



UNIVERSITÄT
BAYREUTH

Bewegung von Mikroobjekten in Magnetfeldern

Masterarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades eines *Master of Science (M.Sc.)*,

eingereicht von

Johannes Löhr

Experimentalphysik V

Universität Bayreuth

Bayreuth, den 25. März 2015

Erstgutachter: Prof. Dr. Thomas M. Fischer

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die die Anfertigung dieser Arbeit ermöglicht haben.

Mein aufrichtiger Dank gilt meinem Betreuer Thomas Fischer für ein umfassendes Betreuungsangebot, zahllose interessante Diskussionen und stets ein offenes Ohr für Fragen und Anregung. Es war ein sehr spannendes Jahr in dem ich persönlich unglaublich viel dazu lernen konnte.

Danke auch an die restlichen Mitglieder unserer Arbeitsgruppe für eine immer freundschaftliche Arbeitsatmosphäre, in der es, auch während der ein oder anderen kleinen Durststrecke, immer etwas zu Lachen gab.

Außerdem möchte ich mich bei Prof. Dirk Schüler und seiner Arbeitsgruppe für die gute Zusammenarbeit und die Bereitstellung der magnetotaktischen Bakterien bedanken. Weiterer Dank geht an Martin Trebbin (Lehrstuhl für physikalische Chemie 1) und an Christian Neuber (Lehrstuhl für makromolekulare Chemie 1) für die Unterstützung bei der Beschichtung der Granatfilme.

Nicht zuletzt möchte ich meinen Eltern herzlich danken, deren fortwährende Unterstützung mein Studium und diese Abschlussarbeit überhaupt erst ermöglichte. Auch meiner Freundin Carina möchte ich für all das entgegengebrachte Verständnis und für die Unterstützung danken.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretische Grundlagen	4
2.1	Magnetische Granatfilme	4
2.1.1	Streifenmuster	5
2.1.2	Hexagonales Blasenmuster	7
2.2	Adiabatische und ratschenförmige Bewegung	14
2.3	Spiegeldipole	17
2.4	Magnetotaktische Bakterien	19
3	Experimenteller Aufbau	21
4	Topologisch geschützter Transport para- und diamagnetischer Kolloide	26
4.1	Motivation: Das Konzept des topologischen Schutzes	26
4.2	Theoretische Herleitung	28
4.2.1	Modellierung des Transportprozesses	29
4.2.2	Übergang zwischen periodischen und ausgedehnten Orbits	41
4.3	Experimentelle Umsetzung	49
5	Magnetotaktische Bakterien auf Granatfilmen	58
5.1	Experimentelle Beobachtungen	58
5.1.1	Granatfilm ohne Polymerbeschichtung	58
5.1.2	Granatfilm mit Polymerbeschichtung	61
5.2	Auswertung der experimentellen Beobachtungen	63
6	Zusammenfassung und Ausblick	70
7	Methoden	72
7.1	Präparation der Granat Filme	72
7.2	Magnetotaktische Bakterien unter Laborbedingungen	76
7.3	Ferrofluid und Suszeptibilitätsmessung	77

1 Einleitung

In der Natur kann Bewegung über viele Größenordnungen hinweg beobachtet werden. Auf der makroskopischen Längenskala ist dies offensichtlich. Tiere bewegen sich auf der Suche nach Nahrung oder um vor Feinden zu fliehen.

Jedoch auch auf mikroskopischer Skala spielen Transportprozesse eine wichtige Rolle, zum Beispiel beim Transport von Nährstoffen innerhalb von Zellen. Auf dieser Längenskala kann Last entweder passiv durch Advektion oder aktiv durch Motorproteine transportiert werden. Die am besten erforschten Vertreter der Motorproteine sind Kinesin und Myosin [1]. Das Erste spielt im Gehirn eine wichtige Rolle während das Zweite hauptsächlich in der Skelettmuskulatur zum Tragen kommt. Beide wandeln Energie, welche sie aus der ATP-Hydrolyse beziehen, in Bewegung entlang des Cytoskeletts eukaryotischer Zellen um. Sie sind unabdingbar für den intrazellulären Transport von Biomakromolekülen, Vesikeln und Zellorganellen.

Auch auf atomarer Ebene, und damit nochmals einige Größenordnungen darunter, sind Transportprozesse nicht weniger wichtig. Das Bewegungsverhalten von Elektronen in Festkörpern bestimmt zum Beispiel maßgeblich makroskopische Eigenschaften wie die Wärmeleitfähigkeit und die elektrische Leitfähigkeit [2, S. 312 ff]. Interessante Vertreter der Festkörper, welche besonders robusten Transport ermöglichen, sind die erst in den letzten Jahren entdeckten topologischen Isolatoren. Diese sind im Inneren Isolatoren, besitzen aber topologisch bedingte, leitende Randzustände. Der Transport in diesen ist topologisch geschützt und damit robust gegen Störungen [3].

Damit ist klar, dass Bewegung und Transport in sehr vielen Bereichen von zentraler Bedeutung ist. Die Menschheit hat dies schon sehr früh erkannt und versuchte seither die eigene, oft beschränkte, Leistung zu optimieren. Zuerst wurde dazu auf natürliche Ressourcen zurückgegriffen. Man lernte Nutztiere, wie zum Beispiel Pferde, zu verstehen und für schnellere Fortbewegung einzusetzen. Später wurden diese häufig durch effektivere, von Menschenhand geschaffene Maschinen ersetzt. Ein bekanntes Beispiel ist die Anfang des 19. Jahrhunderts erfundene dampfbetriebene Eisenbahn. Damit ist es dem Menschen gelungen, größere Massen bei höheren Geschwindigkeiten zu transportieren.

Mittlerweile rücken darüber hinaus auch Transportprozesse auf zunehmend kleineren Längenskalen immer mehr in den Fokus. Möglich wird dies durch massive Fortschritte in der Mikrotechnologie in den letzten Jahrzehnten. Interessant sind solche Transporte zum Beispiel für miniaturisierte chemische Analyse- und Reaktionseinheiten, die sogenannten *Labs on a chip*. Dies sind kompakte Einheiten, die auf engstem Raum (Chipkartengröße) das ermöglichen sollen, wozu bis jetzt ganze Laboratorien benötigt werden [4]. Um gezielt Reaktionen in einem *Lab on a chip* ablaufen zu lassen, werden unter anderem geeignete Methoden zur Kontrolle des Transports kleinster Mengen der Edukte auf engstem Raum benötigt.

Abgesehen von dieser möglichen Anwendung ist der Transport auf Mikrometerskala, oder sogar noch darunter, auch für die Wissenschaft über verschiedene Disziplinen hinweg von großem Interesse [4]. Die Dynamik auf dieser kleinen Ausdehnung unterscheidet sich dabei sehr stark von makroskopischen Systemen. Auf kleinen Längenskalen wird die

Gewichtskraft zunehmend vernachlässigbar, während thermische Fluktuationen immer mehr an Einfluss gewinnen. Das hydrodynamische Verhalten ist bei den vorliegenden kleinen Reynoldszahlen durch Dissipation bestimmt, während Trägheit keine Rolle mehr spielt (*creeping flow*).

Wie in natürlichen Systemen stehen auch hier zwei grundlegend verschiedene Methoden zum Transport zur Verfügung. Zum einen ist es möglich Material durch Mitführen in Strömungen an den Bestimmungsort zu bringen. Die Untersuchung und Manipulation von Strömungen auf Längenskalen unterhalb eines Millimeters wird unter dem Begriff Mikrofluidik zusammengefasst [5]. Zum anderen besteht die Möglichkeit des Transports durch aktiv bewegte Mikrotransporter. Dafür kommen zum Beispiel biologische Motorproteine in Frage, welche so manipuliert werden, dass sie die Fracht entlang einer extern vorgegebenen Route transportieren können [6]. Auch die Verwendung künstlich synthetisierter Molekularmotoren [7] oder bewegter Kolloide [8] ist vorstellbar.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich ebenfalls mit Bewegung und Transport auf der Mikrometerskala. Es werden Systeme untersucht und Konzepte vorgestellt, die zu einem besseren Verständnis von Bewegung auf diesen Längenskalen beitragen sollen. Dabei werden, wie in der makroskopischen Welt, zwei grundlegend verschiedene Ansätze verfolgt – die mikroskopische “Eisenbahn“ und das mikroskopische “Pferd“. Im ersten Fall dienen Kolloide mit einem Durchmesser von wenigen Mikrometern als Mikrotransporter. Im zweiten Fall dagegen wird mit der Verwendung von magnetotaktischen Bakterien auf natürliche Ressourcen zurückgegriffen.

Den ersten großen Teil dieser Arbeit stellt die Untersuchung des adiabatischen Transports der Kolloide dar. Kolloide sind kleine Teilchen in der Größenordnung von 1 nm bis 1 μm , welche in einem homogenen Medium (z. B. Wasser) dispergiert sind. Diese sind besonders gut für Transportaufgaben geeignet, da auf ihrer Oberfläche chemische Funktionsgruppen angebracht werden können. An diesen Verbindungen kann, zum Beispiel mit Hilfe von DNA-Fragmenten [8], eine zu bewegende Fracht befestigt werden.

Außerdem ist bekannt wie die Bewegung von Kolloiden von außen beeinflusst werden kann. Die Manipulation ist über optische, thermische, elektrische oder magnetische Felder möglich [9]. Letztere haben den Vorteil, dass sie keinen schädlichen Einfluss auf biologische Fracht ausüben. Deshalb basiert die Steuerung in dieser Arbeit auf Magnetfeldern. Entsprechend werden magnetische Kolloide verwendet.

Um exakte Kontrolle über Ort und Geschwindigkeit der Teilchen zu erhalten, müssen die Mikrotransporter mit zuverlässigen Navigationsdaten versorgt werden. Auf makroskopischer Skala variierende Magnetfelder sind dafür nicht geeignet. Vielmehr werden magnetische Strukturen benötigt, die in etwa die Ausdehnung der Kolloide besitzen. In dieser Arbeit werden zu diesem Zweck magnetische Granatfilme verwendet. Dies sind ferrimagnetische Filme, deren Domänenstruktur auf einer Längenskala von wenigen Mikrometern variiert. Durch geschickte Modulation dieser Strukturen kann ein gerichteter Transport von auf der Oberfläche aufgebrachten Kolloiden erreicht werden.

Die Idee Kolloide mit Hilfe der Domänen eines Granatfilms zu bewegen wurde bereits erfolgreich getestet [9]. Der hier vorgestellte Transportprozess unterscheidet sich aber grundlegend von vorherigen Arbeiten mit ähnlichen Systemen. Bisher basierte der Transport immer auf der Grundlage des Ratscheneffekts. In dieser Arbeit wird die Bewegung

aber durch das adiabatische Mitführen der Kolloide im Potentialminimum erreicht. Dazu wird eine Mischung aus para- und diamagnetischen Kolloiden in Ferrofluid verwendet, die auf die Oberfläche eines Granatfilms aufgebracht werden. Die Diamagneten sind eigentlich unmagnetische Partikel. Im Ferrofluid bilden sie aber magnetische "Löcher" und werden dadurch effektiv diamagnetisch. Die Domänenstruktur des Granatfilms wurde so präpariert, dass sie aus hexagonal angeordneten Blasendomänen besteht. Anhand dieses Systems wird gezeigt, dass das äußerst leistungsfähige Prinzip des topologisch geschützten Transports [3] nicht auf Hamiltonsche (energieerhaltende) Systeme beschränkt ist, sondern auch auf dissipative Systeme übertragen werden kann. Die Übertragung dieses Konzepts auf den Transport der Kolloide ermöglicht die gleichzeitige und voneinander unabhängige Steuerung von paramagnetischen und diamagnetischen Teilchen.

Damit wird der Transport, im Vergleich zu vorherigen Arbeiten mit Kolloiden auf Granatfilmen, um eine zweite Teilchensorte erweitert, die unabhängig von der ersten gesteuert werden kann. Die Kombination aus adiabatischem Transport und topologischem Schutz ermöglicht darüber hinaus eine wesentlich umfassendere Kontrolle über die Kolloidbewegung.

Im zweiten Teil dieser Arbeit soll das Verhalten magnetotaktischer Bakterien auf der Oberfläche von Granatfilmen untersucht werden.

Magnetotaktische Bakterien haben einen eingebauten Kompass. Mit Hilfe eines längs ihrer Achse ausgerichteten magnetischen Moments navigieren sie unter natürlichen Bedingungen entlang des Erdmagnetfelds. Aufgrund ihrer Sensitivität für Magnetfelder und da sie in etwa die gleiche Größe wie die Kolloide haben ist es naheliegend, auch hier die Granatfilme zur Manipulation der Bewegung zu verwenden.

Anders als das Erdmagnetfeld variiert das Feld des Granatfilms jedoch auf der Skala der Bakterienlänge. Damit setzt man diese auf den Granatfilmen Bedingungen aus, die weit von dem, was sie in der Natur vorfinden, entfernt sind. Anders als die Kolloide haben die Bakterien außerdem die Möglichkeit zur aktiven Fortbewegung. Dies führt zu einem erstaunlich komplexen Zusammenspiel zwischen aktivem Vortrieb und dem Einfluss des heterogenen Magnetfelds, was eine Reihe äußerst interessanter Beobachtungen ermöglicht. Diese lassen Rückschlüsse über die Bewegungsmuster der magnetotaktischen Bakterien zu, welche dabei helfen könnten bisher unbekannt Verhaltensweisen dieser Spezies ans Licht zu bringen.

2 Theoretische Grundlagen

Bevor mit der Untersuchung des adiabatischen Transports und der magnetotaktischen Bakterien begonnen wird, soll in diesem Kapitel zunächst auf einige theoretische Grundlagen, die im weiteren Verlauf der Arbeit benötigt werden, eingegangen werden. Dies beinhaltet unter anderem die Granatfilme. Dabei wird auf die Domänenstruktur eingegangen und die Berechnung des zugehörigen Magnetfelds gezeigt. Des Weiteren wird der Unterschied zwischen dem Ratscheneffekt, der bisher zum kolloidalen Transport auf Granatfilmen verwendet wurde, und der adiabatischen Wanderung herausgearbeitet. Danach wird kurz das Konzept der Spiegeldipole erklärt. Diese werden benötigt, um die Kolloide auf einer festen Höhe über dem Granatfilm zu halten. Abschließend soll ein kurzer Überblick über magnetotaktische Bakterien gegeben werden, wobei vor allem auf die besonderen magnetischen Eigenschaften eingegangen wird.

2.1 Magnetische Granatfilme

Ziel ist es, die Bewegung magnetischer Partikel in heterogenen Magnetfeldern zu studieren. Um eine vollständige Kontrolle über diese zu erhalten, benötigt es magnetische Strukturen, welche auf der Längenskala der Teilchen variieren. In dieser Arbeit werden dafür magnetische Granatfilme verwendet.

Dies sind wenige Mikrometer dünne Schichten, die mittels *Liquid-Phase-Epitaxy* (Flüssigphasen-Epitaxie) auf ein Substrat (Gadolinium-Gallium-Granat) aufgebracht werden. Die chemische Zusammensetzung dieser Filme ist $\text{Y}_{2.5}\text{Bi}_{0.5}\text{Fe}_{5-q}\text{Ga}_q\text{O}_{12}$ ($q = 0, 5 - 1$). Das Ergebnis sind ferrimagnetische Filme mit uniaxialer Isotropie [10]. Ferrimagnetische Materialien haben zwar makroskopisch keine spontane Magnetisierung, bilden jedoch auf mikroskopischer Skala Domänen aus. Diese entstehen im Wesentlichen aufgrund der Konkurrenz zwischen der kurzreichweitigen Austausch- und der langreichweitigen Dipolwechselwirkung. Die erste wird durch eine parallele Anordnung der einzelnen atomaren magnetischen Momente minimiert. Die Dipolwechselwirkung hingegen bevorzugt eine antiparallele Ausrichtung [11, S. 163 ff]. Die so entstandenen Domänen besitzen jeweils die Sättigungsmagnetisierung M_S , welche in den verschiedenen Bereichen aber in entgegengesetzte Richtungen zeigt. Bei den hier verwendeten Granatfilmen ist diese stets senkrecht zur Oberfläche.

Die antiparallel magnetisierten Domänen bilden nun ein zweidimensionales räumliches Muster aus. Dieses kann mit Hilfe des Faradayeffekts unter Verwendung von Polarisationsmikroskopie sichtbar gemacht werden. In Abbildung 2.1a ist eine solche Aufnahme dargestellt. Die Bereiche unterschiedlicher Helligkeit entsprechen den Domänen verschiedener Magnetisierung. Es ist zu erkennen, dass das Muster im stabilen Ausgangszustand aus zufällig angeordneten Streifen besteht. Die Periodizität hat dabei eine typische Wellenlänge $\lambda \approx 10 \mu\text{m}$. Die einzelnen Domänen werden durch Blochwände getrennt [11, S. 185]. Deren Ausdehnung ist im Vergleich zu den Domänen sehr klein und kann deshalb in der Berechnung des Magnetfeldes vernachlässigt werden. Oberhalb der Domänengrenzen ist das Feld am stärksten. Direkt auf der Filmoberfläche divergiert es an diesen Stellen.

Durch geschickte Manipulation der Granatfilme ist es möglich, den ungeordneten Ausgangszustand in metastabile Zustände höherer Symmetrie zu überführen (s. Abschnitt 7.1). Es kann zum Beispiel ein hexagonales Blasenmuster (Abbildung 2.1b) erzeugt werden, worauf später die Kolloide bewegt werden sollen. Außerdem kann eine Struktur mit geraden Streifen (siehe Abbildung 2.1c) erstellt werden. Diese dient als Potential in dem die Bewegung der magnetotaktischen Bakterien studiert wird. Metastabil bedeutet dabei, dass sie in den ungeordneten Ausgangszustand zurückkehren, sobald ein externes Feld $H \geq 0,75M_S$ senkrecht zum Film angelegt wird.

Der Vorteil dieser geordneten Formen ist, dass sie aufgrund ihrer Symmetrie einfacher zu verstehen sind. Dadurch wird es außerdem möglich das zugehörige Magnetfeld zu berechnen. Da die zugrunde liegende Struktur vollständig beschrieben ist, kann man sich voll und ganz auf das Studium der darauf stattfindenden Bewegungen konzentrieren. Im Folgenden werden die beiden Formen näher charakterisiert und die zugehörigen magnetischen Felder berechnet.

2.1.1 Streifenmuster

Das in Abbildung 2.1c gezeigte Muster ist offensichtlich translationsinvariant entlang der Streifenrichtung, welche im Folgenden als y-Richtung bezeichnet wird. Senkrecht dazu, also entlang der x-Achse, ist es periodisch mit einer Wellenlänge λ . Die Magnetisierung der einzelnen Streifen zeigt damit abwechselnd in positive und negative z-Richtung.

Legt man nun ein externes Magnetfeld entlang der z-Achse an, beginnen sich die Elementarmagneten im Material entlang diesem auszurichten. Die Fläche A_\uparrow der in Feldrichtung magnetisierten Streifen nimmt folglich auf Kosten der antiparallel magnetisierten Bereiche A_\downarrow zu. Bei kleinen Feldern gilt in linearer Näherung [9]

$$\frac{A_\uparrow}{A_\uparrow + A_\downarrow} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{H_z^{ext}}{M_S} \right). \quad (2.1)$$

Durch die Translationsinvarianz in y-Richtung reduziert sich die Berechnung des Feldes auf ein zweidimensionales Problem $H_x(x, z)$ und $H_z(x, z)$. Diese hängen außerdem von der z-Komponente H_z^{ext} des äußeren Feldes ab. In der Magnetostatik gilt

$$\nabla \times \vec{H} = 0. \quad (2.2)$$

Somit kann das Feld als Gradient einer skalaren Funktion Ψ

$$\vec{H} = \nabla \Psi \quad (2.3)$$

geschrieben werden.

Die Berechnung von Ψ ist bereits bekannt und wird deshalb in dieser Arbeit nicht erneut durchgeführt. Nach [12] gilt $\Psi = \text{Re}(\Omega)$ mit

$$\begin{aligned} \Omega = & \frac{2i M_S}{\pi k} \left[\text{dilog} \left(1 - e^{i \cdot k \cdot \left(x + i \cdot z - \frac{\pi}{2k} \cdot \frac{H_z^{ext}}{M_S} \right)} \right) \right. \\ & \left. - \text{dilog} \left(1 + e^{i \cdot k \cdot \left(x + i \cdot z + \frac{\pi}{2k} \cdot \frac{H_z^{ext}}{M_S} \right)} \right) + \frac{\pi}{2} \cdot k \cdot (x + i \cdot z) \frac{H_z^{ext}}{M_S} \right] \end{aligned} \quad (2.4)$$

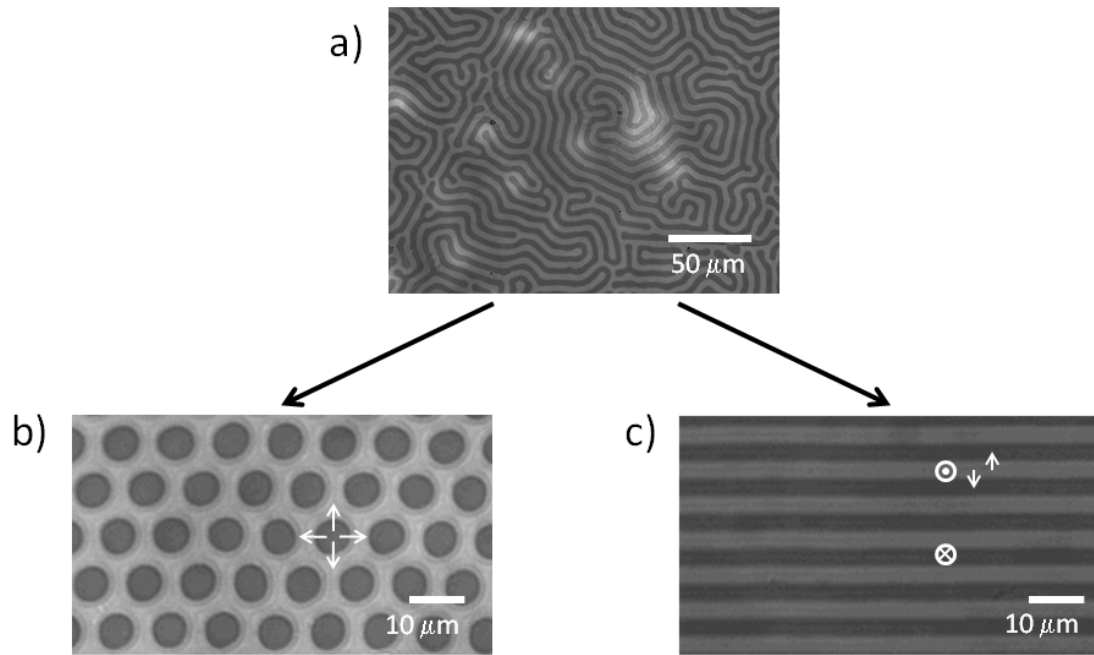


Abbildung 2.1: Mittels Polarisationsmikroskopie gemachte Aufnahmen der Granatfilme. Die Bereiche verschiedener Magnetisierungen sind an den verschiedenen Helligkeiten zu erkennen. Abbildung **a)** zeigt den stabilen Grundzustand. Hier sind die Domänen zufällig angeordnet. Durch geschickte Manipulation mit äußeren Magnetfeldern können diese in ein hexagonales Blasenmuster (Abbildung **b)**) oder in gerade Streifen (Abbildung **c)**) überführt werden. In **c)** ist die Richtung der Magnetisierung der einzelnen Streifen mit Hilfe der Kreise angedeutet. Die Pfeile markieren die Richtung der parallelen Komponente des magnetischen Feldes. Da die Magnetisierung der Blasen nach oben zeigt, ist das Feld der Blasen radial nach außen gerichtet.

wobei $d\text{ilog}(x) = -\int_1^x \ln(t)/t - 1 dt$ die dilogaritmische Funktion ist. Die Feldlinien sind die Linien auf denen $\text{Im}(\Omega) = \text{const}$ gilt.

