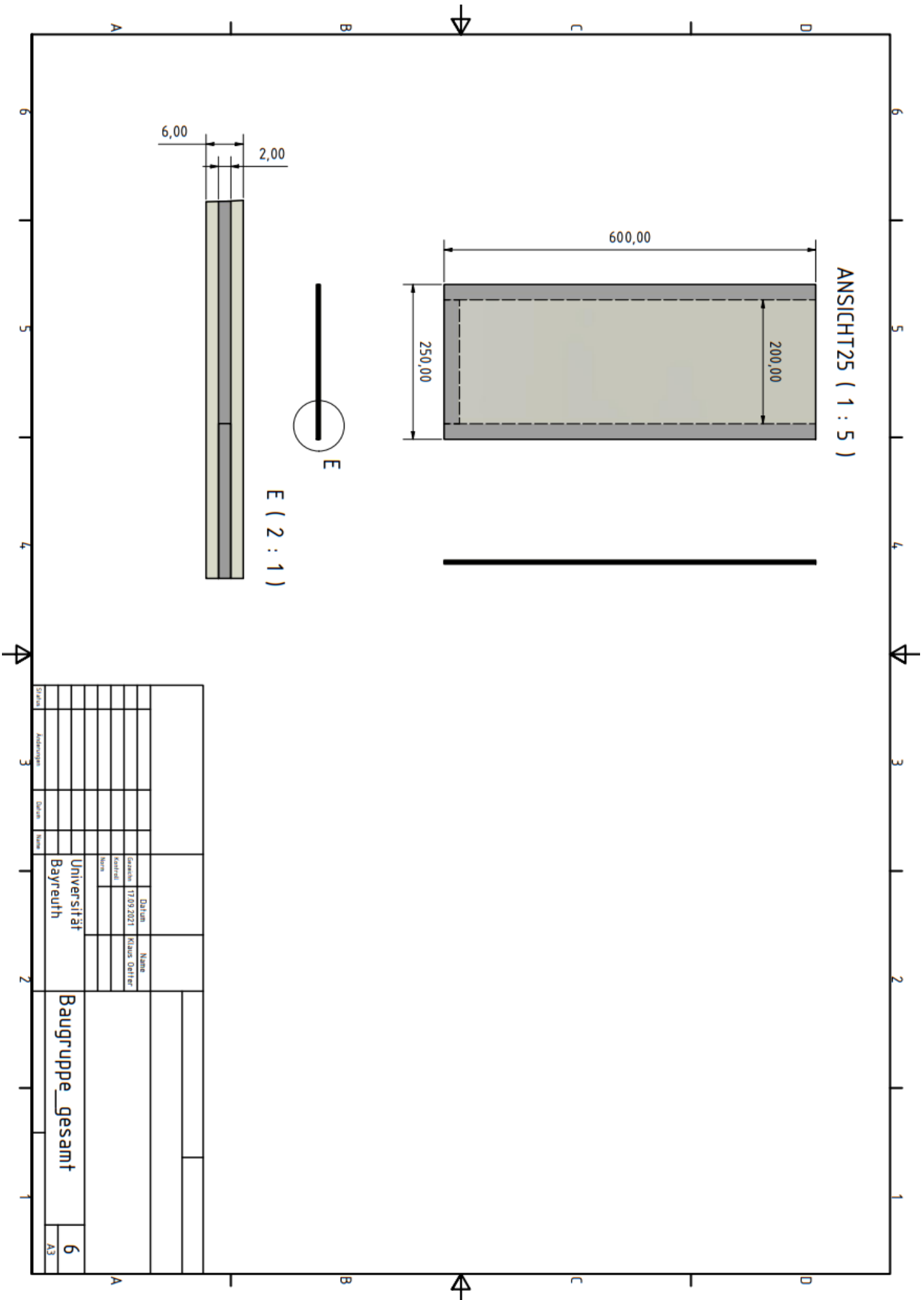
## Aluminium 2 Stück

Titel	Zeichnung	Blatt		
Übersicht	Datei		Material	
Verfasser	Gezeichnet	17.08.2021	Klausur	
Geprüft	Gezeichnet			
Universität			Baugruppe_gesamt	4
Bayreuth			AZ	

**Abbildung 24:** Bauzeichnung einer der Arme der Halterung von Klausur Oetter. Originalformat der Zeichnung: DIN A2. Für das Werkstück verwendetes Material: Aluminium.



**Abbildung 25:** Bauzeichnung des Zwischenstücks für die Haltearme von Klaus Oetter. Die beiden Haltearme 24 lassen sich an diesem befestigen. Originalformat der Zeichnung: DIN A4. Für das Werkstück verwendetes Material: Aluminium



State	Changes	Date	Name	Date	Name	Universität Bayreuth	Baugruppe_gesamt	6	A3

Abbildung 26: Bauzeichnung des Wassertanks von Klaus Oetter. Originalformat der Zeichnung: DIN A3. Für das Werkstück verwendetes Material: Aluminium (grau) und durchsichtiges Makrolon (beige).

## Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Die Stellen der Arbeit, die wörtlich oder sinngemäß aus anderen Quellen übernommen wurden, sind durch Angaben der Herkunft kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde bisher nirgends in gleicher oder ähnlicher Form zur Erlangung eines akademischen Grades eingereicht.

Bayreuth, der 13. Dezember 2021

---

Magdalena Dörfler