2.1.2 Hexagonales Blasenmuster

In Abbildung 2.1b ist ein zweidimensionales Gitter hexagonal angeordneter magnetischer Blasen zu sehen. Die Blasen sind in positive z-Richtung magnetisiert und eingebettet in eine ausgedehnte Phase entgegengesetzter Magnetisierung. Das Gitter kann durch die beiden Einheitsvektoren

$$\vec{a}_1 = a \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{a}_2 = a \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \sin(\pi/3) \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

mit der Gitterkonstante a beschrieben werden. Legt man nun ein externes Magnetfeld in positive z-Richtung an, nimmt analog zum Streifenmuster die Fläche A_\uparrow der Blase auf Kosten der Fläche A_\downarrow der ausgedehnten Phase zu. Invertiert man das Feld werden die Blasen entsprechend kleiner. Den Radius der Blasen können wir nach Gleichung (2.1) berechnen. Mit $A_\uparrow = \pi \cdot R^2$ und $A_\uparrow + A_\downarrow = A_{EZ} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a^2$ (Fläche der hexagonalen Einheitszelle) ergibt sich

$$R = a \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{4 \cdot \pi} \cdot \left(1 + \frac{H_z^{ext}}{M_S}\right)}. \quad (2.6)$$

Das Feld dieser Domänenstruktur ist auch in diesem Fall bereits bekannt und wurde zum Beispiel in [13] berechnet. Zunächst wurde dort das Feld einer einzelnen Blase berechnet. Dieses wurde anschließend über alle Blasen der Struktur addiert, was zunächst sehr intuitiv klingt. Allerdings ist die Berechnung des Feldes einer einzelnen Blase sehr kompliziert. Im Ergebnis kommen elliptische Integrale dritter Art und Legendre-Funktionen vor. Infolgedessen ist das Ergebnis sogar numerisch nur schwer zugänglich.

In dieser Arbeit wurde deshalb eine effizientere Methode zur Lösung dieses Problems entwickelt. Anstatt zunächst von einer einzelnen Blase auszugehen wird hier direkt das gesamte Gitter verwendet. Das Ergebnis kann so, unter Ausnutzung vorhandener Symmetrien, in einer Fourierreihe entwickelt werden.

Es gilt wiederum

$$\nabla \times \vec{H} = 0 \quad (2.7)$$

weshalb das Magnetfeld durch

$$\vec{H} = \nabla \Psi \quad (2.8)$$

mit einem skalaren Potential Ψ ausgedrückt werden kann. Außerdem gilt

$$\nabla \cdot \vec{B} = \nabla \cdot (\vec{H} + \vec{M}) = 0 \quad (2.9)$$

woraus mit Gleichung (2.8) die Poisson-Gleichung

$$\Delta \Psi = \underbrace{-\nabla \cdot \vec{M}}_{=: \rho(\vec{x})} \quad (2.10)$$

mit der magnetischen Ladungsdichte $\rho(\vec{x})$ folgt. \vec{M} ist für $z \leq 0$ (unterhalb der Oberfläche) die Magnetisierung des Granatfilms. Für eine einzelne Blase zentriert bei $x = y = 0$ gilt

$$\vec{M}_e(\vec{x}) = M_S \Theta(-z) [2\Theta(R-r) - 1] \hat{e}_z \quad (2.11)$$

beziehungsweise

$$\rho_e(\vec{x}) = -\nabla \cdot \vec{M}_e = M_S \delta(z) \cdot [2 \cdot \Theta(R-r) - 1] \quad (2.12)$$

wobei

$$r = |\vec{x}_{\parallel}| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.13)$$

der Abstand in der durch \vec{x}_{\parallel} beschriebenen x-y-Ebene ist. Die magnetische Ladung der gesamten Struktur kann mittels Faltung der einzelnen Blase mit der hexagonalen Gitterfunktion

$$\mathbf{Gi}(\vec{x}_{\parallel}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(\vec{x}_{\parallel} - n \cdot \vec{a}_1 - m \cdot \vec{a}_2) \quad (2.14)$$

bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \rho(\vec{x}) &= (\mathbf{Gi} * \rho_e)(\vec{x}) \\ &= \int d^2 x'_{\parallel} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(\vec{x}'_{\parallel} - n \cdot \vec{a}_1 - m \cdot \vec{a}_2) M_S \delta(z) \\ &\quad \cdot [2 \cdot \Theta(R - |\vec{x}_{\parallel} - \vec{x}'_{\parallel}|) - 1] \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} M_S \delta(z) \cdot [2 \cdot \Theta(R - |\vec{x}_{\parallel} - n \cdot \vec{a}_1 - m \cdot \vec{a}_2|) - 1] \end{aligned} \quad (2.15)$$

Die Lösung Ψ der Poisson-Gleichung (2.10) kann mit Hilfe der zugehörigen Green-Funktion [14, S. 690]

$$G(\vec{x}, \vec{x}') = G(\vec{x} - \vec{x}') = -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \quad (2.16)$$

zu

$$\Psi(\vec{x}) = c \int G(\vec{x} - \vec{x}') \cdot \rho(\vec{x}') d^3 x' = c(G * \rho)(\vec{x}) \stackrel{(2.15)}{=} c(G * \mathbf{Gi} * \rho_e)(\vec{x}) \quad (2.17)$$

bestimmt werden. Es wird hier nur eine Proportionalität mit einem konstanten Proportionalitätsfaktor c angenommen, was den Vorteil hat, dass die Handhabung der Konstanten vor allem bei den folgenden Fouriertransformationen vereinfacht wird. Die Konstante wird am Ende mit Hilfe der Randbedingungen bestimmt.

Die Fouriertransformierte dieser Funktion kann nun relativ einfach mit Hilfe des Faltungstheorems [14, S. 750] bestimmt werden

$$\Psi(\vec{q}) = \mathcal{F}(\Psi(\vec{x})) = c \cdot \mathcal{F}(G(\vec{x})) \cdot \mathcal{F}(\mathbf{Gi}(\vec{x}_{\parallel})) \cdot \mathcal{F}(\rho_e(\vec{x})). \quad (2.18)$$

Die Fouriertransformierte der Green-Funktion $G(\vec{x})$ kann durch Fouriertransformation der zugehörigen Bestimmungsgleichung $\Delta G = \delta(\vec{x})$ bestimmt werden. Es gilt

$$\mathcal{F}(G(\vec{x})) = \mathcal{F}\left(-\frac{1}{4 \cdot \pi |\vec{x}|}\right) = -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{4\pi}{|\vec{q}|^2}. \quad (2.19)$$

Die Transformation der Gitterfunktion ergibt das aus der Festkörperphysik bekannte reziproke Gitter [2, S. 84 f]

$$\mathcal{F}(\mathbf{Gi}(\vec{x}_{\parallel})) = \mathbf{Gi}_{\text{rez}}(\vec{q}_{\parallel}) = \frac{1}{A_{EZ}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(\vec{q}_{\parallel} - n \cdot \vec{q}^1 - m \cdot \vec{q}^2) \quad (2.20)$$

wobei

$$A_{EZ} \stackrel{(2.6)}{=} \frac{2\pi R^2}{1 + \frac{H_z^{\text{ext}}}{M_S}} \quad (2.21)$$

die Fläche der hexagonalen Einheitszelle ist und

$$\vec{q}^1 = \frac{2\pi}{a \sin(\pi/3)} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\pi/6) \\ -\sin(\pi/6) \end{pmatrix} \quad \vec{q}^2 = \frac{2\pi}{a \sin(\pi/3)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

die reziproken Gittervektoren sind. Für diese gilt:

$$\vec{q}^i \cdot \vec{a}_j = 2\pi \delta_{i,j} \quad (2.23)$$

Die Fouriertransformierte $\mathcal{F}(\rho_e(\vec{x}))$ kann berechnet werden. Insgesamt ist $\rho(\vec{x}) = (\rho_e * \mathbf{Gi})(\vec{x})$ eine gitterperiodische Funktion. Zur Berechnung der einzelnen Koeffizienten $\rho_e(\vec{q})$ muss deshalb im Folgenden nur über eine Periode der Funktion, in diesem Fall die Einheitszelle, integriert werden.

Zur Berechnung werden die beiden Fälle $\vec{q}_{\parallel} = 0$ und $\vec{q}_{\parallel} \neq 0$ unterschieden. Für den ersten erhält man

$$\begin{aligned} \rho_e(\vec{q} = 0) &= \mathcal{F}(\rho_e(\vec{x}))|_{q_{\parallel}=0} \\ &\stackrel{(2.12)}{=} M_S \left[\underbrace{\int (\delta(z) (2\Theta(R-r))) d^3x}_{=2\pi R^2} - \underbrace{\int \delta(z) d^3x}_{=A_{EZ}} \right] \\ &\stackrel{(2.21)}{=} M_S A_{EZ} \left[1 + \frac{H_z^{\text{ext}}}{M_S} - 1 \right] \\ &= A_{EZ} \cdot H_z^{\text{ext}}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Im zweiten Fall für $\vec{q}_{\parallel} \neq 0$ gilt

$$\begin{aligned}
 \rho_e(\vec{q}_{\parallel} \neq 0) &\stackrel{(2.12)}{=} \int (M_S \delta(z) (2\Theta(R-r) - 1)) e^{i\vec{q}\vec{x}} d^3x \\
 &= \int (M_S \delta(z) (2\Theta(R-r))) e^{i\vec{q}\vec{x}} d^3x \\
 &\quad - M_S \underbrace{\int d^2x e^{i\vec{q}_{\parallel}\vec{x}_{\parallel}}}_{\propto \delta(\vec{q}_{\parallel})=0} \\
 &= 2M_S \int_{-\infty}^{\infty} \delta(z) e^{iq_z z} dz \int d^2x_{\parallel} \Theta(R-r) e^{i\vec{q}_{\parallel}\cdot\vec{x}_{\parallel}} \\
 &= 2M_S \int_0^R dr \int_0^{2\pi} d\varphi r e^{iq_{\parallel} r \cos(\varphi)} \\
 &= 4\pi M_S \int_0^R dr J_0(q_{\parallel} r) \cdot r \\
 &= 4\pi M_S \frac{R}{q_{\parallel}} J_1(q_{\parallel} R) \tag{2.25}
 \end{aligned}$$

wobei die Delta-Distribution $\delta(\vec{q}_{\parallel})$ im zweiten Schritt nach Voraussetzung $\vec{q}_{\parallel} \neq 0$ wegfällt.

Dabei ist \vec{q}_{\parallel} der Anteil von \vec{q} parallel zur Filmoberfläche, q_{\parallel} der zugehörige Betrag und q_z die Komponente senkrecht dazu. Die J_n sind Besselfunktionen. Setzt man nun die Gleichungen (2.19), (2.20), (2.24) und (2.25) in (2.18) ein, erhält man die Fouriertransformierte

$$\Psi(\vec{q}) = c \frac{-1}{|\vec{q}|^2} \cdot \left[\rho_e(\vec{q}_{\parallel} \neq 0) \mathbf{G}'_{\text{rez}}(\vec{q}_{\parallel}) + \rho_e(\vec{q}_{\parallel} = 0) \underbrace{\frac{\delta(\vec{q}_{\parallel})}{A_{EZ}}}_{=\mathbf{G}'_{\text{rez}}(\vec{q}_{\parallel}=0)} \right] \tag{2.26}$$

wobei der Apostroph an der reziproken Gitterfunktion bedeutet, dass der $\vec{q}_{\parallel} = 0$ entsprechende Beitrag $n = m = 0$ in der Summe in (2.20) ausgelassen wird.

Die Rücktransformation liefert schließlich das gewünschte Ergebnis:

$$\begin{aligned}
 \Psi(\vec{x}) &= \mathcal{F}^{-1}(\Psi(\vec{q})) \\
 &= \mathcal{F}^{-1}\left(-c\frac{1}{|\vec{q}|^2}\cdot\rho'_e(\vec{q}_{\parallel})\mathbf{G}\mathbf{i}'_{\text{rez}}(\vec{q}_{\parallel})-c\frac{1}{|\vec{q}|^2}\cdot\rho_e(\vec{q}_{\parallel}=0)\frac{\delta(\vec{q}_{\parallel})}{A_{EZ}}\right) \\
 &\stackrel{(2.20),(2.21)}{=} c'\int d^2q_{\parallel}\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}dq_z\frac{1}{q_{\parallel}^2+q_z^2}e^{-iq_zz}e^{-i\vec{q}_{\parallel}\vec{x}_{\parallel}}}_{=\pi\frac{1}{q_{\parallel}}e^{-q_{\parallel}|z|}} \\
 &\quad \left[4\pi M_S R\frac{J_1(q_{\parallel}R)}{q_{\parallel}}\cdot\frac{1+\frac{H_z^{ext}}{M_S}}{2\pi R^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\delta(\vec{q}_{\parallel}-n\cdot\vec{q}^1-m\cdot\vec{q}^2)\right] \\
 &\quad -c'H_z^{ext}\int d^2q_{\parallel}\delta(\vec{q}_{\parallel})e^{-i\vec{q}_{\parallel}\vec{x}_{\parallel}}\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}dq_z\frac{1}{q_{\parallel}^2+q_z^2}e^{-iq_zz}}_{=\int_{-\infty}^{\infty}dq_z\frac{1}{q_z^2}e^{-iq_zz}=\mathcal{F}^{-1}\left(\frac{1}{q_z^2}\right)=-\pi|z|} \\
 &= -c'\pi^2(M_S+H_z^{ext})\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{J_1(q_{nm}R)}{(q_{nm}R)^2}R\cdot e^{-q_{nm}|z|}e^{-i\vec{q}_{nm}\cdot\vec{x}_{\parallel}} \\
 &\quad +c'\cdot\pi H_z^{ext}|z| \tag{2.27}
 \end{aligned}$$

wobei das erste Integral über die z-Komponente analog zur (bekanntenen) Fouriertransformation der Lorentzverteilung berechnet werden kann und das zweite z-Integral in [14, S. 1111] angegeben ist. c' ist eine neue Konstante, die zusätzlich die Vorfaktoren der Rücktransformation enthält. Der Apostroph an der Doppelsumme deutet wiederum an, dass der Beitrag $n = m = 0$ ausgelassen wird. Da nur der Bereich $z > 0$ oberhalb des Granatfilms betrachtet wird, können die Beträge um z vernachlässigt werden.

$\vec{q}_{nm} = n\cdot\vec{q}^1 + m\cdot\vec{q}^2$ sind die reziproken Gittervektoren und q_{nm} der zugehörige Betrag. Hier zeigt sich der Vorteil durch oben genannte Vorgehensweise nicht von einer einzelnen Blase, sondern vom kompletten Gitter auszugehen wurde. Die verbleibenden Integrationen über \vec{q}_{\parallel} werden aufgrund der δ -Distributionen extrem einfach auszuwerten. Da nur der Bereich $z > 0$ oberhalb des Granatfilms betrachtet wird, können die Beträge vernachlässigt werden.

Die Konstante c' kann durch die Randbedingung bestimmt werden. Das Feld weit oberhalb des Films muss dem externen Feld H_z^{ext} entsprechen. Es gilt

$$\lim_{z\rightarrow\infty}\Psi = c'\cdot\pi\cdot H_z^{ext}\cdot z \tag{2.28}$$

beziehungsweise

$$\lim_{z\rightarrow\infty}\vec{H} \stackrel{(2.8)}{=} c'\cdot\pi\cdot H_z^{ext}\hat{e}_z \stackrel{!}{=} H_z^{ext}\hat{e}_z \tag{2.29}$$

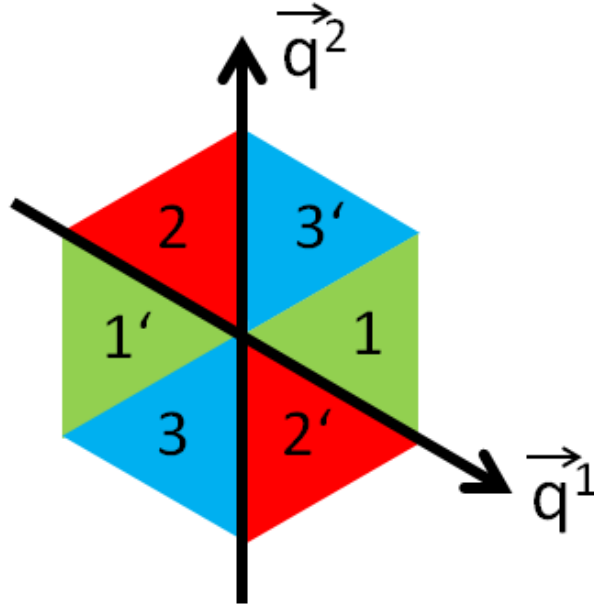


Abbildung 2.2: Die reziproken Gittervektoren \vec{q}^1 und \vec{q}^2 . Farblich markiert sind die verschiedenen Bereiche über die in Gleichung (2.31) summiert wird.

woraus aus der Randbedingung im Unendlichen

$$c' = \frac{1}{\pi} \quad (2.30)$$

folgt.

Insgesamt hat das skalare Potential damit die Form

$$\Psi(\vec{x}) = H_z^{ext} \cdot z - 2 \left(M_S + H_z^{ext} \right) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} ' \frac{J_1(q_{nm}R)}{(q_{nm}R)^2} R \cdot e^{-q_{nm}z} e^{-i\vec{q}_{nm} \cdot \vec{x}_{\parallel}}. \quad (2.31)$$

Zur Vereinfachung der Notation werden im Folgenden mit \vec{x} nur noch die parallelen Komponenten \vec{x}_{\parallel} bezeichnet. Die fehlende z-Komponente wird soweit erforderlich gesondert angegeben.

Die Summe in Gleichung 2.31 geht über alle reziproken Gittervektoren und deckt somit alle Sektoren 1 bis 3, sowie 1' bis 3' in Abbildung 2.2 ab. Schränkt man die Summe auf positive n und m ein, wird nur noch über die Sektoren 1 und 3' summiert. Fordert man zusätzlich $m < n$ ist die Summation auf den Sektor 1 begrenzt.

Nimmt man nun aber zu jedem dieser Paare (n, m) noch das zugehörige Paar $(-n, -m)$ mit, deckt man wegen $\vec{q}_{-n, -m} = -\vec{q}_{n, m}$ auch den Sektor 1' ab. Mit $q_{-n, -m} = q_{n, m}$ gilt

für beide Bereiche

$$\begin{aligned} \Psi_1(\vec{x}, z) &= H_z^{ext} \cdot z - 2 \left(M_S + H_z^{ext} \right) \\ &\quad \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n-1'} \frac{J_1(q_{nm}R)}{(q_{nm}R)^2} R \cdot e^{-q_{nm}z} \underbrace{\left(e^{-i\vec{q}_{nm} \cdot \vec{x}} + e^{i\vec{q}_{nm} \cdot \vec{x}} \right)}_{=2 \cos(\vec{q}_{nm} \cdot \vec{x})}. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Die noch fehlenden Gebiete ergeben sich nun einfach durch Drehung der reziproken Gittervektoren um 120° (ergibt die Sektoren 2 und 2') beziehungsweise um 240° (Sektoren 3 und 3'). Da der Betrag q_{nm} durch die Drehung gleich bleibt, gilt

$$\begin{aligned} \Psi(\vec{x}, z) &= H_z^{ext} \cdot z - 4 \left(M_S + H_z^{ext} \right) \\ &\quad \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n-1'} \frac{J_1(q_{nm}R)}{(q_{nm}R)^2} R \cdot e^{-q_{nm}z} \sum_{j=0}^2 \cos \left((\mathbf{R}_{120^\circ})^j \vec{q}_{nm} \cdot \vec{x} \right) \end{aligned} \quad (2.33)$$

wobei \mathbf{R}_{120° die Drehmatrix um den Winkel 120° ist.

Über Gleichung (2.8) ist damit das Feld des hexagonalen Gitters

$$\begin{aligned} \vec{H}_G(\vec{x}, z) &= \nabla \Psi = H_z^{ext} \hat{e}_z + 4 \left(M_S + H_z^{ext} \right) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n-1'} \frac{J_1(q_{nm}R)}{(q_{nm}R)^2} e^{-q_{nm}z} \\ &\quad \sum_{j=0}^2 \left(\begin{array}{c} (\mathbf{R}_{120^\circ})^j \vec{q}_{nm} R \cdot \sin \left((\mathbf{R}_{120^\circ})^j \vec{q}_{nm} \cdot \vec{x} \right) \\ q_{nm} R \cos \left((\mathbf{R}_{120^\circ})^j \vec{q}_{nm} \cdot \vec{x} \right) \end{array} \right) \end{aligned} \quad (2.34)$$

vollständig bestimmt.

Dieser Ausdruck enthält immer noch eine unendliche Summe. Jedoch fallen die einzelnen Komponenten mit der Höhe z über dem Granatfilm exponentiell ab, umso schneller je größer ihr Betrag q_{nm} ist. In der Praxis war festzustellen, dass die Berücksichtigung weniger Summanden vollkommen ausreichend ist. Schneidet man die Summe bei $n \approx 5$ ab, kann das ganze System bereits mit hinreichender Genauigkeit beschrieben werden. Auf Höhe der Kolloide reicht sogar ein einziger Beitrag ($n = 1, m = 0$) für eine ausreichend exakte Beschreibung des Feldes aus.

Fügt man nun zusätzlich ein paralleles externes Feld $\vec{H}_{\parallel}^{ext}$ hinzu, ergibt sich das Gesamtfeld im Vakuum oberhalb des Granatfilms zu

$$\vec{H}^{Vak} = \vec{H}_{\parallel}^{ext} + \vec{H}_G. \quad (2.35)$$

Jetzt muss allerdings noch beachtet werden, dass sich die Kolloide oberhalb des Films in einer Ferrofluidschicht befinden und somit ein geändertes Feld spüren. Da der Blasenradius R nur von H_z^{ext} außerhalb des Ferrofluids abhängt, ändert sich dieser durch das Aufbringen von Ferrofluid nicht. Aufgrund der Randbedingungen bleibt auch die parallel zum Granatfilm verlaufende Komponente $\vec{H}_{\parallel}^{ext}$ des externen Feldes unverändert. Die senkrechte Komponente \vec{H}_z^{ext} wird aber um einen Faktor $\frac{1}{1+\chi_f}$ reduziert, wobei χ_f

die Suszeptibilität des Ferrofluids ist. Da \vec{H}_G nur von dieser Komponente abhängt, wird auch dieses um den gleichen Faktor kleiner und wir erhalten im Ferrofluid folgendes Gesamtfeld:

$$\vec{H} = \vec{H}_{\parallel}^{ext} + \frac{1}{1 + \chi_f} \vec{H}_G \quad (2.36)$$

Der Vorteil der hier verwendeten Berechnungsmethode liegt in der Einfachheit der Ergebnisse \vec{H}_G . Vergleicht man zum Beispiel mit der Berechnung aus [13] wird schnell klar, dass das hier berechnete Ergebnis eine wesentlich einfachere Struktur hat. Da sich das Feld im wesentlichen nur aus trigonometrischen Funktionen zusammensetzt sind analytische Berechnungen wesentlich einfacher geworden. Dies ermöglicht überhaupt erst die in Kapitel 4 vorgestellte Berechnung. Auch bei numerischen Berechnungen konnte die Effizienz um mehr als einen Faktor 100 gesteigert werden.

2.2 Adiabatische und ratschenförmige Bewegung

Nachdem im vorherigen Abschnitt die Magnetfelder der Granatfilme berechnet wurden, soll jetzt geklärt werden, wie diese zum Transport von Kolloiden verwendet werden können.

Der Bewegung in dissipativen Systemen mit modulierten, periodischen Potentialen liegt oft der Ratscheneffekt zugrunde. Dieser ist in den verschiedensten Bereichen der Physik, zum Beispiel beim Transport quantenmechanischer Anregungen auf der Nanoskala [15] oder bei der getriebenen Bewegung von Gittern aus Wirbeln [16], zu finden. Auch zur Steuerung von Kolloiden auf Granatfilmen wurde dieses Prinzip bereits verwendet. Dabei wurden sowohl hexagonale [17] als auch streifenförmige Domänenstrukturen verwendet [18]. Im Gegensatz zu diesen Arbeiten ist es hier gelungen, einen adiabatischen Transport der Kolloide zu verwirklichen. Der Unterschied zwischen diesen beiden Bewegungsarten soll in diesem Abschnitt dargestellt werden.

Grundlage für den Ratscheneffekt ist ein räumlich periodisches Potential mit gebrochener Symmetrie¹. Außerdem müssen im System Nichtgleichgewichtsfluktuationen vorhanden sein. Diese können entweder bereits in Form von korreliertem thermischem Rauschen im System vorhanden sein oder dem System durch periodische Variation der Temperatur oder durch periodisches Ein- und Ausschalten des Potential von außen auferlegt werden. Der Ratscheneffekt beschreibt wie aus diesen beiden Komponenten ein gerichteter Transport entstehen kann [19].

Das Prinzip des Ratscheneffekts ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Zu Beginn befindet sich das Teilchen im Potentialminimum bei x_0 (Abbildung 2.3a). Die Höhe ΔV des Potentialwalls ist deutlich größer als die thermische Energie $k_B T$ des Teilchens. Erhöht man die Temperatur drastisch oder schaltet ruckartig das Potential ab, kommt das System in einen Nichtgleichgewichtszustand. Das Verhältnis der Energien wird invertiert, es gilt $k_B T \gg \Delta V$. Dadurch kann das Teilchen nun frei diffundieren und gehorcht einer durch die Focker-Plank-Gleichung gegebenen Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(x, t)$

¹Räumlich gebrochene Symmetrie bedeutet hier, dass es kein Δx gibt für das $V(-x) = V(x + \Delta x)$ für alle x erfüllt ist.

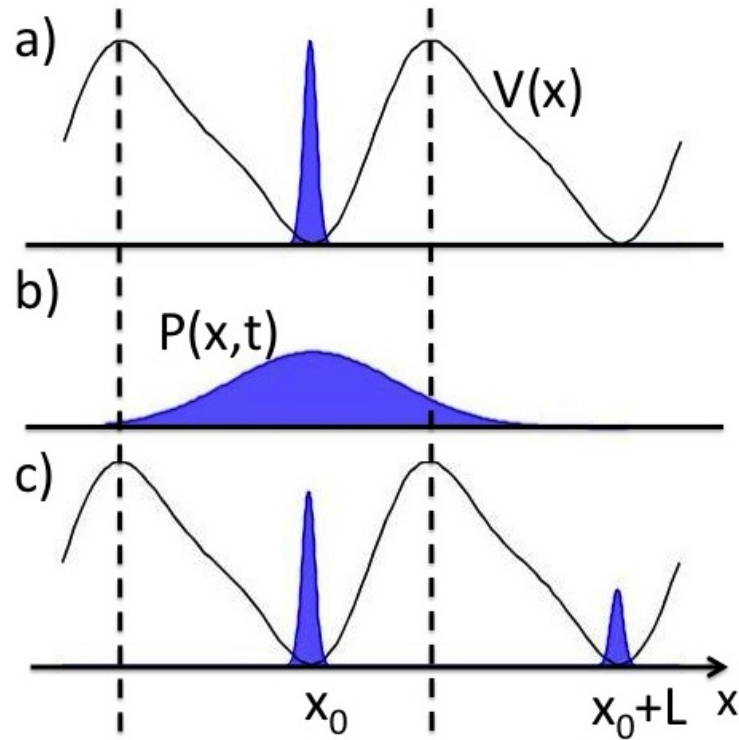


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung des Ratscheneffekts. **a)** Das Teilchen befindet sich zunächst im Minimum x_0 . Wird jetzt zum Beispiel das Potential abgeschaltet, so kann es frei diffundieren und gehorcht der Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(x,t)$. Wartet man hinreichend lange, hat das Teilchen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit den Ort des vorherigen Maximums überschritten (Abbildung **b**). In **c)** wird das Potential wieder aktiviert. Das Teilchen ist mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit ins nächste Minimum gesprungen.

(Abbildung 2.3b). Wartet man anschließend hinreichend lange bevor man den Ausgangszustand wiederherstellt, befindet sich das Teilchen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit im nächsten Minimum bei $x_0 + L$. Durch die Asymmetrie des Potentials ist die Wahrscheinlichkeit, dass es in die andere Richtung springt, wesentlich kleiner. Im Mittel wird somit ein gerichteter Strom nach rechts bewirkt.

Dhar benutzte in [18] das periodische Potential eines Granatfilms mit Streifenmuster. Dieses war durch die Krümmung der Streifen in seiner Symmetrie gebrochen. Durch periodische Modulation dieses Potentials mit Hilfe eines externen Magnetfeldes kamen die notwendigen Nichtgleichgewichtsfluktuationen ins Spiel. Auf diese Weise war es möglich eine gerichtete Bewegung der Kolloide zu erreichen.

Der Ratscheneffekt ist allerdings äußerst sensibel auf schon sehr kleine Veränderungen in den System-Parametern. Durch kleine Veränderung der Systemeigenschaften ist es sogar möglich eine Umkehrung der Bewegungsrichtung zu erreichen [20]. Dabei kann der Strom durch die verschiedensten Faktoren, wie der Statistik der Fluktuationen [21] oder etwaigen Unregelmäßigkeiten im Potential [22], beeinflusst werden. Auch die Wechselwirkung mehrerer Teilchen untereinander kann die Effektivität des Transportprozesses massiv beeinträchtigen [23]. Diese empfindlichen Abhängigkeiten von sämtlichen Systemparametern machen den Ratschen-Effekt einerseits zwar sehr vielseitig, führt aber andererseits auch zu einer immensen Komplexität dieser Bewegungsform.

Im Gegensatz dazu ist die adiabatische Bewegung sehr einfach. Hier befindet sich das Teilchen stets im selben Minimum des Potentials. Gerichtete Bewegung wird entsprechend durch die Wanderung des Potentialminimums erreicht. Dazu muss das Potential stark genug sein, um die Teilchen dabei mitführen zu können. Dabei ist zu beachten, dass der Vorgang bei einer sehr kleinen Reynoldszahl² $Re \sim 10^{-5}$ und damit im viskosen Regime abläuft [24, S.109]. Die Bewegung des Minimums muss damit hinreichend langsam sein, da sonst die viskosen Kräfte das Mitführen der Teilchen erschweren.

Das Verhalten der Teilchen im Potential ist jetzt denkbar einfach. Die Schwierigkeit liegt nun aber darin, die Wanderung des Potentials zu verstehen. Dies ist insofern nicht trivial, da der Granatfilm als Grundlage unseres räumlichen Potentials ortsfeste periodische Strukturen besitzt. Auf der Höhe der Teilchen wird aber ein Potential mit ausgedehnten Orbits, in denen das Minimum über mehrere Perioden des Granatfilms hinweg bewegt werden kann, benötigt. Dies bedeutet, dass es einen Übergang im Potential, von den periodischen Orbits des Granatfilms ($z = 0$) hin zu den ausgedehnten Orbits auf der Bewegungshöhe z der Kolloide, geben muss. In Verlauf der Arbeit wird gezeigt, dass der Übergang auf Bifurkationen in den stationären Linien des Potentials basiert und, dass diese auf einer kritischen Höhe z_c liegen. Die Untersuchung des genauen Verlaufs dieser Bifurkationen ist einer der zentralen Bestandteile dieser Arbeit und wird in Kapitel 4 vorgestellt.

Ein weiterer Unterschied zwischen beiden Bewegungsformen ist, dass die adiabatische

²Die Reynoldszahl $Re = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\eta}$ kann mit den folgenden typischen Systemparametern abgeschätzt werden: Dem Radius der Kolloide $d = r_K \approx 1 \mu\text{m}$, der Viskosität $\eta \approx \eta_{H_2O} = 1 \text{ mPa}\cdot\text{s}$, der Dichte $\rho \approx \rho_{H_2O} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und einer typischen Bewegungsgeschwindigkeit der Kolloide $v = 10 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$.

Bewegung reversibel ist. Kehrt man die externen treibenden Felder um, wird sich auch das Minimum in die entgegengesetzte Richtung bewegen. Dies ist beim Ratscheneffekt im Allgemeinen nicht der Fall. Es wurde erklärt, dass der Ratscheneffekt ein kompliziertes Zusammenspiel mehrerer Faktoren ist und bereits durch kleine Störungen zum Erliegen kommen kann. Es wird gezeigt, dass der adiabatische Prozess im Gegensatz dazu topologisch robust ist (vgl. Kapitel 4). Kleine äußere Störungen haben keinen Einfluss auf den Transport der Kolloide.

2.3 Spiegeldipole

Gerade wurde gezeigt, dass adiabatischer Transport ausgedehnte Orbits erfordert und dass diese nur oberhalb einer kritischen Bifurkationshöhe vorhanden sein können. Damit stellt sich jetzt die Frage wie die Kolloide auf die notwendige Höhe über dem Granatfilm angehoben werden können.

In bisherigen Arbeiten [17, 18] sedimentierten die Kolloide durch die Gewichtskraft auf die Oberfläche des Granatfilms. Elektromagnetische Abstoßung sorgte lediglich für einen Abstand von ein paar Nanometern, um Adhäsion der Teilchen an der Oberfläche zu verhindern. Wie noch gezeigt wird, ist diese Höhe jedoch viel kleiner als die kritische Höhe z_c . Deshalb konnte dort nur der Ratscheneffekt beobachtet werden.

Um dies zu umgehen wird dem Potential des Granatfilms ein weiteres Potential $U(z, t)$ überlagert, welches die Kolloide auf die notwendige Höhe $z > z_c$ anhebt. Dieses entsteht aufgrund der Randbedingungen an den Grenzflächen der Ferrofluidschicht, in der sich die Kolloide befinden.

Das sich im Ferrofluid befindende Kolloid erhält durch das äußere Magnetfeld \vec{H} ein magnetisches Moment $\vec{m}_0 = \chi_K \underbrace{\frac{4}{3}\pi r_K^3}_{V_K} \vec{H}$, welches wiederum ein magnetisches Dipolfeld

verursacht. Aufgrund der Randbedingungen beim Übergang vom Ferrofluid mit Suszeptibilität χ_f zu der oberen Begrenzung durch das Deckglas beziehungsweise zu der unteren Begrenzung durch den Granatfilm (jeweils $\chi = 0$) wird das Feld, wie in Abbildung 2.4 gezeigt, parallel zur Grenzfläche abgelenkt.

Die Störung des Feldes und die daraus resultierende Kraft kann, analog zur Spiegelladungsmethode, mit Hilfe von Spiegeldipolen berechnet werden [25, S.74]. Das bedeutet, dass neben der eigentlichen Quelle, dem Dipol des Kolloids, zwei weitere Spiegeldipole im Glas beziehungsweise im Granatfilm hinzukommen. Es ist aber zu beachten, dass auf Grund der Spiegelung an der Grenzfläche die Richtung dieser von der ursprünglichen Richtung abweicht. Außerdem ändert sich die Stärke des Spiegeldipols zu

$$m_s = \frac{\chi_f}{2 + \chi_f} m_0. \quad (2.37)$$

Ist der ursprüngliche Dipol

$$\vec{m}_Q = m_0 \cdot \begin{pmatrix} -\cos(\theta) \\ 0 \\ \sin(\theta) \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

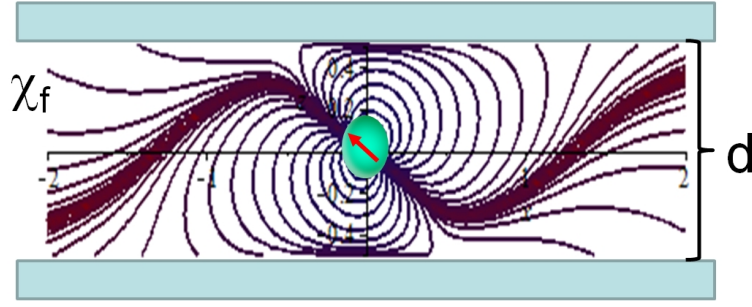


Abbildung 2.4: Ablenkung des magnetischen Dipolfeldes der Kolloide an den Grenzflächen zwischen dem Ferrofuid (mit Suszeptibilität χ_f) und dem Deckglas bzw. dem Granatfilm.

wie in Abbildung 2.4 um einen Winkel θ gegen die Waagerechte verkippt, erhält man zwei Spiegeldipole

$$\vec{m}_S = \frac{\chi_f}{2 + \chi_f} = m_0 \begin{pmatrix} -\cos(\theta) \\ 0 \\ -\sin(\theta) \end{pmatrix}. \quad (2.39)$$

Der Verbindungsvektor $\vec{r}_{QS} = d_{QS}^{o/u} \cdot \hat{e}_z$ zwischen Quelle und Spiegelung zeigt entlang der z -Richtung. Die Energie von \vec{m}_Q im Feld \vec{B}_S eines der Spiegeldipole ist nach [26, S.184]

$$U = -\vec{m}_Q \cdot \vec{B}_S = -\frac{\mu_0}{4\pi} \vec{m}_Q \cdot \frac{3 * \vec{r}_{QS} \cdot (\vec{r}_{QS} \cdot \vec{m}_S) - \vec{m}_S}{r_{QS}^5} \quad (2.40)$$

$$= -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\chi_f}{2 + \chi_f} m_0^2 \frac{1}{r^3} \cdot (-1 - \sin^2(\theta)) \Big|_{r=d_{QS}} \quad (2.41)$$

was zu einer Kraft

$$\vec{F}_S = -\nabla U = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\chi_f}{2 + \chi_f} m_0^2 \frac{3}{d_{QS}^4} (1 + \sin^2(\theta)) \hat{e}_z \quad (2.42)$$

führt.

Der unterhalb gelegene Spiegeldipol übt eine nach oben gerichtete Kraft und der oberhalb gelegene eine nach unten gerichtete Kraft auf das Teilchen aus. Unter Vernachlässigung weiterer Kräfte befindet sich das Kolloid damit in der Mitte der Ferrofuidschicht der Dicke d , es gilt $d_{QS} = 2 \cdot \frac{d}{2}$.

Im nächsten Schritt soll nun die von den Spiegeldipolen ausgeübte Kraft mit der Gewichtskraft F_G verglichen werden. Um beide abzuschätzen werden die folgenden (nahe am Experiment liegenden) Werte angenommen : $r_K = 3 \mu\text{m}$, $d = 5 \mu\text{m}$, $\rho = 5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $\chi_K = 2$, $H = M_S = 10^4 \frac{\text{A}}{\text{m}}$, $\chi_f = 0,6$, $\theta = 0$ (alle Größen sind in der kompletten Arbeit stets in SI-Einheiten). Damit erhält man

$$F_S \approx 5 \cdot 10^{-10} \text{ N} \quad (2.43)$$

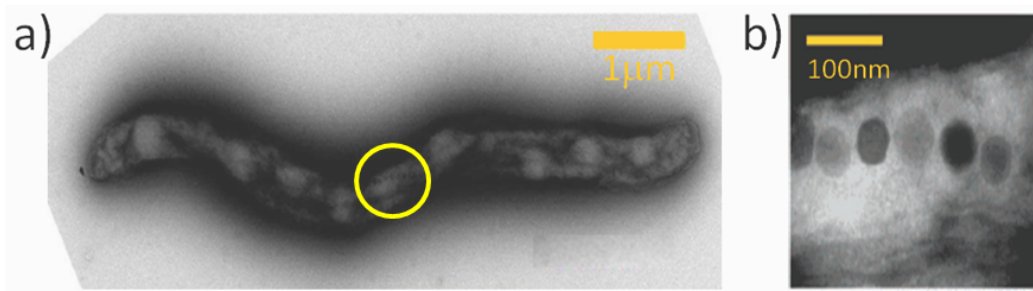


Abbildung 2.5: Elektronenmikroskop-Aufnahmen eines magnetotaktischen Bakteriums entnommen aus [12]. In **b)** ist der gelbumrandete Bereich nochmals vergrößert dargestellt. Die kettenförmig entlang des Bakteriums angeordneten Magnetosomen sind hier gut zu erkennen.

und

$$F_G \approx 5 \cdot 10^{-13} \text{ N}. \quad (2.44)$$

Es ist zu sehen dass die Gewichtskraft deutlich kleiner als die durch die Spiegeldipole ausgeübte Kraft ist. Folglich befinden sich die Kolloide tatsächlich in der Mitte der Ferrofluidschicht.

Damit ist es jetzt möglich, durch Variation der Schichtdicke d die Kolloide auf einer ausreichend großen Höhe $z = \frac{d}{2}$ über dem Granatfilm zu positionieren. Da die Kraft nur senkrecht zur Oberfläche wirkt beeinflusst sie die laterale Bewegung, welche durch das Potential des Granatfilms verursacht wird, nicht. Es ist auch zu sehen, dass die Kraft von der Suszeptibilität χ_f abhängt. Verringert man diese weit genug, wird der Punkt erreicht, ab dem die Gewichtskraft nicht mehr vernachlässigbar ist. Die Kolloide sinken dann auf die Oberfläche des Granatfilms. Dies wird in Abschnitt 4.3 dazu verwendet, den Übergang von ausgedehnten zu periodischen Orbits zu zeigen.

2.4 Magnetotaktische Bakterien

Nachdem die vorherigen Abschnitte in erster Linie für den Transport der Kolloide von Bedeutung waren, wird im Folgenden auf magnetotaktische Bakterien eingegangen.

Magnetotacticum gryphiswaldense (Abbildung 2.5) sind ca. $7 \mu\text{m}$ lange Prokaryoten. Sie wurden erstmals 1970 von Richard Blakemore entdeckt [27]. Von anderen Bakterien unterscheiden sie sich durch ein erstaunliches Merkmal, die sogenannten Magnetosomen. Dies sind Vesikel die Magnetitkristalle (Fe_3O_4) mit einer typischen Größe von $35\text{--}120 \text{ nm}$ enthalten. Diese magnetischen Kristalle ordnen sich in einer oder mehreren Ketten (Abbildung 2.5b) entlang der Längsachse des Bakteriums an und maximieren somit das resultierende magnetische Moment $m \approx 1.5 \cdot 10^{-15} \text{ Am}^2$ [28, 29]. Damit haben magnetotaktische Bakterien eine Art eingebauten Kompass.

In der Natur leben magnetotaktische Bakterien im Sediment am Grund von Gewässern, an der Grenze zwischen sauerstoffarmen und sauerstoffreichen Gebieten. Dort verwenden

sie dieses einzigartige Konstruktionsmerkmal zur Navigation entlang von Erdmagnetfeldlinien, um den Bereich optimaler Sauerstoffkonzentration zu finden und damit für beste Wachstumsbedingungen zu sorgen [28].

Da die Erdmagnetfeldlinien auf der Südhalbkugel nach oben, auf der Nordhalbkugel aber nach unten geneigt sind, gibt es zwei unterschiedliche Arten dieser Bakterien. Die auf der Nordhalbkugel lebenden schwimmen bevorzugt parallel zu den Erdmagnetfeldlinien. Da sie damit nach Norden schwimmen werden sie auch *nordsuchend* genannt. Und umgekehrt schwimmen die *südsuchenden* südlich des Äquators bevorzugt antiparallel zu den Feldlinien [28]. Es wurde aber auch schon beobachtet, dass diese Eigenschaft durch Pulse starker Magnetfelder ($H \approx 50 \text{ kA/m}$) umgedreht werden kann, aus nordsuchenden werden entsprechend südsuchende und umgekehrt [30].

Ihre magnetischen Eigenschaften machen sie auch für Untersuchung im Labor sehr interessant. Im Vergleich zu Kolloiden sind sie darüber hinaus auch noch in der Lage, sich aus eigener Kraft fortzubewegen. Dies wird durch jeweils ein Flagellum an den beiden Enden des Bakteriums erreicht [31].

Das Zusammenspiel aus aktiver Beweglichkeit und der Sensitivität auf Magnetfelder führt zu einem komplexen Verhalten und ermöglicht äußerst interessante Beobachtungen, wenn man die Bakterien dem Magnetfeld eines Granatfilmes aussetzt.

3 Experimenteller Aufbau

Abbildung 3.1a zeigt mit dem Mikroskop das Herzstück des verwendeten experimentellen Aufbaus. Die Verwendung eines Polarisationsmikroskops erlaubt es, die Domänenstrukturen der Granatfilme sichtbar zu machen. Auf dem Objektträgertisch wurden drei Spulen befestigt (Abbildung 3.1b), welche es ermöglichen, dem Feld des Granatfilmes zeitabhängige externe Felder zu überlagern. Der Granatfilm wird dazu in einer Petrischale direkt auf die z-Spule gelegt. Auf diesen werden mit Hilfe einer Pipette die entsprechenden Proben, Kolloide in Ferrofluid oder magnetotaktische Bakterien, aufgetragen. In diesem Kapitel wird nun Aufbau und Funktionsweise der einzelnen Komponenten erklärt.

Bildgewinnung: Es wird ein Polarisationsmikroskop *DM2500P* der Marke *Leica* verwendet. Auf der Spitze des Mikroskops ist eine *CCD*-Kamera (*Leica DFC360 FX*) montiert. Diese ist über eine Fire-Wire-Verbindung mit einem PC verbunden. Dort können im Mikroskop beobachtete Vorgänge mit Hilfe der kommerziellen Software *StreamPix* digitalisiert werden. Die Kamera kann Aufnahmen mit einer Wiederholungsfrequenz von 20 Bildern pro Sekunde bei einer Auflösung von 1392 x 1040 Pixeln machen. Die so erstellten Videoaufnahmen werden mit selbstgeschriebenen Programmen weiter verarbeitet, um zum Beispiel Trajektorien der Teilchen zu bestimmen. Dazu wird die Programmiersprache *Python* mit dem *OpenCV*-Paket, welches viele vorgefertigte Routinen zur Bildbearbeitung zur Verfügung stellt, verwendet. Zur Messung von Entfernungen in den Aufnahmen wurde die Kamera mit Hilfe eines Objektmikrometers (ein Objektträgerglas mit einer aufgebrauchten Längenskala) geeicht.

Polarisationsmikroskopie und Faraday-Effekt: Ein Polarisationsmikroskop ist ein in Durchlicht betriebenes Mikroskop, welches zusätzlich die in Abbildung 3.1a markierten Polarisatoren besitzt. Der erste Polarisator erzeugt aus dem zunächst unpolarisierten Licht der Halogenlampe linear polarisiertes Licht. Trifft dies auf den Granatfilm kommt der optische Faraday-Effekt zum tragen. Dieser beschreibt die Drehung der Polarisation beim Durchgang durch transparente, magnetische Materialien in Abhängigkeit der magnetischen Eigenschaften [11, S. 436]. Die Polarisation wird dabei um einen Winkel

$$\beta = V \cdot B \cdot d \quad (3.1)$$

gedreht, wobei V die (material-, temperatur- und wellenlängenabhängige) Verdet-Konstante, d die Dicke des durchleuchteten Mediums und B die Komponente der Flussdichte in Ausbreitungsrichtung des Lichtes ist [32]. Da die Magnetisierung in den Domänen des Granatfilms alterniert, ergeben sich verschiedene Vorzeichen in B und somit auch im Drehwinkel β . Mit Hilfe des Analysators kann der Unterschied im Drehwinkel in einen Helligkeitsunterschied übersetzt werden. Damit werden die Domänen als Bereiche unterschiedlicher Helligkeit (vgl. Abbildung 2.1) sichtbar.

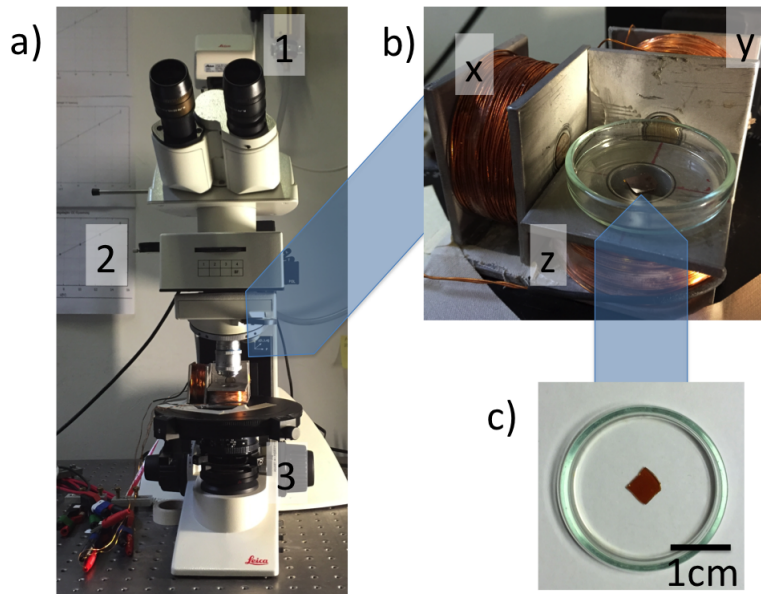


Abbildung 3.1: **a)** Zeigt das Polarisationsmikroskop als zentralen Bestandteil des Aufbaus mit angebaute *CCD*-Kamera (1), Polarisator (3) und Analysator (2). **b)** Vergrößerte Darstellung der auf dem Objektträgtisch angebrachten Spulen mit denen externe Felder in jede Raumrichtung erzeugt werden können. Die *z*-Spule hat keinen Kern, damit das Mikroskop weiterhin mit Durchlicht betrieben werden kann. **c)** Unvergrößertes Bild des Granatfilms. Dieser liegt im Experiment in einer Petrischale auf der *z*-Spule.

Spulen: Es wird ein System aus drei zueinander orthogonalen Spulen (Abbildung 3.1b) verwendet um externe Magnetfelder in jede Raumrichtung anlegen zu können. Diese sind direkt auf dem Objektträgertisch befestigt, was eine möglichst konstante Entfernung zu den im Mikroskop beobachteten Objekten gewährleistet. Da die Ausdehnung der Spulen (einige cm) um mehrere Größenordnungen größer als die der beobachteten Domänenstrukturen und Kolloide (jeweils einige μm) ist, kann angenommen werden, dass deren Feld im betrachteten Bereich in guter Näherung homogen ist.

Jede der Spulen kann nun einzeln über einen Frequenzgenerator angesteuert werden. Der verwendete Generator (*TTi TGA1244*) wird wiederum über einen PC mit Hilfe einer *RS-232* Schnittstelle angesteuert. Die damit erzeugten Signale wurden zur visuellen Überprüfung auf einem Oszilloskop angezeigt und anschließend mit Verstärkern (*Kepeco BOP 20-50GL*) auf die notwendige Leistung angehoben. Dabei waren sowohl der Frequenzgenerator als auch die Verstärker in der Lage beliebige, selbst entworfene Wellenformen zu erzeugen beziehungsweise zu übertragen. Auch die hier verwendeten niedrigen Frequenzen $f \approx 1 \text{ Hz}$ stellten für die Verstärker kein Problem dar. Dies wird beides in Kapitel 4 bei der experimentellen Realisierung des adiabatischen Transports wichtig. Die Wellenformen wurden mit selbstgeschriebenen *Python*-Programmen am PC erstellt und anschließend auf den Wellengenerator übertragen. Um magnetische Felder definierter Stärke anlegen zu können wurden die Spulen mit Hilfe eines Gaußmeters (*LakeShore 410*) geeicht.

Das komplette System ermöglicht es, dem heterogenen Feld des Granatfilms $\vec{H}_G(\vec{x})$ in jede der drei Raumrichtungen (x,y,z) ein homogenes, zeitabhängiges Feld $\vec{H}_{ext}(t)$ zu überlagern.

Verwendete Proben: Es werden Granatfilme mit einer Sättigungsmagnetisierung $M_S \approx 10^4 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ verwendet. Diese werden in einer kleinen Petrischale mittig auf die z-Spule gelegt. Nachdem die richtige Orientierung geprüft wurde, kann je nach Bedarf die gewünschte Symmetrie der Domänenstruktur hergestellt werden (siehe Abschnitt 7.1). Anschließend wird mit einer Pipette die entsprechende Probe aus Bakterien oder Kolloiden aufgebracht. Diese sind wie folgt zusammengesetzt:

Bakterien: Es wird ein Granatfilm mit einem Streifenmuster der Wellenlänge $\lambda = (6,2 \pm 0,3) \mu\text{m}$ verwendet. Gegebenenfalls wird darauf mittels Spincoating eine als Abstandshalter dienende Polymerschicht ($d = 0,35 \mu\text{m} - 1,6 \mu\text{m}$) aufgetragen (vgl. Abschnitt 7.1). Darauf wird anschließend ein Tropfen der Nährlösung, in der sich die Bakterien befinden, gegeben. Die Probe wird nach oben durch ein aufgelegtes Deckglas abgeschlossen. Die Handhabung der Bakterien unter Laborbedingungen geht mit einigen Schwierigkeiten einher. Details dazu werden in Abschnitt 7.2 beschrieben.

Kolloide: Bei den Kolloiden besteht die verwendete Probe wie in Abbildung 3.2 skizziert aus mehreren Komponenten. Die Grundlage bildet ein Granatfilm mit hexagonal angeordneten Blasendomänen und einer Gitterkonstanten $a = (11,6 \pm 0,4) \mu\text{m}$. Darauf wird eine Schicht des wasserbasierten Ferrofluids *EMG707* der Firma *FerroTec* mit

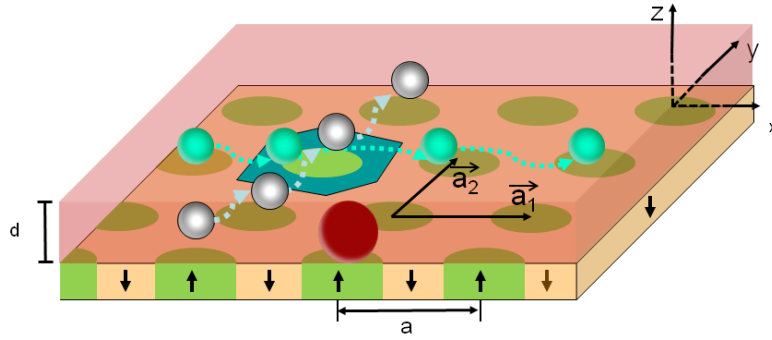


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung der Kolloide auf dem hexagonalen Blasengitter. Auf dem Granatfilm befindet sich eine Ferrofluidschicht der Dicke d , welche nach unten durch den Film und nach oben durch ein Deckglas begrenzt wird. Die Dicke dieser Schicht wird über Abstandshalter (rot) eingestellt. Im Ferrofluid befinden sich nun Dia- (grau) und Paramagneteten (grün) deren Wanderung in unterschiedliche Kristallrichtungen angedeutet wurde. Außerdem wurde eine hexagonale Einheitszelle farblich hervorgehoben und die Richtung der zugehörigen Einheitsvektoren angegeben.

einer Suszeptibilität $\chi_{pur} = 1,5$ aufgebracht. Dieses enthält bereits die in wässriger Lösung vorliegenden Kolloide. Durch das enthaltene Wasser wird das Ferrofluid verdünnt, wodurch sich eine Suszeptibilität $\chi_f < \chi_{pur}$ einstellt. Diese kann über den magischen Winkel gemessen werden und beträgt $\chi_f = 0,6 \pm 0,2$ (s. Abschnitt 7.3).

Die Ferrofluidschicht ist nach unten durch den Granatfilm und nach oben durch ein aufgelegtes Deckglas begrenzt. Um eine Schicht definierter Dicke d zu bekommen werden Polystyrol-Kolloide (*FluoroMax* von *ThermoScientific*) als Abstandshalter verwendet. Diese haben einen Durchmesser von $2r = 4,8 \mu\text{m}$, wodurch die Ferrofluidschicht ebenfalls die Dicke $d = 4,8 \mu\text{m}$ hat. Durch leichtes Drücken auf das Deckglas werden die Abstandshalter eingeklemmt und stören somit die weiteren Messungen nicht. Es befinden sich noch zwei weitere Sorten Kolloide in der Probe. Zum einen weitere Polystyrol-Kügelchen mit einem anderen Durchmesser von $2r = 3,1 \mu\text{m}$ und einer Suszeptibilität $\chi = 0$. Zum anderen wurden paramagnetische *Dynabeads M-270* mit einem Durchmesser von $2r = 2,8 \mu\text{m}$ verwendet. Diese bestehen aus einem superparamagnetischen Kern, der sich in einem unmagnetischen Mantel befindet. Die effektive Suszeptibilität in Wasser wurde bereits in [33] gemessen und beträgt $\chi_{p,eff}^w = 2,1 \pm 0,3$.

Das Ferrofluid hat nun zwei Effekte auf die Kolloide. Der erste ist eine Änderung der Teilchensuszeptibilitäten. Die Polystyrol-Teilchen haben im Ferrofluid eine effektive Sus-

zeptibilität³ $\chi_{d,eff}^f = -0,53 \pm 0,02$. Da diese negativ ist, verhalten sich die Polystyrol-Kolloide effektiv diamagnetisch. Die Paramagneten haben eine effektive Suszeptibilität $\chi_{p,eff}^f = 2,3 \pm 0,8$ und verhalten sich damit nach wie vor paramagnetisch. Dies bedeutet, dass es nun zwei Teilchensorten mit grundlegend verschiedenen magnetischen Eigenschaften gibt. Dieser Unterschied wird dazu benutzt, um beide Sorten unabhängig voneinander über den Granatfilm zu bewegen.

Der zweite Effekt des Ferrofluids ist der in Abschnitt 2.3 beschriebene. Durch die Randbedingungen am Übergang zwischen Ferrofluid und Deckglas beziehungsweise Granatfilm werden die Teilchen in die Mitte der Ferrofluidschicht gedrückt. Da diese durch den Aufbau eine definierte Dicke d hat, befinden sich sowohl Para- als auch Diamagneten auf einer festen Höhe $z = \frac{d}{2}$ über dem Granatfilm. Die Kraft der Spiegeldipole ist dabei stark genug um die Teilchen auf dieser Höhe zu halten, auch wenn diese durch das Potential aus Granatfilm und externem Feld lateral bewegt werden.

³Diese lässt sich ausgehend von einem Aufbau der Kolloide aus magnetischem Kern und Mantel mit $\chi = 0$ durch die geometrischen und magnetischen Größen ausdrücken. Diese können allerdings wiederum durch die (bekannte) effektive Suszeptibilität in Wasser ausgedrückt werden. Eine detaillierte Rechnung dazu wurde in [34, S. 21 ff] durchgeführt und ergibt folgenden Zusammenhang:

$$\chi_{eff}^f = \frac{3\chi_f\chi_{eff}^w + 9(\chi_{eff}^w - \chi_f)}{9 + 2\chi_f(1 - \chi_{eff}^w)}$$

4 Topologisch geschützter Transport para- und diamagnetischer Kolloide

Aufbauend auf den bisher vorgestellten Grundlagen wird in diesem Kapitel in die eigentliche Arbeit eingestiegen. Es wird der Transport von para- und diamagnetischen Kolloiden auf dem hexagonalen Blasenmuster eines Granatfilms untersucht. Anhand dieses Systems wird gezeigt, wie das Konzept des topologischen Schutzes auf getriebene dissipative Systeme erweitert werden kann.

Dazu wird zunächst einführend das Konzept des topologischen Schutzes erklärt und motiviert, warum es auch für unser System geeignet ist. Anschließend wird der Transportprozess theoretisch entwickelt. Danach wird noch gezeigt, dass das theoretisch erarbeitete Konzept auch experimentell realisiert werden kann.

4.1 Motivation: Das Konzept des topologischen Schutzes

Der topologische Schutz ist ein sehr mächtiges Konzept, das bisher in (getriebenen) Hamiltonschen Systemen beobachtet wurde und dort die Robustheit von Transportprozessen gewährleistet [3]. Die Übertragung auf das hier vorliegende System ermöglicht die gleichzeitige und unabhängige Steuerung von zwei verschiedenen Teilchensorten. Deshalb soll als erstes ein kurzer Überblick über den Begriff der Topologie und das daraus hervorgehende Konzept des topologischen Schutzes gegeben werden.

Die Topologie ist ein zentrales Teilgebiet der Mathematik und beschäftigt sich hauptsächlich mit der Charakterisierung von Räumen oder Körpern. Im topologischen Sinn sind zwei Figuren homöotrop (ähnlich), wenn diese durch stetige Verformung auseinander hervorgehen. Zueinander homöotrope Figuren können in Äquivalenzklassen zusammengefasst werden, welche durch sogenannte topologische Invarianten (oftmals ganzzahlige Größen) gekennzeichnet sind [35, S. 53 ff]. Ein anschauliches Beispiel für eine solche Invariante ist die Anzahl g an Löchern in geometrischen Objekten. Eine Kugel und ein Würfel sind homöotrop zueinander. Es gilt jeweils $g = 0$. Ein Torus hat dagegen $g = 1$ und ist somit nicht homöotrop zu den beiden anderen. Durch stetige Verformung kann der Sprung von $g = 1$ auf $g = 0$ nicht erreicht werden. Folglich ist g eine topologisch robuste Eigenschaft, die invariant unter kleinen Störungen ist [3].

Durch die ausgiebige Untersuchung des Quanten-Hall-Effekts [36] hat sich die topologische Charakterisierung von Zuständen auch in der Physik etabliert. Der Vorteil ist auch hier, dass so beschriebene Eigenschaften robust gegenüber kleinen Störungen sind. Die Änderung topologischer Eigenschaften benötigt tiefgreifende Veränderungen im System [3]. Die dadurch gewonnene Robustheit kann zum topologischen Schutz von Transportprozessen in Hamiltonschen Systemen genutzt werden.

Dies ist zum Beispiel bei einer neuen Gattung von Materialien, den erst kürzlich entdeckten⁴ topologischen Isolatoren, der Fall. Diese haben im Bulk wie ein normaler Isolator eine Energielücke zwischen dem obersten gefüllten elektronischen Band und dem untersten

⁴2005 wurden topologische Isolatoren erstmals theoretisch vorhergesagt [37] und 2006 in realer Materie bestätigt [38].

freien. Die Bandstrukturen können nun topologisch in Äquivalenzklassen, beschrieben durch die ganzzahlige Chern-Zahl n [39, S. 560 ff], unterteilt werden. Ein topologischer Isolator besitzt eine topologisch nicht triviale Bandstruktur ($n \neq 0$). Kommt dessen Rand in Kontakt mit einem trivialen Isolator ($n = 0$, zum Beispiel Vakuum) muss es am Übergang chirale, leitende Randzustände geben [3]. Diese liegen in der energetischen Bandlücke des Bulks. Da somit ihre Energien von den Bandenergien abweichen, sind sie robust gegen Streuung in die isolierenden Zustände im Inneren des Materials. Durch die ganzzahlige Natur der Chern-Zahl werden sie topologisch geschützt. Störeinflüsse wie Gitterdefekte können keinen Sprung dieser um eine ganze Zahl bewirken.

Die Existenz topologisch bedingter Randzustände wurde aber auch in anderen Hamiltonschen Systemen gefunden. In isostatischen Gittern ermöglichen diese den Transport klassischer mechanischer Solitonen [40] oder in mechanischen Metamaterialien den Transport von Defekten [41].

Das Konzept kann auch auf getriebene Hamiltonsche Systeme erweitert werden. Hier können robuste chirale Randzustände auch bei einer trivialen Chern-Zahl im Bulk beobachtet werden [42]. Im Falle eines getriebenen Systems ist das Floquet-Spektrum das Analogon zu den Bandenergien des statischen Falls. Das Floquet-Spektrum besteht aus den Eigenwerten des Zeitentwicklungsoperators ausgewertet über eine komplette Periode T der treibenden Anregung. Da der Zeitentwicklungsoperator unitär (normerhaltend) ist, sind dies nur komplexe Phasen, die mit Hilfe einer *Quasi-Energie* ϵ ausgedrückt werden können als $e^{-i\epsilon T}$. Die Quasienergien können wiederum in Bandstrukturen angeordnet werden, welche jetzt durch eine neue topologische Invariante, die Windungszahl ν beschrieben werden [43]. Anschaulich ist die Quasi-Energie die Phase, die ein Zustand während einer Periode T akkumuliert und die Windungszahl die (ganzzahlige) Anzahl an Umrundungen der Quasi-Energie-Bänder. Diese zusätzliche topologische Invariante erhöht die Vielfalt beobachtbarer Transportprozesse.

In dieser Arbeit soll nun gezeigt werden, wie man dieses umfassende Konzept auf getriebene, dissipative (nicht-Hamiltonsche) Systeme erweitern kann.

Die Thermodynamik unterscheidet in dissipativen Systemen zwischen reversiblen und irreversiblen Prozessen. Diese Unterscheidung ist auch bei Transportprozessen in getriebenen dissipativen Systemen sinnvoll. Es gibt eine große Vielfalt solcher Systeme aus den unterschiedlichsten Bereichen der Physik, von Quantentransport auf der Nanoskala [44] über die Bewegung von Proteinen auf Membranen in der Biophysik [45] bis hin zu kolloidalen Transportphänomenen [46] und noch vieles darüber hinaus. Vielen davon ist jedoch gemeinsam, dass sie auf dem in Abschnitt 2.2 beschriebenen Ratscheneffekt basieren. Die enthaltenen Sprünge von einem zum nächsten Potentialminimum sind irreversibel. Auf dem Rückweg werden im Allgemeinen andere Sprünge als auf dem Hinweg stattfinden. Des Weiteren hängt der Ratscheneffekt sensibel von vielen Faktoren wie Rauschen oder Gitterdefekten ab. Die so entstehende Komplexität macht es schwer das Verhalten vorauszusagen.

Betrachtet man den Transport nur einer Teilchensorte (vgl. [17]), mag es noch möglich sein, mit dem Ratscheneffekt einen gerichteten Transport zu erhalten. Hier soll das System aber auf den unabhängigen Transport von zwei Teilchensorten erweitert werden. Dies erfordert die simultane Steuerung von zwei verschiedenen Bewegungen. Aufgrund

seiner Komplexität fehlt dem Ratscheneffekt die dazu notwendige Robustheit, weshalb er hier eher ungeeignet ist.

Zur Realisierung einer vorhersagbaren Bewegung mehrerer verschiedener Teilchen wird deshalb auf einen adiabatischen, reversiblen Transportprozess gesetzt (vgl. Abschnitt 2.2). Dies erfordert aber eine nicht triviale delokalisierte Bewegung der Potentialminima. Wie genau das erreicht werden kann und wie es zum Transport benutzt werden kann, wird im Folgenden erklärt.

4.2 Theoretische Herleitung

Das verwendete hexagonale Blasengitter hat ein heterogenes Magnetfeld $\vec{H}_B(\vec{x}, z)$ (vgl. Abschnitt 2.1.2). Dem wird ein externes Magnetfeld $\vec{H}_{ext}(t)$ überlagert, welches homogen aber zeitabhängig ist. Diese Felder sind die Grundlage für das sowohl orts- als auch zeitabhängige Potential

$$V(\vec{x}, z, t) = -H^2 = -\left(\vec{H}_B(\vec{x}, z) + \vec{H}_{ext}(t)\right)^2, \quad (4.1)$$

in dem der adiabatische Transport der Kolloide stattfindet. \vec{x} bezeichnet auch hier wieder nur die parallele Komponente des Ortes. Außerdem ist zu beachten, dass sich die Kolloide im Ferrofluid befinden. Die Energie der Kolloide im Ferrofluid oberhalb des Granatfilms ist

$$E_{p,d} \propto -\vec{m}_{p,d} \cdot \vec{H} = -\chi_{p,d,f}^{eff} H^2. \quad (4.2)$$

Mit $\chi_{p,f}^{eff} > 0$ wird die Energie der Paramagneten im Minimum des Potentials V minimal. Im Gegensatz dazu wird die Energie der Diamagneten wegen $\chi_{d,f}^{eff} < 0$ im Maximum von V minimal. Das Potential führt somit die Paramagneten adiabatisch im Minimum und die Diamagneten adiabatisch im Maximum mit. Dabei kann die Annahme, dass das Potential stark genug ist um die Teilchen mitzuführen, experimentell gerechtfertigt werden.

Das Magnetfeld des Granatfilms ist räumlich periodisch in den Gittervektoren \vec{a}_1 und \vec{a}_2 . Das externe Feld ist zeitlich periodisch mit einer Periode T . Damit ist klar, dass das resultierende Potential V dreifach periodisch ist. Es erfüllt die Bedingung

$$V(\vec{x} + n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2, z, t + T) = V(\vec{x}, z, t) \quad (4.3)$$

mit $n_i \in \mathbb{Z}$. Von Interesse sind nun die stationären Lösungen $\vec{x}_s^m(z, t)$ ($m = 1, 2, \dots$) mit

$$\nabla V|_{\vec{x}_s} = \left(\begin{array}{c} \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \end{array} \right) \Big|_{\vec{x}_s} = 0, \quad (4.4)$$

da sich die Kolloide im Maximum beziehungsweise Minimum befinden. Die Lösungen sind wiederum kontinuierliche Funktionen in der z -Koordinate, die der Periodizität

$$\vec{x}_s^m(z, t + T) = \vec{x}_s^m(z, t) + k_1^m(z) \cdot \vec{a}_1 + k_2^m(z) \cdot \vec{a}_2 \quad (4.5)$$

mit $k_i^m(z) \in \mathbb{Z}$ gehorchen müssen. Direkt auf der Oberfläche des Granatfilms ist dessen Feld so stark, dass die stationären Punkte nicht durch das externe Magnetfeld von einer Blase zu nächsten bewegt werden können, es gilt

$$k_i^m(z=0) = 0. \quad (4.6)$$

Für den delokalisierten Transport der Kolloide auf dem Blasengitter sind aber nur Lösungen mit $k_i^m(z) \neq 0$ von Interesse. Die Existenz solcher erfordert einen Übergang des Potentials von periodischen ortsfesten Orbits $k_i^m(z < z_c^m) = 0$ unterhalb einer kritischen Höhe z_c^m hin zu ausgedehnten Orbits $k_i^m(z > z_c^m) \neq 0$ oberhalb. Ist dieser Übergang topologischer Natur, besteht topologischer Schutz des damit verbundenen Transportprozesses.

Dies wirft die Frage auf, wie dieser Übergang genau aussieht. Bevor dies geklärt wird, soll aber zunächst gezeigt werden, dass adiabatischer Transport tatsächlich möglich ist und mit welcher Modulation dieser erreicht werden kann. Damit ist es anschließend einfacher den genauen Ablauf des Übergangs von periodischen zu ausgedehnten Zuständen zu zeigen.

4.2.1 Modellierung des Transportprozesses

Wie in Abschnitt 2.3 beschrieben wirkt auf die Kolloide zusätzlich das durch die Spiegeldipole bedingte Potential U . Im Zusammenspiel mit der durch den Aufbau definierten Ferrofluidschichtdicke (vgl. Kapitel 3) zwingt es die Kolloide auf eine feste Höhe $z = 2,4 \mu\text{m}$, was, wie noch gezeigt wird, oberhalb der kritischen Höhen z_c^m liegt. U bewirkt lediglich eine Kraft entlang der z -Achse und beeinflusst den Teilchentransport nicht. Dies bedeutet, dass die Untersuchung der lateralen Wirkung von V auf die Kolloide auf eine feste Höhe z beschränkt werden kann.

Das zugehörige Feld im Ferrofluid

$$\begin{aligned} \vec{H}(\vec{x}, z) = & \begin{pmatrix} \vec{H}_{\parallel}^{ext} \\ \vec{H}_z^{ext} \end{pmatrix} + \frac{4}{1 + \chi_f} (M_S + H_z^{ext}) \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n-1} \frac{J_1(q_{nm}R)}{(q_{nm}R)^2} e^{-q_{nm}z} \\ & \cdot \sum_{j=0}^2 \begin{pmatrix} (\mathbf{R}_{120^\circ})^j \vec{q}_{nm} R \cdot \sin((\mathbf{R}_{120^\circ})^j \vec{q}_{nm} \cdot \vec{x}) \\ q_{nm} R \cdot \cos((\mathbf{R}_{120^\circ})^j \vec{q}_{nm} \cdot \vec{x}) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.7)$$

ist durch die Gleichungen (2.34) und (2.36) bestimmt. $\tilde{H}_z^{ext} = 1/(1 + \chi_f) H_z^{ext}$ ist die senkrechte Komponente des externen Magnetfelds im Ferrofluid. Die einzelnen Fourierkomponenten fallen exponentiell mit $e^{-q_{nm}z}$ ab. Je größer der Abstand zur Filmoberfläche ist desto schwächer werden höher Fourierkomponenten (aufgrund des größeren Betrags q_{nm}) gewichtet. Auf der betrachteten Höhe $z = 2,4 \mu\text{m}$ hat sich gezeigt, dass bereits eine Fourierkomponente ($n = 1, m = 0$) eine hinreichend genaue Beschreibung

liefert. Damit gilt

$$\begin{aligned}
 V &= - \left[\begin{pmatrix} \vec{H}_{\parallel}^{ext} \\ \vec{H}_z^{ext} \end{pmatrix} + \frac{4}{1 + \chi_f} (M_S + H_z^{ext}) \frac{J_1(q_1 R)}{(q_1 R)^2} e^{-q_1 z} \right. \\
 &\quad \left. \sum_{j=0}^2 \left(\frac{(\mathbf{R}_{120^\circ})^j \cdot \vec{q}^1 R \cdot \sin((\mathbf{R}_{120^\circ})^j \vec{q}^1 \cdot \vec{x})}{q_1 R \cdot \cos((\mathbf{R}_{120^\circ})^j \vec{q}^1 \cdot \vec{x})} \right) \right]^2 \\
 &\approx -\tilde{H}_{ext}^2 - \frac{8}{1 + \chi_f} (M_S + H_z^{ext}) \frac{J_1(q_1 R)}{(q_1 R)^2} e^{-q_1 z} \\
 &\quad \sum_{j=0}^2 \left(\begin{pmatrix} \vec{H}_{\parallel}^{ext} \\ \vec{H}_z^{ext} \end{pmatrix} \cdot \left(\frac{(\mathbf{R}_{120^\circ})^j \cdot \vec{q}^1 R \cdot \sin((\mathbf{R}_{120^\circ})^j \vec{q}^1 \cdot \vec{x})}{q_1 R \cdot \cos((\mathbf{R}_{120^\circ})^j \vec{q}^1 \cdot \vec{x})} \right) \right) \quad (4.8)
 \end{aligned}$$

wobei in der letzten Näherung der dritte Term vernachlässigt werden kann, da er doppelt so schnell mit der Höhe abfällt wie der Zweite.

Da lediglich die Lage der stationären \vec{x}_s^m von Interesse ist, können außerdem der konstante Term H_{ext}^2 und alle örtlich konstanten, positiven Vorfaktoren (dies ist bei konstanter Höhe auch der Term $e^{-q_1 z}$) vernachlässigt werden und man erhält

$$\begin{aligned}
 V(\vec{x}) &\propto - \sum_{j=0}^2 \left(\begin{pmatrix} \vec{H}_{\parallel}^{ext} \\ \vec{H}_z^{ext} \end{pmatrix} \cdot \left(\frac{(\mathbf{R}_{120^\circ})^j \vec{q}^1 \sin((\mathbf{R}_{120^\circ})^j \vec{q}^1 \cdot \vec{x})}{q_1 \cos((\mathbf{R}_{120^\circ})^j \vec{q}^1 \cdot \vec{x})} \right) \right) \\
 &\stackrel{(2.22)}{=} -\tilde{H}_{ext} \hat{e}_{ext} \underbrace{\left(\frac{\vec{q}^1 \cdot \sin(\vec{q}^1 \vec{x}) + \vec{q}^2 \cdot \sin(\vec{q}^2 \vec{x}) + \vec{q}^{12} \cdot \sin(\vec{q}^{12} \vec{x})}{q_1 \cdot \cos(\vec{q}^1 \vec{x}) + q_1 \cdot \cos(\vec{q}^2 \vec{x}) + q_1 \cdot \cos(\vec{q}^{12} \vec{x})} \right)}_{:=\vec{H}_p(\vec{x})} \quad (4.9)
 \end{aligned}$$

mit $\vec{q}^{12} = \vec{q}^1 + \vec{q}^2$ und $q_1 = |\vec{q}^1| = |\vec{q}^2| = |\vec{q}^{12}|$. Es ist klar, dass die stationären Orte \vec{x}_s^m damit nur von der Richtung

$$\hat{e}_{ext} = \frac{\vec{H}_{ext}}{\tilde{H}_{ext}} = \begin{pmatrix} \sin(\theta) \cos(\phi) \\ \sin(\theta) \sin(\phi) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

des externen Felds im Ferrofluid, nicht aber von dessen Betrag abhängen.

An dieser Stelle soll in das Koordinatensystem x_1, x_2 der hexagonalen Einheitszelle mit den Einheitsvektoren \vec{a}_1 und \vec{a}_2 gewechselt werden. Die Definition (2.5) der Einheitsvektoren legt die Umrechnung zwischen karthesischen und hexagonalen Koordinaten fest:

$$x_1 = x + \frac{1}{\sqrt{3}}y \quad x_2 = \frac{2}{\sqrt{3}}y \quad (4.11)$$

Das Feld $\vec{H}_p(\vec{x})$ soll nun ebenfalls in der hexagonalen Basis und durch die neuen Koordinaten gemäß

$$\vec{H}_p(x_1, x_2) = H_p^1(x_1, x_2) \vec{a}_1 + H_p^2(x_1, x_2) \vec{a}_2 + \underbrace{H_{p,z}(x_1, x_2) \frac{2}{\sqrt{3}} a \cdot \hat{e}_z}_{:=H_p^3(x_1, x_2)} \quad (4.12)$$

beschrieben werden. Der Faktor in der z -Komponente wurde so gewählt, dass die Vorfaktoren später möglichst einfach werden. Mit $\vec{q}^i \cdot \vec{a}_j = 2\pi\delta_{i,j}$ können die Koeffizienten H_p^i bestimmt werden zu

$$\begin{aligned} \vec{H}_p(x_1, x_2) &= \begin{pmatrix} H_p^1 \\ H_p^2 \\ H_p^3 \end{pmatrix} \\ &\stackrel{(4.9)(4.12)}{=} 2\pi \begin{pmatrix} \sin(2\pi x_1) + \sin(2\pi(x_1 + x_2)) \\ \sin(2\pi x_2) + \sin(2\pi(x_1 + x_2)) \\ \cos(2\pi x_1) + \cos(2\pi x_2) + \cos(2\pi(x_1 + x_2)) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Zur Bestimmung der stationären Punkte wird der Gradient des Potentials

$$\begin{aligned} \nabla V &\propto -\nabla \left(\hat{e}_{ext} \vec{H}_p(x_1, x_2) \right) \\ &= \begin{pmatrix} \partial_1 \left(\hat{e}_{ext} \cdot \vec{H}_p(x_1, x_2) \right) \\ \partial_2 \left(\hat{e}_{ext} \cdot \vec{H}_p(x_1, x_2) \right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{e}_{ext} \cdot \left(\partial_1 \vec{H}_p(x_1, x_2) \right) \\ \hat{e}_{ext} \cdot \left(\partial_2 \vec{H}_p(x_1, x_2) \right) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.14)$$

berechnet, wobei $\partial_1 f = \frac{\partial f}{\partial x_1}$ für die partielle Ableitung steht.

Daraus kann ohne weitere Rechnung abgelesen werden, dass der Gradient verschwindet, wenn \hat{e}_{ext} senkrecht auf den beiden Einheitsvektoren $\hat{e}_1(x_1, x_2) = \frac{\partial_1 \vec{H}(x_1, x_2)}{|\partial_1 \vec{H}(x_1, x_2)|}$ und $\hat{e}_2(x_1, x_2) = \frac{\partial_2 \vec{H}(x_1, x_2)}{|\partial_2 \vec{H}(x_1, x_2)|}$ steht. Im Umkehrschluss bedeutet dies, dass jeder Punkt (x_1, x_2) in der Einheitszelle mit den zugehörigen Vektoren $\hat{e}_1(x_1, x_2)$ und $\hat{e}_2(x_1, x_2)$ durch die beiden Richtungen

$$\hat{e}_{ext}(x_1, x_2) = \pm \frac{\hat{e}_1 \times \hat{e}_2}{|\hat{e}_1 \times \hat{e}_2|} \quad (4.15)$$

des externen Feldes zu einem stationären Punkt wird.

Alle möglichen Einstellungen \hat{e}_{ext} des externen Feldes können als Punkte auf der Einheitskugel S_{ext} dargestellt werden. Um im Folgenden besser zuordnen zu können, ob von einem Punkt in der Einheitszelle oder dessen Äquivalent auf S_{ext} die Rede ist, werden *Punkte* und *Objekte* auf S_{ext} im Folgenden *kursiv* geschrieben.

Gleichung (4.15) ordnet jedem nicht entarteten Punkt (in der Einheitszelle) zwei *Punkte* (auf S_{ext}) zu. Die beiden *Punkte* liegen auf der *Sphäre* gegenüber voneinander. Die beiden zugehörigen Eigenwerte von $\nabla \nabla V$ haben aber unterschiedliche Vorzeichen. Dementsprechend kann jeder Punkt in der Einheitszelle entweder zu einem Minimum und einem Maximum oder zu zwei Sattelpunkten werden.

Um zu wissen welcher Punkt durch welches externe Feld stationär wird, soll $\hat{e}_{ext}(x_1, x_2)$ explizit berechnet werden. Zuerst werden die Ableitungen

$$\partial_1 \vec{H}_p(x_1, x_2) \stackrel{(4.13)}{=} 4\pi^2 \begin{pmatrix} c_1 + c_{12} \\ c_{12} \\ -s_1 - s_{12} \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

und

$$\partial_2 \vec{H}_p(x_1, x_2) \stackrel{(4.13)}{=} 4\pi^2 \begin{pmatrix} c_{12} \\ c_2 + c_{12} \\ -s_2 - s_{12} \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

berechnet, mit $c_i = \cos(2\pi x_i)$ beziehungsweise $c_{12} = \cos(2\pi(x_1 + x_2))$ und äquivalent für den Sinus. Diese legen die Richtung des externen Feldes

$$\begin{aligned} \hat{e}_{ext}(x_1, x_2) &\stackrel{(4.15)}{\propto} \pm \partial_1 \vec{H}_p(x_1, x_2) \times \partial_2 \vec{H}_p(x_1, x_2) \\ &\propto \pm \begin{pmatrix} c_{12} \cdot (s_1 - s_2) + c_2 \cdot (s_1 + s_{12}) \\ c_{12} \cdot (s_2 - s_1) + c_1 \cdot (s_2 + s_{12}) \\ c_1 c_2 + c_{12} \cdot (c_1 + c_2) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.18)$$

fest.

Dieses Ergebnis kann durch Invertierung der Gleichungen (4.11) und (4.12) wieder in das karthesische Koordinatensystem umgerechnet und in Abhängigkeit der zugehörigen

Koordinaten $\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ angegeben werden:

$$\vec{H}_{ext}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} H_{ext}^x(\vec{x}) \\ H_{ext}^y(\vec{x}) \\ H_{ext}^z(\vec{x}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{ext}^1(x_1, x_2) + \frac{1}{2} H_{ext}^2(x_1, x_2) \\ \frac{1}{\sqrt{3}} H_{ext}^2(x_1, x_2) \\ \frac{\sqrt{3}}{2} H_{ext}^3(x_1, x_2) \end{pmatrix} \Bigg|_{x_i \stackrel{(4.11)}{=} x_i(x,y)} \quad (4.19)$$

Dies ermöglicht die Berechnung der Winkel

$$\theta(\vec{x}) = \arctan \left(\frac{\sqrt{(H_{ext}^x(\vec{x}))^2 + (H_{ext}^y(\vec{x}))^2}}{H_{ext}^z(\vec{x})} \right) \quad (4.20)$$

und

$$\phi(\vec{x}) = \arctan \left(\frac{H_{ext}^y(\vec{x})}{H_{ext}^x(\vec{x})} \right) \quad (4.21)$$

welche nach (4.10) die Richtung des externen Feldes festlegen. Da dies sehr längliche Ausdrücke sind und die Berechnung der Lösung durch einfaches Einsetzen trivial ist, wird an dieser Stelle auf eine explizite Angabe des Ergebnisses verzichtet.

Damit ist es nun möglich die *Sphäre* auf die Einheitszelle abzubilden. Dies ist in Abbildung 4.1 gezeigt, wobei dies auf eine der beiden Lösungen in (4.15) und somit auf die obere Hälfte der *Sphäre* beschränkt wurde. Die gegenüberliegende *Lösung* auf der unteren Halbkugel würde auf denselben Punkt abgebildet.

Bisher wurde geklärt, welches Feld notwendig ist, um einen Punkt stationär zu machen. Außerdem wurde bereits erwähnt, dass Punkte entweder extremal oder zu zwei Sattelpunkten werden können. Im nächsten Schritt soll untersucht werden, welche Punkte in der Einheitszelle zu einem Sattelpunkt und welche zu einem Maximum oder einem Minimum werden können.

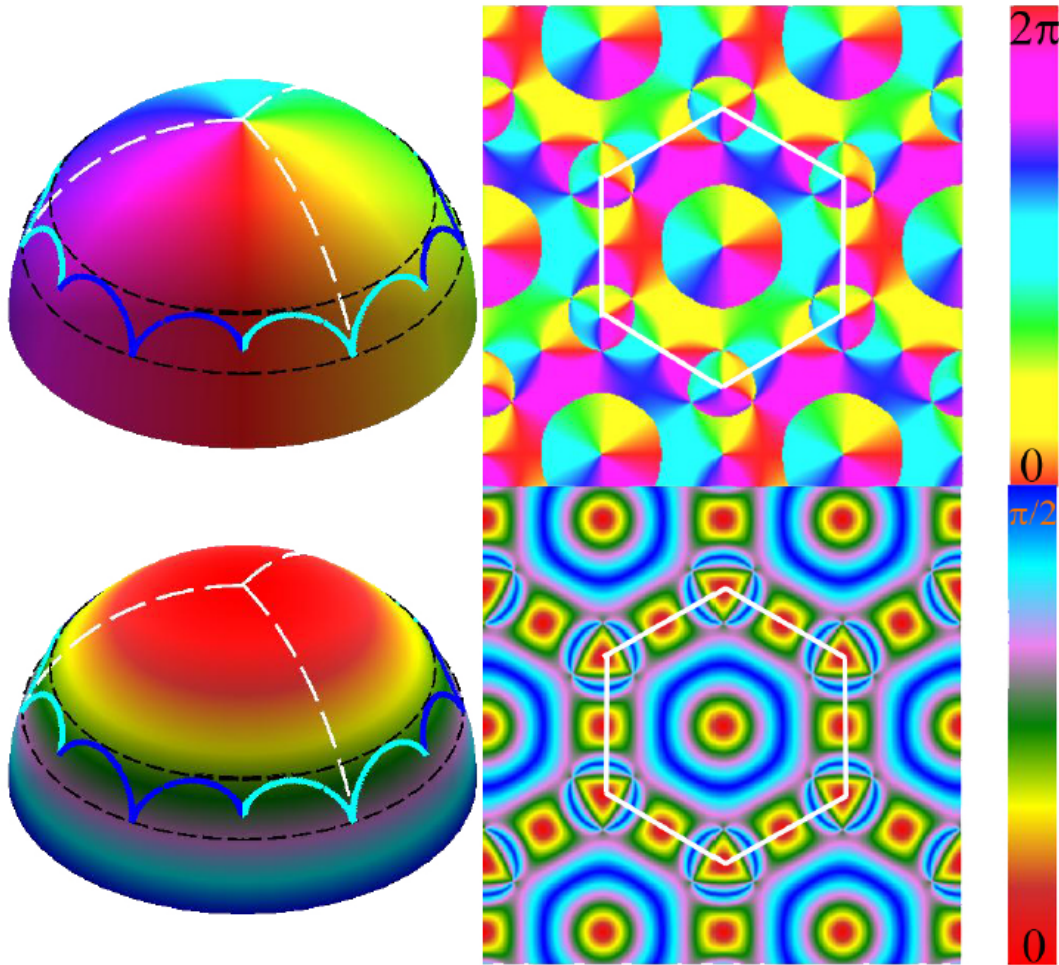


Abbildung 4.1: Auf der linken Seite ist jeweils die Nordhalbkugel der *Sphäre* S_{ext} zu sehen. Die obere ist gemäß dem azimuthalen Winkel ϕ eingefärbt. Die Punkte in der Einheitszelle rechts daneben, die beim jeweiligen Feld stationär werden, haben die gleiche Farbe. Die unteren beiden sind mit dem polaren Winkel θ eingefärbt. Es ist zu sehen, dass der Äquator (blau) das Innere der Einheitszelle vom Äußerem trennt. Jedem Punkt auf der Kugel werden sechs Punkte in der Einheitszelle zugeordnet. Dies ist zum Beispiel gut am Nordpol der *Sphäre* (rot markiert im unteren Abschnitt) zu erkennen. Dem entsprechen zwei ($6 \cdot \frac{1}{3}$) Maxima (Typ d) in den Zwischengitterplätzen (an den Ecken der Grenze der Einheitszelle) und drei ($6 \cdot \frac{1}{2}$) Sattelpunkte dazwischen. Die Paramagneten würden sich im zugehörigen Minimum des Potentials im Zentrum der Einheitszelle befinden. Zusätzlich wurden die Grenzen der Einheitszellen auf die *Sphäre* übertragen. Der *Zaun* F ist auf S_{ext} blau beziehungsweise cyan eingezeichnet.

Um dies herauszufinden betrachten wir die Hessematrix

$$\begin{aligned} \nabla\nabla V(x_1, x_2) &= \begin{pmatrix} \partial_1^2 V(x_1, x_2) & \partial_1 \partial_2 V(x_1, x_2) \\ \partial_2 \partial_1 V(x_1, x_2) & \partial_2^2 V(x_1, x_2) \end{pmatrix} \\ &\stackrel{(4.9)}{\propto} \begin{pmatrix} \hat{e}_{ext} \cdot \left(\partial_1^2 \vec{H}_P(x_1, x_2) \right) & \hat{e}_{ext} \cdot \left(\partial_1 \partial_2 \vec{H}_P(x_1, x_2) \right) \\ \hat{e}_{ext} \cdot \left(\partial_2 \partial_1 \vec{H}_P(x_1, x_2) \right) & \hat{e}_{ext} \cdot \left(\partial_2^2 \vec{H}_P(x_1, x_2) \right) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Die Richtung \hat{e}_{ext} des externen Feldes und das Feld \vec{H}_p des Blasengitters sind in den Gleichungen (4.18) und (4.13) jeweils in der hexagonalen Basis angegeben. Da \vec{H}_p nur aus trigonometrischen Funktionen besteht sind die Ableitungen leicht zu berechnen.

Die Definitheit der Hessematrix an den stationären Stellen bestimmt deren Gattung. Ist sie indefinit, so ist der zugehörige Punkt ein Sattelpunkt. Eine Matrix ist indefinit wenn sie sowohl einen positiven als auch einen negativen Eigenwert hat. Dies ist bei einer 2×2 Matrix gleichbedeutend mit einer negativen Determinante $\sigma(x_1, x_2)$. Ein Punkt mit negativer Determinante kann folglich nur ein Sattelpunkt werden. Punkte mit positiver Determinante können entsprechend maximal oder minimal werden. Das Problem ist, dass

$$\begin{aligned} \sigma(x_1, x_2) &= \det(\nabla\nabla V) \\ &= \left(\partial_1^2 V(x_1, x_2) \cdot \partial_2^2 V(x_1, x_2) - [\partial_1 \partial_2 V(x_1, x_2)]^2 \right) \end{aligned} \quad (4.23)$$

zwar bekannt ist und explizit berechnet werden kann, allerdings in sehr komplizierter Form von den Orten abhängt. Es ist ein Polynom achten Grades in Sinus und Cosinus der Ortsvariablen. Um Sattelpunkt-Bereiche von den anderen trennen zu können, müssten die Punkte bestimmt werden, an denen σ das Vorzeichen wechselt. Diese sind jedoch aufgrund der Komplexität des Ausdrucks nicht analytisch zugänglich.

Es besteht aber die Möglichkeit σ numerisch zu berechnen und wie in Abbildung 4.2a gezeigt zu visualisieren. Die Darstellung der Einheitszelle unterscheidet zwischen negativen (rot) und positiven Werten (grün) von σ . In den roten Bereichen gibt es nur Sattelpunkte. Dies bedeutet, dass diese verbotenen Bereiche in einem adiabatischen Transport nie von einem Kolloid erreicht werden.

Außerdem ist die Kenntnis der Lage der Grenzen, welche im weiteren Verlauf als der Zaun F bezeichnet wird, zwischen beiden Bereichen von Interesse. Ist dieser bekannt kann die zugehörige *Linie F* auf der *Sphäre* bestimmt werden. Da der Zaun nicht analytisch zugänglich ist wird der Verlauf wiederum numerisch bestimmt⁵. Die so gewonnenen Punkte $\{\vec{x}_F\}$ können mit Hilfe der Gleichungen (4.20) und (4.21) auf die Einheitskugel abgebildet werden.

Abbildung 4.2 zeigt diese Projektion des Zauns F (blau und cyan) auf S_{ext} . Der *Zaun* spaltet sich auf der Einheitskugel in eine nördliche Linie F_N und eine südliche F_S auf. Die

⁵Dazu wird ausgehend von der Mitte einer verbotenen Region in eine Richtung mit kleinen Schritten (Schrittweite $\approx 10^{-5} a$) nach außen gegangen. Dies wird so lange gemacht, bis sich das Vorzeichen von σ ändert. Anschließend wird um einen Winkel $d\phi$ gedreht und der Vorgang wiederholt, bis die komplette Grenze um den verbotenen Bereich herum bekannt ist.

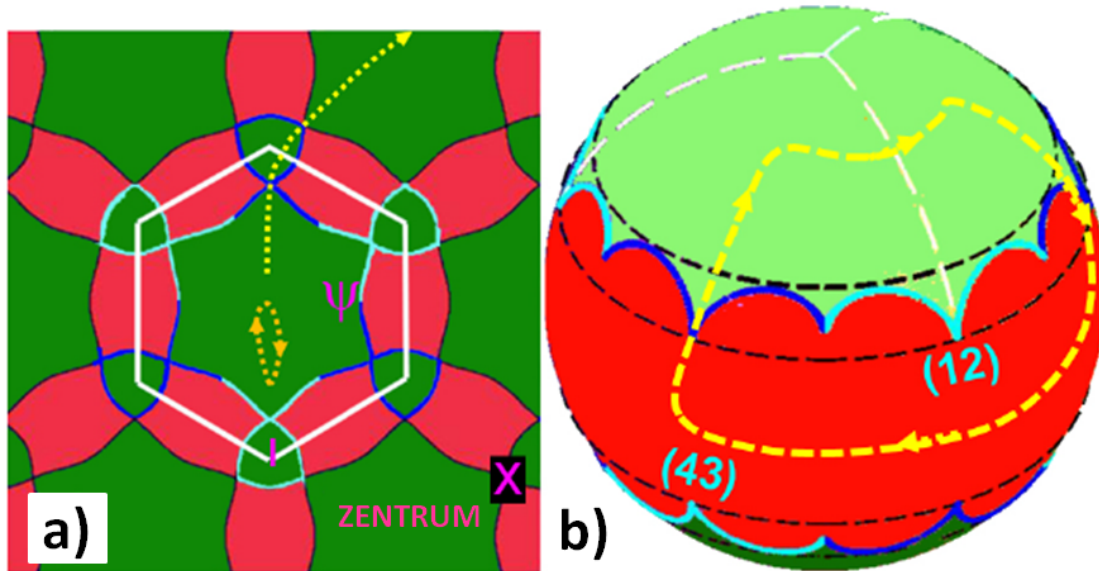


Abbildung 4.2: **a)** Unterteilung der Einheitskugel in erlaubte (grün) und verbotene Bereiche (rot). Der Zaun F (cyan und blau) trennt diese beiden Regionen. Weitere Punkte hoher Symmetrie wurden markiert. Der Zaun kann auf die *Einheitskugel* S_{ext} in **b)** projiziert werden. Diese wird dadurch in drei Bereiche, die Tropen (rot) und die beiden Pole (grün), geteilt. Die Grenze der Einheitszelle wurde ebenfalls auf die Kugel abgebildet (weiß). Diese können nur an den Polen überquert werden. Wählt man einen Modulationspfad durch ein cyanfarbiges Segment, sind die eingezeichneten Grenzen 60° um die z -Achse gedreht. Die cyanfarbenen Segmente des *Zauns* sind Schnitte zwischen zwei von vier Blättern der Kugel. Passiert man den Oberen wechselt man beispielsweise vom ersten Blatt zum Zweiten und umgekehrt. Der gelbe *Modulationspfad* bewegt einen Diamagneten (gelb) um einen Einheitsvektoren in der Einheitszelle, während der Paramagnet (orange) in der gleichen Einheitszelle bleibt. Der Abstand zwischen Modulationspfad und umrundetem Zaunsegment kann als Maß für den topologischen Schutz aufgefasst werden.

Obere liegt zwischen den Breitengraden $\theta = 54,7^\circ$ und $\theta = 69,3^\circ$. In der Einheitszelle in Abbildung 4.2a sind außerdem einige wichtige Punkte markiert. Die Punkte $\Psi = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 0 \end{pmatrix}$ (beziehungsweise um vielfache von 60° gedreht) sind die Grenzen zwischen den verschiedenfarbigen Segmenten des Zauns. An diesen Stellen gibt es Bifurkationen in den Trajektorien (vgl. Abbildung 4.3). Außerdem wurden der Punkt $X = \begin{pmatrix} 1/4 \\ 1/4 \end{pmatrix}$, die interzellulären Regionen I, deren Mitte bei $\begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \end{pmatrix}$ liegt und das ZENTRUM der Einheitszelle angedeutet. Die Koordinaten beziehen sich dabei jeweils auf die hexagonale Basis.

Mit dem bisher angeeigneten Wissen soll nun ein Weg konstruiert werden, der zunächst eine der beiden Teilchensorten adiabatisch von einer Einheitszelle zur nächsten transportiert. Dazu müssen sie vom ZENTRUM einer Einheitszelle über I zum entsprechenden Ort in der nächsten Einheitszelle gelangen. Zum Schutz der adiabatischen Wanderung gilt es dabei die verbotenen Zonen auf jeden Fall zu vermeiden. Steuert ein Kolloid in eine dieser roten Zonen, wird das Extremum an der Grenze in einen Sattelpunkt umgewandelt. Die Kolloide selbst springen dann über den Weg des steilsten Abstiegs in das Nächste freie Extremum. Die Bewegung ist nicht länger adiabatisch und wird zur Ratsche.

Bei Betrachtung des gelb angedeuteten Pfads in Abbildung 4.2a ist zu erkennen, dass der Weg über die Punkte X die einzige Möglichkeit ist, die verbotene Zone zu vermeiden. An diesem Punkt berühren sich zwei erlaubte Zonen. Allerdings berühren sich dort zusätzlich auch zwei verbotene Zonen. Die letzten beiden lassen aber nur einen Durchgang der Breite null um vom ZENTRUM in die interzelluläre Region I zu kommen. Dies impliziert eine verschwindend kleine Wahrscheinlichkeit genau das richtige Feld anzulegen, um diesen Durchgang zu treffen. Eine adiabatische Führung der Kolloide durch diese Engstelle scheint damit unmöglich.

Dem ist aber nicht so, da die Punkte $X = \begin{pmatrix} 1/4 \\ 1/4 \end{pmatrix}$ (zuzüglich den entsprechend gedrehten Werten) die einzigen entarteten Punkte in der Einheitszelle mit

$$\hat{e}_1(X) = \hat{e}_2(X) \quad (4.24)$$

sind. Dies kann durch Einsetzen der Punkte in die Gleichungen (4.16) und (4.17) leicht überprüft werden. Infolgedessen werden die Punkte X durch den kompletten *Großkreis* senkrecht zu $\hat{e}_1(X) = \hat{e}_2(X)$ stationär. Was dies anschaulich bedeutet ist in Abbildung 4.3 anhand der dort gezeigte diamagnetischen Trajektorien zu erkennen. Variiert man bei festgehaltenem ϕ den Winkel θ laufen alle Trajektorien mit $0 \leq \phi \leq 60^\circ$ durch den gleichen X-Punkt. Die Teilchen können entsprechend problemlos durch die Engstelle transportiert werden.

Nachdem damit der Weg abgesteckt wurde, den ein Kolloid für den Transport gehen muss, ist jetzt noch zu klären welche Modulation auf S_{ext} dazu benötigt wird. Dabei muss zusätzlich darauf geachtet werden, was während des Transports der einen Teilchensorte

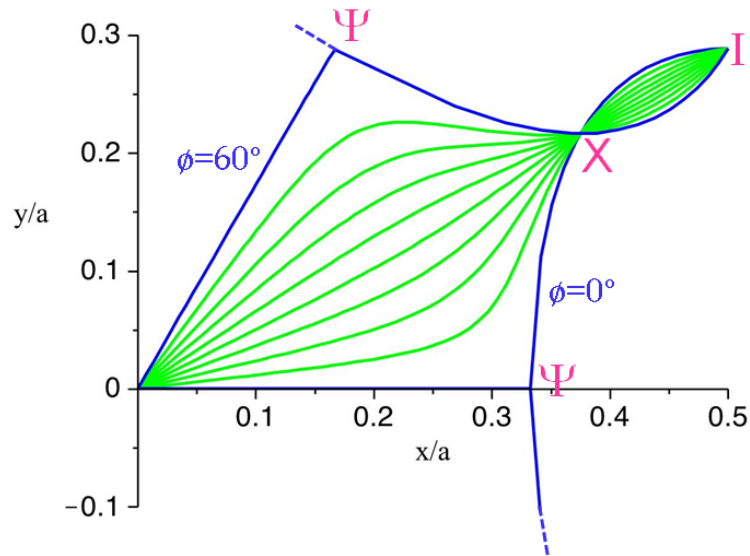


Abbildung 4.3: Mit Hilfe des Newtonverfahrens bestimmte Trajektorien eines Maximums des Potentials. Entlang einer dieser Linien wandert ein Diamagnet, wenn bei konstantem ϕ der Winkel θ zwischen 180° (Maximum im Koordinatenursprung) und 0° (Maximum in I) variiert. Es ist zu sehen, dass alle Trajektorien $0 \leq \phi \leq 60^\circ$ durch den X-Punkt laufen. Dreht man ϕ um 60° weiter geht es entsprechend durch den nächsten X-Punkt. Wählt man allerdings exakt $\phi = n \cdot 60^\circ$, $n \in \mathbb{Z}$ ist zu sehen, dass es am Punkt Ψ eine Bifurkation in der blauen Linie gibt. Das Verhalten der Paramagneten ist äquivalent für die jeweils gegenüberliegenden Punkte auf S_{ext} .

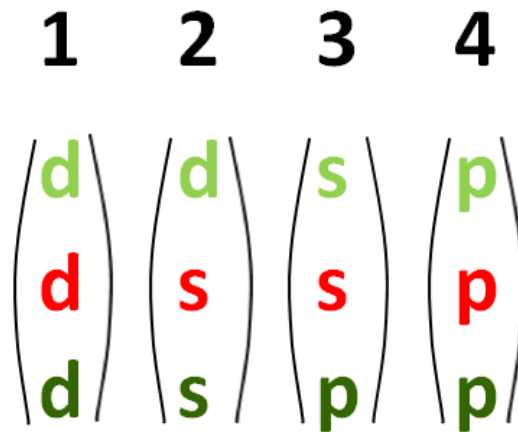


Abbildung 4.4: Die vier Blätter der Einheitskugel S_{ext} . In jedem der drei Bereiche gibt es ein Minimum (p) einen Sattelpunkt (s) und ein Maximum (d). Die Natur des Vierten variiert zwischen d (im Norden, hellgrün), p (im Süden, dunkelgrün) und s (in den Tropen, rot).

mit der anderen passiert.

Dies ist jedoch nicht ganz trivial, da jeder *Punkt* auf S_{ext} auf sechs stationäre Punkte in der Einheitszelle abgebildet wird (gut zu erkennen in Abbildung 4.1). Damit müssen mit der Modulation des externen Feldes simultan sechs stationäre Punkte in der Einheitszelle gesteuert werden.

Von den sechs Punkten ist jeweils einer ein Minimum (Typ p), einer ein Maximum (Typ d) und drei sind Sattelpunkte (Typ s). Die Natur des sechsten variiert. Der *Zaun* auf der Nord- und Südhalbkugel in Abbildung 4.2b teilt die Einheitskugel in drei Bereiche. In den *Tropen* (rot) ist der sechste Punkt ein Sattelpunkt. Nördlich von F_N (hellgrün) wird dieser in ein Maximum gewandelt und im Süden (dunkelgrün) wird er zu einem Minimum. Das Problem vereinfacht sich etwas, da zwei der Sattelpunkte nicht zur Erklärung des hier betrachteten adiabatischen Transport benötigt werden.

Jeder der *Punkte* auf S_{ext} wird damit immer noch auf vier Punkte abgebildet. Deshalb soll die Sphäre S_{ext} als Kugel mit vier verschiedenen Oberflächen, sogenannten Blättern, aufgefasst werden. Die Sorte der zu den Blättern gehörenden stationären Punkte ist in Abbildung 4.4 angegeben.

Je nachdem auf welchem Blatt man sich befindet, hat der *Zaun* nun unterschiedliche Eigenschaften. Beim Passieren des nördlichen *Zauns* F_N bleibt der Charakter der stationären Punkte auf den Blättern drei und vier unverändert. Auch in der Einheitszelle ist die zugehörige Trajektorie trivial, p bleibt im ZENTRUM und s in der verbotenen Zone. Dementsprechend stellt F_N auf diesen Blättern kein Hindernis dar und transformiert zu einem geöffneten *Tor* (*gate*) G_N . Auf dem ersten Blatt ist die Lage ähnlich. Das Extremum behält den d-Charakter, weshalb der *Zaun* hier ebenfalls zu einem *Tor*

G_N wird. Auf dem zweiten Blatt ist die Situation allerdings eine andere. Hier wandelt sich ein Sattelpunkt in ein Maximum um. Dies ist deshalb das einzige Blatt auf dem der *Zaun* F_N erhalten bleibt.

Es können beide Typ d stationären Punkte im Norden mit Diamagneten gefüllt werden. Da es in den Tropen aber nur einen äquivalenten Punkt auf dem ersten Blatt gibt, ist klar, dass es am *nördlichen Zaun* eine Verbindung zwischen den ersten beiden Blättern geben muss, über die das zweite Maximum adiabatisch mit einem Diamagneten besetzt werden kann.

Die *Schnitte* zwischen den beiden Blättern können auf eine der beiden Segmente von F_N platziert werden, wobei hier das cyanfarbene Segment gewählt wurde. Beim Passieren dieser *Schnitte* werden die Blätter gemäß dem Schema (12)(3)(4) permutiert. Überschreitet man den Schnitt auf den Blättern drei oder vier passiert nichts. Befindet man sich aber auf Blatt eins wechselt man an dieser Stelle auf das Zweite und umgekehrt. In der Einheitszelle bedeutet dies, dass der Pfad in verschiedene Zwischengitterplätze I führt (erkennbar an den farbigen Umrandungen von I in Abbildung 4.2) deren Minima dann zu verschiedenen Blättern gehören. Am südlichen *Zaun* wird an den cyanfarbigen Segmenten nach dem Schema (1)(2)(34) permutiert.

Damit kann mit dem *Modulationspfad* (gelb in Abbildung 4.2b) zunächst nur für die Diamagneten begonnen werden. Da bei diesem die nördliche Hemisphäre nicht verlassen werden muss, bereiten die Paramagneten währenddessen keine Probleme. Diese bewegen sich frei von Hindernissen auf dem vierten *Blatt* beziehungsweise innerhalb des ZENTRUMs der Einheitszelle.

Der *Modulationspfad* startet in den *Tropen*, womit sich der Diamagnet zunächst ebenfalls im ZENTRUM befindet. Von dort geht es nordwärts bis F_N überschritten wurde. Es soll zunächst angenommen werden, dass dies an einem blauen Segment geschieht. Der Diamagnet verbleibt damit im Maximum des ersten Blatts. In der Einheitszelle wird entsprechend der X-Punkt passiert und das Kolloid befindet sich in einem (blau umrandeten) Zwischengitterplatz I. Dass dies problemlos möglich ist wurde bereits in Abbildung 4.3 gezeigt. Das Überschreiten von F_N ist notwendig, da es erst dort möglich wird die Grenzen der Einheitszelle zu überqueren, um einen Transport in die nächste Einheitszelle zu erreichen. Ist diese überquert, muss der Modulationspfad zurück zur Ausgangsposition geführt werden, ohne erneut eine der Grenzen zu überschreiten.

An dieser Stelle ist nun aber Vorsicht geboten. Wird der Rückweg über ein cyanfarbnes Segment des *Zauns* gegangen, wandelt sich am dortigen Schnitt das erste Blatt in das zweite Blatt um. Damit wird aus dem besetzten Maximum des ersten Blattes ein Sattelpunkt. In der Einheitszelle würde dies dem Fall entsprechen, dass ein Maximum in den verbotenen Bereich fährt. Das Ergebnis ist der Verlust des adiabatischen Transports und ein ratschenförmiges Hüpfen des Kolloids in das nächste freie Maximum. Hat man die Tropen durch ein blaues Segment verlassen, kann damit auch ausschließlich durch ein blaues Segment wieder dorthin zurückgekehrt werden. Dann wird nur das unbesetzte Maximum des zweiten Blattes in einen Sattelpunkt verwandelt, was keinen Einfluss auf den Transport hat.

Verlässt man die Tropen aber durch ein cyanfarbiges Segment, wechselt das besetzte Maximum des ersten Blattes auf das Zweite. Bei Rückkehr durch ein blaues Segment

wird das nun besetzte Maximum auf Blatt zwei in den Sattelpunkt des selben Blattes gewandelt. Das Resultat ist wiederum der Ratscheneffekt. Wählt man den Rückweg aber über cyan bleibt das besetzte Maximum erhalten. Es gehört dann lediglich zu einem anderen Blatt.

Um die Konvertierung eines besetzten Maximums in einen Sattelpunkt zu vermeiden, muss das *Zaunsegment* beim Verlassen der Tropen und bei der Rückkehr dorthin die gleiche Farbe haben. Damit kann das Hüpfen eines Kolloids in ein unbesetztes Maximum verhindert werden. Nur genau am Ψ -Punkt besteht weiterhin die Möglichkeit dazu, da dort Extrema von verschiedenen Blättern aufeinander treffen.

Um die Periode zu vervollständigen muss anschließend nur noch innerhalb der Tropen zum Ausgangspunkt zurückgekehrt werden. Der Diamagnet wurde damit in eine andere Einheitszelle versetzt.

Die damit zurückgelegte Umrundung eines Segments von F_N (siehe Abbildung 4.2) bewegt also den Diamagneten um einen entsprechenden Gittervektor. Jeder dieser *Pfade*, der ein *Zaunelement* umrundet, transportiert den Diamagneten um exakt einen zugehörigen Gittervektor. Folglich kann die Translation der Diamagneten auf dem Gitter mit Hilfe der Windungszahl um die Segmente von F_N ausgedrückt werden. Damit ist klar, dass der Transport topologisch geschützt ist, da dieser nicht von Details des Modulationspfads um das Segment abhängt. Er ist damit robust gegen kleine Deformationen im Pfad oder in der Einheitskugel, welche durch etwaige äußere Störeinflüsse oder Gitterfehler hervorgerufen werden können.

Der Transport der Diamagneten ist durch die ganzzahlige Windungszahl – eine topologische Invariante unseres Systems – vollständig bestimmt. Der Schutz gegen die Ratsche bleibt erhalten, so lange das zu umrundende *Segment* nicht durchquert wird. Entsprechend kann der Abstand zu diesem als ein Maß für den topologischen Schutz betrachtet werden.

Für jedes *Segment* existieren zwei Möglichkeiten es von den *Tropen* kommend zu umrunden - im Uhrzeigersinn und entgegengesetzt dazu. Dies ergibt für alle sechs *Segmente* insgesamt zwölf grundlegend verschiedene Windungen. Diese ermöglichen die Translation in jede der sechs Kristallrichtungen. Eine Umkehrung des Drehsinns der Umrundung resultiert in einer Invertierung der Translationsrichtung in der Einheitszelle.

Damit ist es gelungen, die Diamagneten adiabatisch zu transportieren. Die Modulation kann dabei auf den Bereich nördlich des unteren *Zauns* F_S beschränkt werden. Folglich bewegen sich die Paramagneten wie erwähnt in Bereichen frei von Hindernissen und bleiben im ZENTRUM der Einheitszelle (orange Trajektorie in Abbildung 4.2). Dies ist wichtig, da man so während der Bewegung der einen Teilchensorte nicht die Kontrolle über die Andere verliert.

Zur Komplettierung des Transports muss natürlich noch geklärt werden, wie die Paramagneten bewegt werden können. Dies kann aber ohne weiteres durch Symmetrieüberlegungen aus dem Transport der Diamagneten abgeleitet werden.

Nach Gleichung (4.15) werden durch $\pm \hat{e}_{ext}$ dieselben Punkte stationär. Der Unterschied ist lediglich, dass Maxima zu Minima werden. Wiederholen wir jetzt die diamagnetische Modulation gespiegelt auf die gegenüberliegende Seite von S_{ext} werden die Paramagneten den gleichen Weg gehen wie gerade die Diamagneten. Eine Windung um ein Segment von

F_S entspricht dann äquivalent der Translation der Paramagneten um einen zugehörigen Gittervektor. Die Diamagneten bleiben dabei innerhalb des ZENTRUMs.

Durch sukzessives Umrunden von nördlichen und südlichen *Zaunsegmenten* können nun beide Teilchensorten über das Blasengitter transportiert werden. Die Translation der Kolloide wird durch die topologisch invariante Windungszahl bestimmt. Dabei ermöglicht es das ausgeklügelte Konzept des topologisch geschützten adiabatischen Transports jeder Zeit volle Kontrolle über die Bewegung beider Sorten zu behalten. Diese Kontrolle ist ungleich umfassender als in bisher vorgestellten Transportmechanismen, welche auf dem Ratscheneffekt basieren (vgl. [17]). Die Bewegungsrichtung beider Teilchen kann einzeln und in jeder Periode neu auf eine der sechs Kristallrichtungen geändert werden. Wichtig ist nur, dass bei der Umrundung eines Segments des *Zauns* Abstand zu diesem gehalten wird. Sollte man es von der polaren Region kommend schneiden, geht der topologische Schutz verloren und die adiabatische Bewegung transformiert in einen irreversiblen Ratschenvorgang.

Für eine umfassende Beschreibung soll die Bewegung abschließend mathematisch eingeordnet werden. Die reversible Bewegung der Kolloide bildet eine abelsche Gruppe. Die zugehörige abelsche Gruppe der Windungen des externen Feldes ist eine Untergruppe der 1. Homologie-Gruppe [35, S. 74 ff]. Alle *Pfade*, die zu adiabatischem Transport führen, umrunden stets ein eindimensionales "*Loch*", in diesem Fall das Segment des *Zauns* und können deshalb nicht auf einen Punkt zusammen gezogen werden.

Die Ratschenbewegung hingegen ist nur eine Halbgruppe, da hier das Inverse fehlt. Diese Art der Bewegung kann durch eine zeitumkehrinvariante Modulation, die denselben Pfad hin und her geht, erreicht werden. Ein solcher Pfad hat aber stets eine triviale Windungszahl. Im Umkehrschluss muss für eine adiabatische Wanderung die Zeitumkehrinvarianz gebrochen werden.

4.2.2 Übergang zwischen periodischen und ausgedehnten Orbits

Bis jetzt wurde gezeigt, dass adiabatischer Transport möglich ist. Dies bedeutet, dass es ausgedehnte Orbits geben muss, mit denen die Kolloide bewegt werden können. Dieser Abschnitt widmet sich jetzt der Untersuchung des Übergangs vom ortsfesten, periodischen Potential des Granatfilms hin zu ausgedehnten Zuständen, die den adiabatischen Transport ermöglichen.

Dazu muss die bisher auf die Mittelebene des Ferrofluidfilms beschränkte Beschreibung wieder auf das gesamte dreidimensionale System erweitert werden. Die stationären Punkte auf Höhe der Kolloide werden wieder zu stationären Linien $\vec{x}_s(z)$. Zur kompletten Beschreibung der Linien muss jetzt auch der Fall $z \rightarrow 0$ betrachtet werden. Dort reicht es aber nicht mehr aus nur eine Fourierkomponente in der Berechnung des Magnetfeldes zu berücksichtigen (vgl. Abschnitt 2.1.2), es werden $n \approx 5$ Komponenten benötigt. Dies hat unter anderem zur Folge, dass die Symmetrie zwischen Para- und Diamagneten verschwindet. Außerdem werden analytische Berechnungen wesentlich komplizierter. Die im Folgenden beschriebenen Vorgänge sind deshalb größtenteils aus der Betrachtung numerischer Berechnungen abgeleitet.

Die Linien $\vec{x}_s(z)$ können die in Abbildung 4.5 gezeigten verschiedenen Erscheinungsfor-

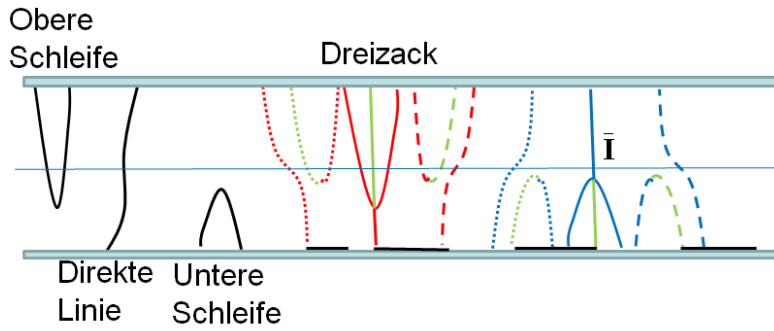


Abbildung 4.5: Mögliche Erscheinungsformen der stationären Linien $\vec{x}_s(z)$. Es gibt direkte Linien und obere oder untere Schleifen. Eine direkte p-Linie (rot, gepunktet) kann mit einer ps-Schleife (rot grün gepunktet) zu einem oberen Dreizack (durchgezogene Linie) verschmelzen. Genauso kann eine direkte d-Linie (blau) mit einer unteren ds-Schleife zu einem unteren Dreizack vereinigt werden. Die Dreizacke können auch wieder in eine neue Schleife und eine neue Linie (gestrichelt) separieren. Für den adiabatischen Transport ist es notwendig, dass sich die Mittlebene (in der sich die Kolloide befinden) oberhalb der Bifurkationen befindet.

men haben. Es gibt direkte Linien, die am Granatfilm entspringen und bis zum Deckglas laufen. Diese können entweder Maxima, Minima oder Sattelpunkte sein und behalten ihren Charakter auf ganzer Länge bei. Außerdem gibt es Schleifen. Diese wechseln am Scheitelpunkt ihren Charakter. Es gibt obere *ps*-Schleifen, welche keine Verbindung zum Granatfilm haben und untere *ds*-Schleifen. Eine gleichbleibende Anzahl stationärer Punkte auf Höhe der Kolloide wird dadurch erreicht, dass die oberen Schleifen immer und die unteren Schleifen nie die Mittlebene des Ferrofluids schneiden. Würde sich eine besetzte Schleife aus dieser Ebene zurückziehen, entstünde wieder eine ratschenförmige Bewegung.

Auf der Oberfläche des Granatfilms gibt es immer ein Minimum und zwei Maxima pro Einheitszelle. Nachdem die Anzahl dieser auf Höhe der Kolloide ebenfalls bekannt ist, ist klar, dass beide voneinander abweichen. Die einzige Möglichkeit diese Abweichung, unter der Annahme stetiger Linien $\vec{x}_s(z)$, zu erklären, sind Bifurkationen in den stationären Linien. Im Folgenden soll gezeigt werden, wie diese Bifurkationen genau aussehen und wie sie gleichzeitig den Übergang von periodischen zu ausgedehnten Orbits erklären. Das Herzstück dieser Bifurkationen ist bei beiden Teilchensorten die Möglichkeit, dass Schleifen und direkte Linien zu den in Abbildung 4.5 dargestellten Dreizacken verschmelzen können.

Begonnen wird mit den Paramagneten. Zuerst soll dabei die Situation am Ursprung der Linien auf der Oberfläche des Granatfilms betrachtet werden. Wie in Abschnitt 2.1 erklärt divergiert das Magnetfeld auf der Oberfläche an den Stellen der Domänengrenzen ∂B . Dem Granatfilm wird jetzt ein horizontales Feld $\vec{H}_{\parallel}^{ext} = 0,5M_S$ überlagert, welches

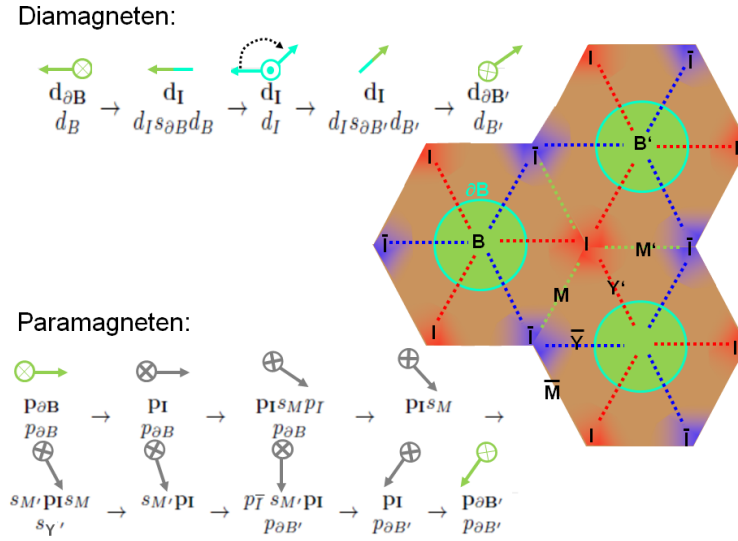


Abbildung 4.6: Einheitszelle mit Blasen und Punkten hoher Symmetrie. **Oben links** ist der schematische Ablauf des Bifurkationsprozesses eines Diamagneten beim Transport von B nach B' zu sehen. Die obere Zeile beschreibt jeweils den Charakter und den Ort (Indizes) der Linie auf Höhe der Kolloide, die Untere äquivalent dazu auf der Filmoberfläche. Fett gedruckte Buchstaben sind besetzte Zustände. Die Pfeile zeigen die Richtung von $\vec{H}_{\parallel}^{ext}$ an. Die Farbe kodiert den Winkel θ (cyan: $\theta = 45^\circ$, grey: $\theta = -45^\circ$, green: $\theta = -10^\circ$). **Unten rechts** ist das gleiche für die Paramagneten zu sehen. Diese müssen während des Transports drei Dreizack-Bifurkationen durchlaufen.

in positive BI -Richtung zeigt (siehe Abbildung 4.6, wobei das I im Zentrum der drei Blasen gemeint ist). Da das Feld der Blase B radial nach außen zeigt (s. Abbildung 2.1) interferiert das externe Feld konstruktiv mit dem Abschnitt des Blasenrandes ∂B in BI -Richtung. Das Potential $V = -H^2$ wird genau an dieser Stelle minimal. Das divergente Verhalten sorgt dafür, dass p -Linien die Kontakt zum Film haben immer hier beginnen.

Der für den paramagnetischen Transport notwendige Bifurkationsprozess ist schematisch in Abbildung 4.6 gezeigt. Die beteiligten Linien und ihre auf die Einheitszelle projizierte Lage während der einzelnen Schritte sind zur Veranschaulichung zusätzlich in Abbildung 4.7 dargestellt.

Der in 4.2.1 erarbeitete Modulationspfad beginnt im ersten Schritt in den *Tropen*. Wie bereits erklärt wird die Wurzel der p -Linie mit einem parallelen externen Feld auf das Blasenrandsegment in BI -Richtung gezwungen. Von dort verläuft das Minimum senkrecht zur Oberfläche in die Höhe, womit sich der Paramagnet ebenfalls oberhalb der Blasenrandes befindet. Im zweiten Schritt wird ein negatives Feld H_z^{ext} senkrecht zur

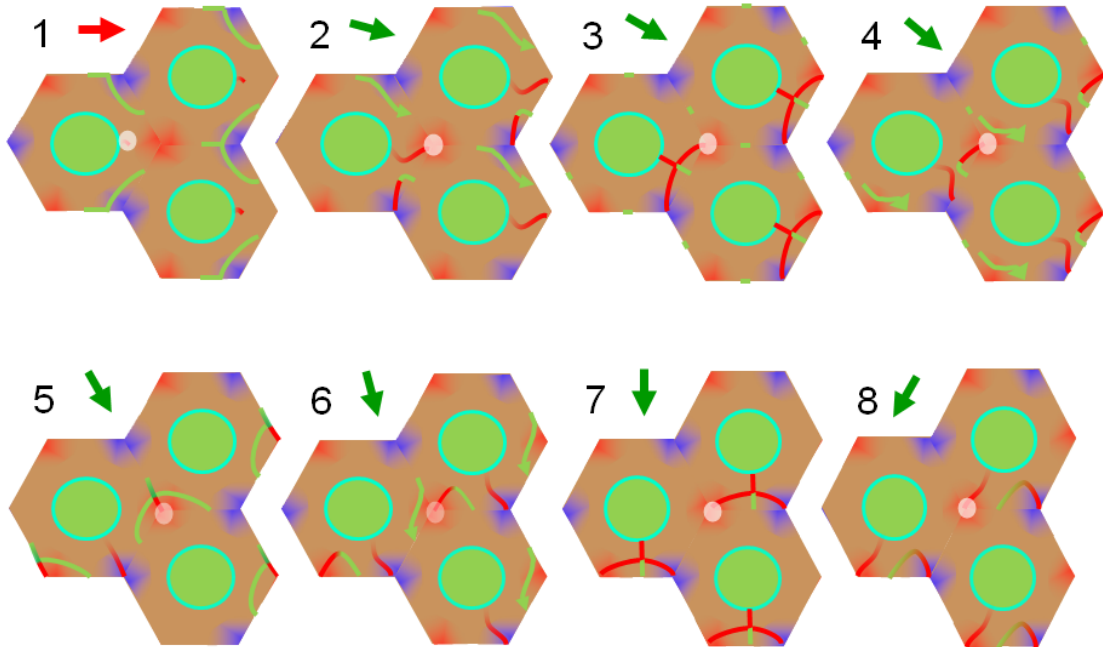


Abbildung 4.7: Schematische Darstellung der stationären s-(grün) und p-Linien (rot) projiziert auf die Oberfläche des Films. Die Darstellung wurde auf Linien beschränkt, die direkt am Bifurkationsprozess beteiligt sind. In der Projektion ist der Unterschied zwischen dem oberen und dem unteren Ende der Linien nicht zu sehen. Da es hier aber nur aufwärts gerichtete Dreizacke und Schleifen gibt, ist bei diesen klar, dass die Seite mit mehreren Linien nach oben zeigt. Bei direkten p-Linien ist das untere Ende stets am Rand ∂B der Blase und bei s-Linien wird die Richtung mit einem von unten nach oben zeigendem Pfeil markiert. Die kurzen Linien sind solche, die senkrecht zur Oberfläche verlaufen. Die Pfeile in der linken oberen Ecke markieren jeweils die Richtung des parallelen Felds. Bei einem roten Pfeil liegt \hat{e}_{ext} in den Tropen. Bei grün liegt zusätzlich eine negative z-Komponente an, so dass F_S überschritten wird. Der weiße Kreis deutet die aktuelle Position des Paramagneten an.

Filmoberfläche dazugenommen, so dass auf S_{ext} der südliche *Zaun* F_S überschritten wird. Dieses Feld ist antiparallel zur Blasenmagnetisierung und schwächt entsprechend das Magnetfeld oberhalb der Blasen. Umgekehrt wird das Feld über der ausgedehnten Phase zwischen den Blasen verstärkt. Auf der Filmoberfläche macht dies keinen Unterschied, die p -Linie bleibt aufgrund des divergenten Feldes sicher am Blasenrand verwurzelt. Weiter oben gewinnt aber das externe Feld an Einfluss, wodurch sich auf Höhe der Kolloide das Minimum vom Blasenrand weg in den Punkt I bewegt. Mit Überschreiten des *Zauns* entsteht auf Höhe der Kolloide außerdem ein zweites Minimum, welches in einer ps -Schleife vorliegt. Die freischwebende Schleife erklärt hier die Diskrepanz in der Anzahl an Minima auf der Oberfläche und auf Höhe der Kolloide.

Jetzt wird damit begonnen das externe Feld in der Horizontalen um insgesamt 120° zu drehen. Auf der Filmoberfläche wandert die Wurzel der direkten p -Linie mit und nähert sich der ps -Schleife an. In Schritt drei zeigt das Feld in BM -Richtung, also genau von einer zur anderen Blase. In dieser symmetrischen Konfiguration verschwindet der Unterschied zwischen dem verwurzelten und dem freischwebenden Minimum. Die Schleife und die Linie formen einen $\mathbf{PI} \begin{matrix} s_M \\ p_{\partial B} \end{matrix} p_{\bar{I}}$ -Dreizack, dessen Stiel bei ∂B auf dem Film steht. Die Orte der Spitzen (obere Zeile) werden durch die Indizes angegeben, wobei das besetzte Minimum fett gedruckt ist.

Wird die Symmetrie durch Weiterdrehen des Feldes wieder gebrochen, spaltet der Dreizack in eine neue direkte Linie und eine neue sp -Schleife auf, welche jetzt aber anders herum als die ursprüngliche orientiert ist (Schritt 4). Der Knackpunkt an dieser Stelle ist, dass der Paramagnet jetzt in einer freischwebenden Schleife sitzt und damit nicht mehr mit der Blase B verbunden ist. Durch weitere Drehung nähern sich nun eine direkte s -Linie und die eben entstandene Schleife an. In Schritt 5 zeigt das Feld in $B\bar{I}$ -Richtung und damit genau zwischen zwei Blasen hindurch. Der Unterschied zwischen Schleife und Linie verschwindet wieder und das Kolloid sitzt diesmal auf der mittleren Spitze eines

$\begin{matrix} s_{M'} \\ s_{Y'} \end{matrix} \mathbf{PI} \begin{matrix} s_M \\ s_{Y'} \end{matrix}$ -Dreizacks. Die Rollen von s und p sind im Vergleich zum ersten Dreizack vertauscht. In Schritt 6 verschwindet die Symmetrie wieder, der Paramagnet sitzt in einer weiteren freischwebenden ps -Schleife, welche wieder die ursprünglicher Orientierung hat. In Schritt 7 zeigt das Feld nochmals in die Verbindungsrichtung von zwei Blasen.

Die Schleife formt mit einer direkten p -Linie den dritten und letzten $\begin{matrix} p_{\bar{I}} \\ p_{\partial B'} \end{matrix} \begin{matrix} s_{M'} \\ s_{Y'} \end{matrix} \mathbf{PI}$ -Dreizack. Da die beteiligte direkte p -Linie bereits zur neuen Blase B' gehört, ist der Paramagnet nach einer letzten Symmetriebrechung in Schritt 8 mit der neuen Blase B' verbunden. Abschließend muss nur noch in die Tropen zurückgekehrt werden. Der Paramagnet sitzt dann äquivalent zu Schritt 1 auf dem Rand $\partial B'$ der neuen Blase. Dort kann der Modulationspfad problemlos durch Drehung geschlossen werden. Der Paramagnet kann auf dem Blasenrand ohne Hindernisse mitgeführt werden und gelangt so an die der Ausgangsposition entsprechenden Stelle in der neuen Einheitszelle.

Somit konnte der Paramagnet unter Ausnutzung der Bifurkationen um einen Gittervektor transportiert werden. Wichtig ist dabei nur, dass er sich währenddessen oberhalb der Bifurkationshöhen z_c^p befindet. Unterhalb bleibt er immer fest an einer Blase verwurzelt,

ein Transport wird unmöglich.

Bei den Diamagneten ist der Bifurkationsprozess von anderer Natur. Es wird wieder damit begonnen die Lage der stationären Punkte auf der Filmoberfläche zu analysieren. $\vec{H}_{\parallel}^{ext}$ zeigt zunächst ebenfalls in BI -Richtung.

In entgegengesetzter IB -Richtung schwächen sich nun das externe Feld und das Feld des Blasenrandes δB ab. Damit ist dieses Segment das Maximum von V auf δB . In radiale Richtung (entlang IB) ist es aber wegen des divergenten Verhaltens nach wie vor ein Minimum. Auf der Filmoberfläche ist dort also ein Sattelpunkt. Außerdem gibt es direkt auf dem Film zwei Maxima pro Einheitszelle. Eins in der Blase und eins außerhalb in der ausgedehnten Phase. Beide sind durch den Sattelpunkt auf δB getrennt. Dies ist gut im linken Plot der Abbildung 4.10 zu erkennen. Bewegt man sich von der Oberfläche nach oben, nimmt der Einfluss des Granatfilms ab. Die destruktive Überlagerung des externen Feldes gewinnt ab einer gewissen Höhe und eine der beiden d -Linie wird zum Blasenrand hin gekrümmt.

Das Schema des Birkationsprozesses ist wieder in Abbildung 4.6 zu sehen.⁶ Während der paramagnetischen Modulation ist die Normalkomponente des externen Feldes negativ und zeigt damit antiparallel zur Blasenmagnetisierung. Die Felder kompensieren sich folglich über den Blasen, so dass V dort maximal wird. Die direkte d -Linie, an deren Ende der Diamagnet sitzt, entspringt folglich auf der Filmoberfläche innerhalb einer Blase. Um einen Transport der Diamagneten zu erreichen müssen diese natürlich die Blase verlassen können, um zur nächsten zu wandern.

Auf der Filmoberfläche ist dies aber nicht ohne weiteres möglich. Die beiden Maxima innerhalb und außerhalb der Blase sind durch den Blasenrand, welcher auf Grund seines divergenten Feldes nicht überquert werden kann, getrennt. Die zweite, außerhalb der Blase entspringende d -Linie formt mit dem Sattelpunkt des Blasenrandes eine untere $d_A s_{\partial B}$ Schleife.

Ohne senkrechttes Feld ($H_z^{ext} = 0$) sorgt aber die Krümmung des Blasenrandes ∂B dafür, dass das Feld außerhalb der Blase schwächer ist als innerhalb. Entsprechend ist die direkte d -Linie im Maximum außerhalb der Blase verankert. Das innere Maximum formt mit dem auf der Domänengrenze entspringenden Sattelpunkt eine untere $s_{\partial B} d_B$ -Schleife.

Zwischen diesen beiden Fällen gibt es aber auch hier einen symmetrischen Zwischenzustand. Bei $H_z^{ext} \approx -0,05 \cdot M_S$ verschwindet der Unterschied zwischen innerem und äußerem Maximum. Ähnlich zu den symmetrischen Zuständen beim paramagnetischen Transport entsteht auch hier wieder ein Dreizack. Dieses mal ist es aber ein nach unten

gerichteter $d_A \begin{matrix} d_{\partial B} \\ s_{\partial B} \\ d_B \end{matrix}$ -Dreizack (siehe Abbildung 4.10). Wird H_z^{ext} weiter erhöht bricht dieser wieder auf und es ist gelungen, den Ursprung der d -Linie über den Blasenrand hinweg zu bewegen.

Jetzt setzt man den Modulationspfad in nördliche Richtung fort, bis schließlich F_N überquert wird. Die d -Linie mit Diamagnet wandert damit in den Zwischengitterplatz I.

⁶Auf eine Darstellung der projizierten Linien wurde auf Grund der geringeren Komplexität bei den Diamagneten verzichtet.

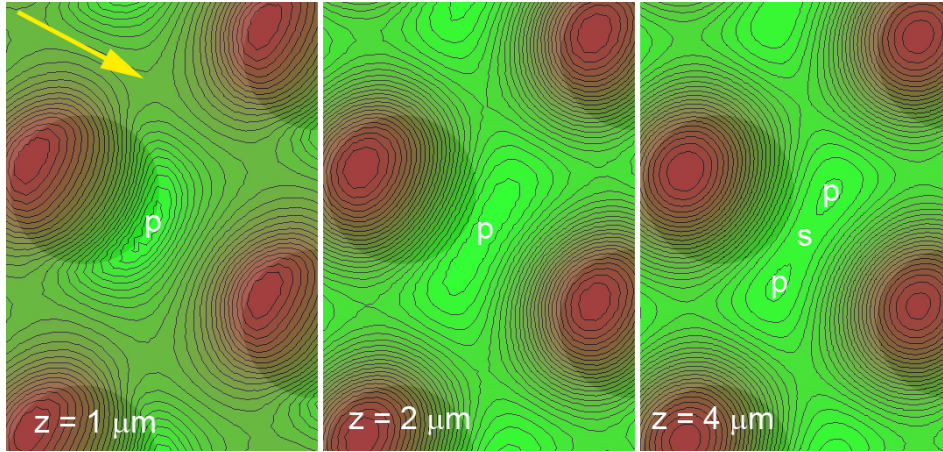


Abbildung 4.8: Contourplots der Energielandschaft für $H_z^{ext} = -0,5M_S$ und $\vec{H}_{||} = 0,5M_S$ bei drei verschiedenen Höhen z oberhalb des Granatfilms. Die Richtung des parallelen Felds wird durch den gelben Pfeil angezeigt. Die Farbkodierung entspricht dem Potential V . Rot sind die Maxima, hellgrün die Minima. Die Blasen wurden mit grauen Kreisen markiert. Von links nach rechts ist zu erkennen, wie sich der Stiel (p) auf der Bifurkationshöhe z_c^p aufspaltet und als p s p-Dreizack nach oben weiter läuft. Zur Berechnung des Potentials wurden $n = 5$ Fourierkomponenten verwendet.

Gleichzeitig nimmt durch die Erhöhung von H_z^{ext} die Blasengröße deutlich zu. Die Domänengrenzen verschiedener Blasen kommen sich nahe und quetschen die Wurzel der d-Linie ein. Diese wird dadurch unbeweglich. Die anschließende Drehung des Feld um 120° ändert nichts an der ortsfesten d-Linie. Kehrt man danach auf die Südhalbkugel von S_{ext} zurück, wird der Bifurkationsprozess umgekehrt durchlaufen, diesmal an der Blase B' . Die d-Linie konnte somit erfolgreich zur Blase B' geführt werden. Befand sich der Diamagnet über der kritischen Bifurkationshöhe z_c^d wurde auch er adiabatisch zur nächsten Blase transportiert.

Alle soweit beschriebenen Bifurkationsvorgänge können in theoretischen Berechnungen des Potential $V = -H^2$ tatsächlich beobachtet werden. In den Abbildungen 4.8 bis 4.10 sind mit den drei vorkommenden Dreizack-Bifurkationen die interessantesten Konfigurationen beispielhaft gezeigt.

In Abbildung 4.8 und 4.9 sind der psp- und der sps-Dreizack dargestellt, welche bei den Paramagneten eine Rolle spielen. Bei Beiden ist zu erkennen, dass die Bifurkationen auf einer kritischen Höhe $z_c^p \approx 2 \mu\text{m}$ stattfinden. Abbildung 4.10 ist die diamagnetische Bifurkationshöhe $z_c^d \approx 0,5 \mu\text{m}$ zu entnehmen, die deutlich niedriger liegt.

Für den adiabatischen Transport ist es wie gesehen notwendig, dass sich beide Teilchen oberhalb ihrer jeweiligen kritischen Höhe $z_c^{p/d}$ befinden. Durch den verwendeten Aufbau wird im Experiment die dazu notwendige Höhe erreicht.

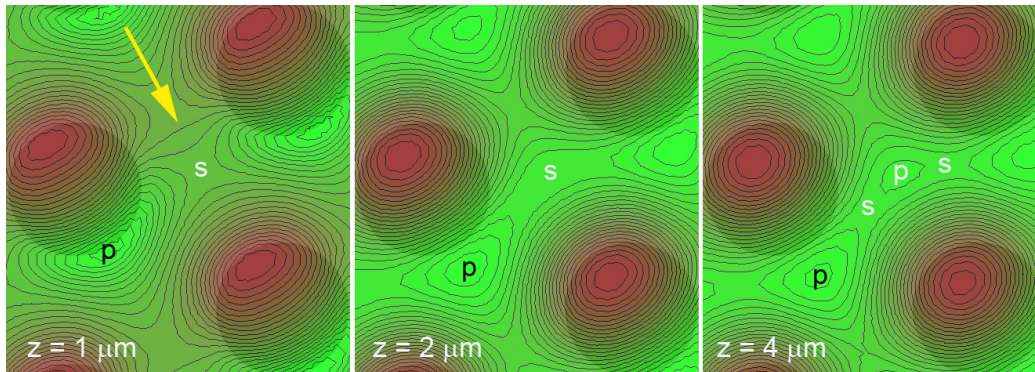


Abbildung 4.9: Contourplots eines $sp s$ -Dreizacks (weiß) und einer direkten p -Linie (schwarz). Im Vergleich zu Abbildung 4.8 wurde lediglich das parallele Feld gedreht.

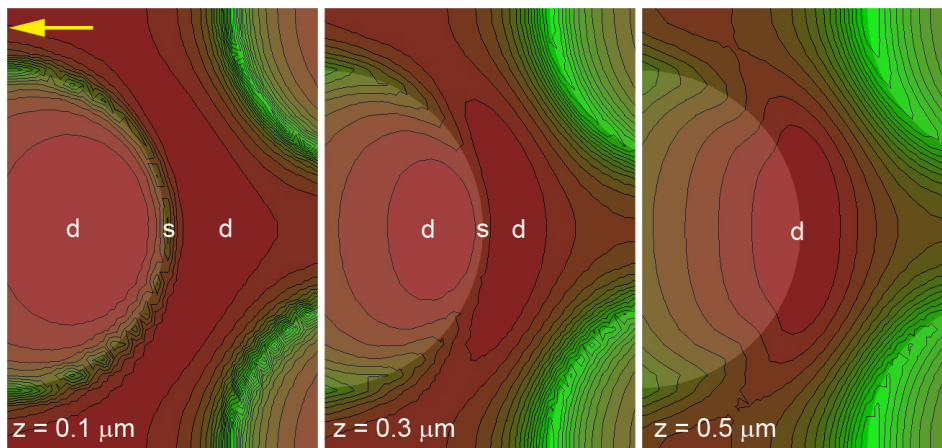


Abbildung 4.10: Höhenaufgelöste Darstellung des umgedrehten $d s d$ -Dreizacks für $H_z^{ext} = -0,05M_S$. Links sind gut die beiden Maxima zu erkennen, welche durch den Sattelpunkt auf ∂B getrennt sind. Auf dem Weg nach oben verschmelzen alle drei zu einem umgedrehten Dreizack. Die Blasen sind hier weiß angedeutet.

Die kritische Höhe z_c teilt das System damit in einen Bereich $z < z_c$, in dem periodische Orbits keinen adiabatischen Transport ermöglichen und einen Bereich $z > z_c$, in dem die adiabatische Randmode einen endlichen Teilchenstrom ermöglicht. Vergleicht man das vorliegende System mit topologischen Isolatoren, übernimmt die Randmode die Rolle des leitenden Randzustands. Beide ermöglichen einen endlichen Strom, der im Bulk beziehungsweise unterhalb der kritischen Höhe nicht gegeben ist. In topologischen Isolatoren entsteht Leitfähigkeit durch Randzustände, die in der Bandenergielücke des Bulks liegen [3]. In unserem System übernehmen die Dreizack-Bifurkationen diese Rolle und initiieren den topologischen Übergang hin zu ausgedehnten Orbits.

4.3 Experimentelle Umsetzung

In diesem Abschnitt wird nun gezeigt, dass der gerade theoretisch erarbeitete Transport auch tatsächlich im Experiment umgesetzt werden kann. Die Grundlage des Experiments bildet der in Kapitel 3 beschriebene Aufbau.

Es wird demonstriert, dass Para- und Diamagneten in voneinander unabhängige Richtungen transportiert werden können. Außerdem wird experimentell bestätigt, dass adiabatischer Transport tatsächlich nur in den leitenden Randmoden möglich ist.

Zunächst soll der einfachste Fall, in dem sich beide Teilchensorten entlang der gleichen Kristallrichtung bewegen, betrachtet werden. Wie in Abschnitt 4.2.1 hergeleitet muss der zugehörige *Modulationspfad* dazu lediglich um die entsprechenden *Zaunsegmente* auf S_{ext} gewunden werden. Im Experiment hat sich allerdings gezeigt, dass nicht alle *Pfade* mit gleicher Windungszahl völlig gleichwertig sind, wie es die Theorie vorraussagt. Es wird hier ein Beispiel eines *Modulationspfades* vorgestellt, bei dem ein besonders guter Transport beobachtet werden konnte. Die Ursache für diese Abweichung von der Theorie ist die zu starke Idealisierung im theoretischen Modell, durch die Berücksichtigung nur einer Fourierkomponente. Auch die Annahme, dass sich die Kolloide genau im Potentialminimum befinden, trifft im Experiment nicht immer zu. Trotz dieser Diskrepanz konnte das theoretische Modell, mit nur wenigen kleinen Modifikationen, sehr gut am realen System verwirklicht werden.

Im Experiment wird nun ein externes Feld der Form

$$\vec{H}^{ext}(t) = \begin{pmatrix} H_{\parallel}^0 \cos(\phi(t)) \\ H_{\parallel}^0 \sin(\phi(t)) \\ H_z^{ext}(t) \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

mit konstanter Amplitude $H_{\parallel}^0 = 0,22 \cdot M_S$ des parallelen Feldes benutzt. Dieses Feld läuft damit auf einem Zylinder und nicht auf einer Kugel. Da die Position der stationären Punkte nicht vom Betrag des externen Feldes abhängt ist dies aber kein Problem.

Es muss noch beachtet werden, dass in der theoretischen Herleitung immer von der Richtung des externen Feldes im Ferrofluid die Rede war. Die Spulen befinden sich aber

	Abschnitt	t/T	ϕ_{final}
1_d	Orientierung Diamagneten	0-0,275	$dir_d = 200^\circ$
2_d	Transport Diamagneten	0,275-0,4	$fin_d = 353^\circ$
3_d	Rückkehr in die <i>Tropen</i>	0,4-0,5	-
1_p	Orientierung Paramagneten	0,5-0,775	$dir_p = 10^\circ$
2_p	Transport Paramagneten	0,775-0,9	$fin_p = 121^\circ$
3_p	Rückkehr in die <i>Tropen</i>	0,9-1	-

Tabelle 4.1: Unterteilung der Periode in sechs Abschnitte mit den zugehörigen Zeiträumen. Der Winkel ϕ_{final} gibt die horizontale Ausrichtung am Ende des jeweiligen Abschnitts an. Ist keiner angegeben ist ϕ in diesem Abschnitt konstant auf dem Endwert des vorherigen Abschnitts. Die Winkel geben die Transportrichtungen auf dem Gitter vor.

außerhalb des Ferrofluids. Damit ist das Feld $\vec{H}^{ext}(t)$ der Spulen ein anderes als das Feld

$$\vec{H}_f^{ext} = \begin{pmatrix} \vec{H}_{\parallel}^{ext} \\ H_z^{ext}/(1 + \chi_f) \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

im Ferrofluid. Wird die Projektion des Modulationspfads auf S_{ext} betrachtet, ist das externe Feld im Ferrofluid zu verwenden.

Die Funktionen $\phi(t)$ und $H_z^{ext}(t)$ sind zwei zeitabhängige Funktionen mit einer Periode $T = 2$ s. Im Vergleich zu vorherigen Arbeiten mit Kolloiden auf Granatfilmen (vgl. [17]) ist der adiabatische Transport damit viel langsamer. Vor allem an Punkten an denen das Potential flach ist, wird es problematisch die Teilchen mitzuführen, was die Transportgeschwindigkeit limitiert. Dies ist zum Beispiel an den X-Punkten der Fall, an denen neben zwei Extremstellen auch zwei Sattelpunkte aufeinander treffen, der Fall.

Zunächst ist es naheliegend, die Periode in zwei Hälften – eine für den diamagnetischen und eine für den paramagnetischen Transport – zu unterteilen. Das Verhalten der beiden Teilchensorten wird im Experiment nicht mehr vollkommen symmetrisch sein. Dies war nur in der vereinfachenden Beschränkung auf eine Fourierkomponente der Fall. Die beiden Abschnitte werden anschließend nochmals in drei Unterabschnitte $1_d - 3_d$ beziehungsweise $1_p - 3_p$ unterteilt. Tabelle 4.1 zeigt die genaue Aufteilung. Die Zeit wurde nicht symmetrisch auf die einzelnen Abschnitte verteilt. Dies liegt daran, dass die Kolloide während der Schritte $1_{p/d}$ im ZENTRUM der Einheitszelle den weitesten Weg zurücklegen müssen. Damit die Geschwindigkeiten dabei nicht zu hoch wird und die Teilchen noch im Minimum mitgeführt werden können, wurde diese Zeit auf Kosten der anderen erhöht.

Der genaue zeitliche Verlauf der beiden Funktionen $H_z^{ext}(t)$ und $\phi(t)$ ist in Abbildung 4.11 dargestellt. Mit

$$\theta(t) = \arctan \left(\frac{H_{\parallel}^0}{H_z^{ext}(t)/(1 + \chi_f)} \right) \quad (4.27)$$

wird es möglich, den Modulationspfad zusätzlich auf die Einheitskugel in Abbildung 4.12 zu projizieren.

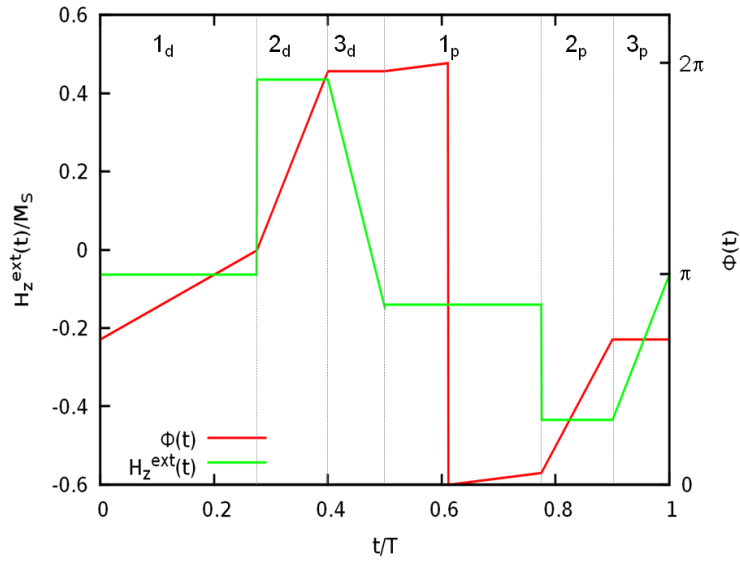


Abbildung 4.11: Zeitlicher Verlauf des senkrechten Felds $H_z^{ext}(t)$ und des Winkels $\phi(t)$. Die Unterteilung der Periode in sechs Abschnitte wurde angedeutet. Es gibt jeweils drei davon für den diamagnetischen ($1_d - 3_d$) und drei für den paramagnetischen Transport ($1_p - 3_p$).

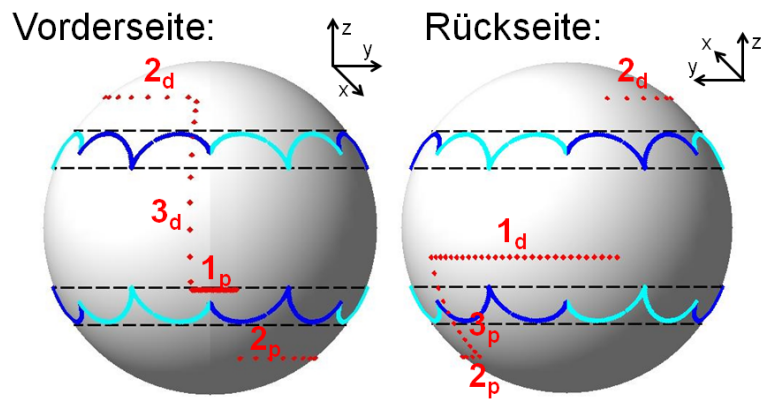


Abbildung 4.12: Projektion der einzelnen Schritte des Modulationspfades (rot) auf die Einheitskugel S_{ext} . **Links** zeigt die Richtung $\phi = 0$ nach vorne aus der Zeichenebene heraus. Diese Seite wird als Vorderseite bezeichnet werden. **Rechts** ist die Kugel 180° um die z-Achse gedreht. Die Orientierung wird zusätzlich durch die Lage des Koordinatensystems angezeigt.

Damit soll nun der gesamte Prozess Abschnitt für Abschnitt vorgestellt werden. Der erste Teil 1_d beginnt in den *Tropen* auf der Rückseite von S_{ext} in Abbildung 4.12. Bei konstanter senkrechter Feldkomponente wird der Pfad durch Drehung des parallelen Feldes so positioniert, dass anschließend das vorgesehene nördliche *Zaunsegment* umrundet werden kann.

Anschließend kann H_z^{ext} instantan erhöht werden, wodurch F_N innerhalb eines blauen Segments überquert wird. Im *Norden* wird in Abschnitt 2_d die parallele Feldrichtung ebenfalls gedreht, was die Modulation auf die Vorderseite von S_{ext} führt. Dabei wird die Grenze der Einheitszelle überschritten, während ein ausreichend großer Abstand zum cyanfarbigen Teil des *Zauns* F_N am linken Rand der Vorderseite eingehalten wird. Danach kann – wieder durch ein blaues Segment – in die *Tropen* zurückgekehrt werden. Die Rückkehr in die *Tropen* benötigt, anders als das Verlassen dieser, eine endliche Zeit. Dieser Schritt endet bei einem senkrechten Feld, das etwas kleiner als das in 1_d ist. Dies erleichtert im Experiment die Rückführung der Diamagneten in das ZENTRUM der Einheitszelle.

Um den diamagnetischen Transport zu komplettieren müsste in den *Tropen* nun noch zum *Ausgangspunkt* zurückgekehrt werden. Für eine höhere Effizienz wird dieser Schritt aber gleich durch den paramagnetische Transport ersetzt. Dieser läuft nach dem gleichen Schema, nur mit anderen Werten von $\phi(t)$ und $H_z^{ext}(t)$ ab. Verfolgt man den Pfad in Abbildung 4.12 kann man sich leicht davon zu überzeugen, dass dieser geschlossen ist. In einer Periode umrundet er jeweils ein cyanfarbiges Segment von F_S und F_N , die gegenüber voneinander liegen. Die Theorie sagt für diese Modulation einen Transport beider Teilchensorten um den gleichen Einheitsvektor voraus.

Der zeitliche Verlauf der Funktionen $\phi(t)$ und $H_z^{ext}(t)$ kann nun in den Wellengenerator einprogrammiert werden, um mit Hilfe der Spulen die notwendige Feldmodulation zu erzeugen. Die erreichbare Genauigkeit im Winkel lag bei $\pm 3^\circ$. Bei den Amplituden lag die Abweichung bei maximal 5% des eingestellten Wertes. Damit konnte die theoretisch vorhergesagte Bewegung tatsächlich beobachtet werden. In Abbildung 4.13 ist an den zugehörigen experimentellen Trajektorien zu sehen, wie Para- und Diamagneten entlang der gleichen Kristallrichtung transportiert werden.

Der damit gelungene Transport in eine Richtung soll jetzt auf beliebige Richtungen erweitert werden. Dazu müssen jetzt lediglich andere *Zaunsegmente* umrundet werden. Für den Modulationspfad bedeutet dies, dass in der Orientierungsphase andere Winkel ϕ angesteuert werden müssen. Im Prinzip ist es also nur notwendig die in Tabelle 4.1 definierten Winkel um Vielfache von 60° Grad zu verschieben. Im Experiment trifft dies jedoch nicht ganz zu. Je größer der Winkel $\Delta\phi$ ist, den beide Richtungen einschließen, desto länger wird der Weg, der in den Orientierungsphasen zurückgelegt werden muss. Die damit verbundene höhere Geschwindigkeit führt dazu, dass die Kolloide nicht mehr genau im Minimum mitgeführt werden können. Dieser Effekt könnte mit einer höheren Periodendauer T auf jeden Fall vermieden werden. Um den Transport aber nicht noch langsamer zu machen, wurde eine andere Lösung gefunden. In den Winkeln wurden Entkopplungsterme eingeführt, die dieses Problem beheben. Durch diese werden die Kolloide etwas weiter geführt als eigentlich notwendig. Wegen der Verzögerung kommen

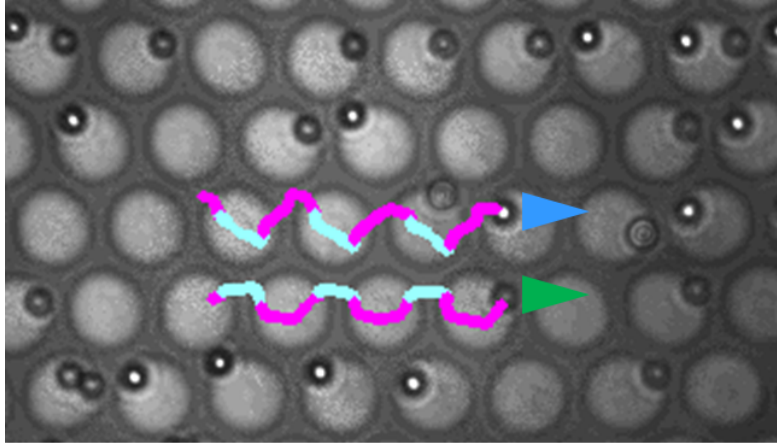


Abbildung 4.13: Polarisationsmikroskopische Aufnahme des Blasengitters mit darauf befindlichen Paramagneten (dunkel) und Diamagneten (hell). In der Mitte wurden zwei beispielhafte Trajektorien eines Paramagneten (grüner Pfeil) und eines Diamagneten (blauer Pfeil) markiert. Jede Periode teilt sich in einen diamagnetischen (violett) und einen paramagnetischen (cyan) Transportprozess. Die Aufnahme ist der Arbeit als Videodatei *0Grad.avi* beigefügt.

sie schließlich aber genau am richtigen Ort an. Dies führt zu folgenden Ausdrücken

$$dir_d = 200^\circ + n_d \cdot 60^\circ + \underbrace{c_d \cdot (n_d - n_p) \cdot 60^\circ}_{\text{Entkopplungsterm}} \quad (4.28)$$

$$dir_p = 10^\circ + n_p \cdot 60^\circ + c_p \cdot (n_d - n_p) \cdot 60^\circ \quad (4.29)$$

für die Orientierungsrichtung und

$$fin_d = dir_d + 153^\circ \quad (4.30)$$

$$fin_p = dir_p + \Delta_p \quad (4.31)$$

für die Transportrichtungen. Mit n_i wird die Kristallrichtung bezeichnet, in welche die jeweilige Sorte wandert. Die positive x-Achse (obige Wanderungsrichtung) entspricht $n = 0$. Von dort aus geht es in 60° -Schritten in positiver mathematischer Richtung bis zur negativen x-Achse ($n = 3$). In die andere Richtung wird nach dem gleichen Prinzip bis $n = -2$ (entspricht $\phi = -120^\circ$) gezählt. Kommt es vor, dass in einem Abschnitt um mehr als 180° gedreht werden muss, wird der Drehsinn geändert, um den kürzen Weg zu nehmen.

Neben den Winkeln wird aus dem gleichen Grund auch die parallele Komponente des externen Feldes variiert. Durch eine Erhöhung dieser werden die Kolloide während der Drehung in der Blase noch stärker auf das Segment von δB parallel (beziehungsweise antiparallel) zum externen Feld gezwungen. Die vorkommenden Größen sind in Tabelle 4.2

	$\Delta\phi$ in $^\circ$					
	-120	60	0	60	120	180
H_{\parallel}^0/M_S	0,33	0,22			0,33	0,37
Δ_p	153 $^\circ$			111 $^\circ$		
c_d	-0,1			0,2		
c_p	-0,5			0		

Tabelle 4.2: Zusammenfassung der Werte, die die vorkommenden Größen bei unterschiedlichem Winkel $\Delta\phi$ zwischen diamagnetischer und paramagnetischer Bewegungsrichtung annehmen.

zusammengefasst. Das senkrechte Feld bleibt dabei in allen Fällen unverändert. Damit ist auch gewährleistet, dass der Modulationspfad nach wie vor um die entsprechenden *Zaunsegmente* gewunden wird, ohne diese zu berühren.

Auf den ersten Blick sind dies viele Werte die aneinander angepasst werden müssen. Die daraus resultierenden Funktionen sind in komplizierter Art und Weise von der Zeit abhängig. Dank Computer-Unterstützung muss der Modulationspfad aber für jedes $\Delta\phi$ nur einmalig mit den jeweiligen Konstanten programmiert werden. Ist dies geschehen können die Funktionen in den Wellengenerator übertragen werden. Dies ermöglicht schließlich den in Abbildung 4.14 gezeigten Transport beider Teilchensorten in zwei voneinander unabhängige Richtungen.

Wie weitreichend die Kontrolle über die Kolloide tatsächlich ist, wird anhand eines kollektiven Tanzes demonstriert. In der Mitte von Abbildung 4.14 ist ein traditioneller fränkischer Ländler – getanzt von einem Dia- und einem Paramagneten – zu sehen. Der Paramagnet bewegt sich im mathematisch positiven Sinn auf einem Hexagon mit einer Kantenlänge von zwei Blasen. Gleichzeitig bewegt sich der Diamagnet auf einem größeren Hexagon in entgegengesetzter Drehrichtung um den Paramagneten herum. Die Abfolge besteht aus zwei diamagnetischen Schritten (violett) und einem paramagnetischen Schritt (cyan). Bei den Diamagneten wird obige Gesamtmodulation auf die erste Hälfte beschränkt, in der zweiten Hälfte wird der Pfad durch Umrundung von S_{ext} in den *Tropen* geschlossen. Damit wird nur um ein Segment von F_N gewunden, womit die Paramagneten in der gleichen Einheitszelle bleiben und dort die Blase umrunden. Bei den paramagnetischen Schritten ist entsprechend ein Segment von F_S zu verwenden. Zwischen den einzelnen Schritten befindet sich jeweils eine kurze Orientierungsphase, um einen reibungslosen Richtungswechsel zu ermöglichen.

Damit konnte die theoretisch erarbeitete adiabatische Wanderung tatsächlich auch im Experiment umgesetzt werden. Der topologische Schutz ermöglicht dabei die voneinander unabhängige Steuerung der beiden Teilchensorten. Auch im Experiment war zu jedem Zeitpunkt die volle Kontrolle über alle Teilchen gegeben.

Als letztes soll nun noch experimentell bestätigt werden, dass adiabatischer Transport nur in den leitenden Randzuständen möglich ist. Wie in Abschnitt 4.2.2 gezeigt bildet die Bifurkationshöhe z_c die Grenze zwischen periodischen und ausgedehnten Orbits. Der adiabatische Transport ist entsprechend nur für $z > z_c$ möglich. Um zu zeigen, dass

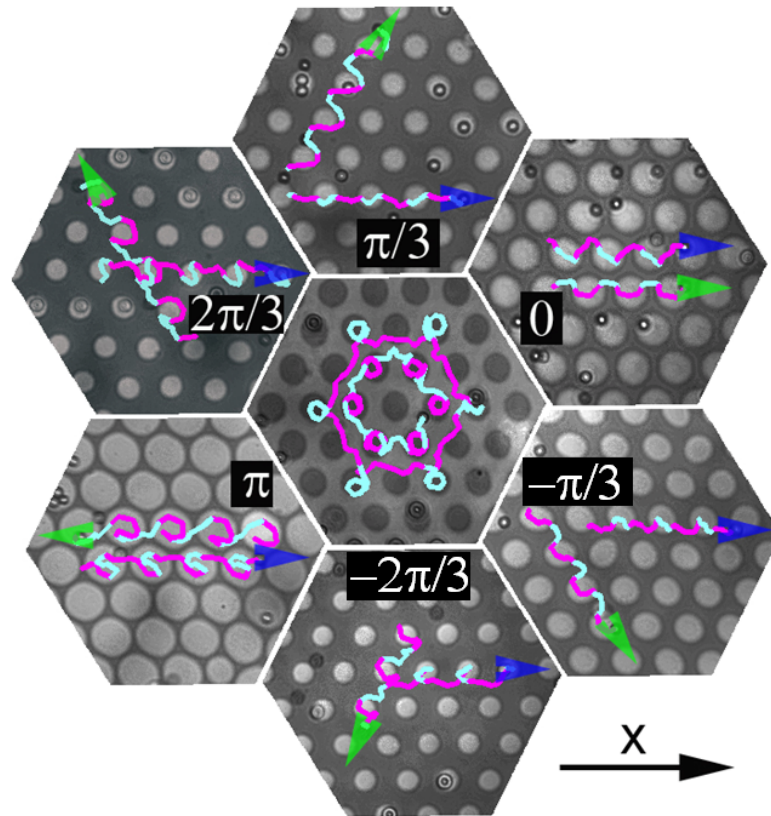


Abbildung 4.14: Dia- (blauer Pfeil) und paramagnetische (grüner Pfeil) Trajektorien. In den äußeren sechs Bildern werden die Diamagneten immer in x -Richtung transportiert. Die Richtung der Paramagneten weicht davon um vielfache von $\pi/3$ ab. In der Mitte wird demonstriert, wie mächtig der adiabatische Transportmechanismus ist. Die Kolloide tanzen hier einen traditionellen fränkischen Ländler. Während sich die Paramagneten im inneren Sechseck im mathematisch positiven Sinn drehen, drehen sich die Diamagneten in entgegengesetzter Richtung auf einem größeren Sechseck. Zugehörige Videodateien: *0Grad.avi*, *60Grad.avi*, *120Grad.avi*, *180Grad.avi*, *-60Grad.avi*, *-120Grad.avi*, *TANZ.mp4* (Die Musik zum Tanz wurde von Thomas Hauenstein, Konrad Stern und mit eingespielt).

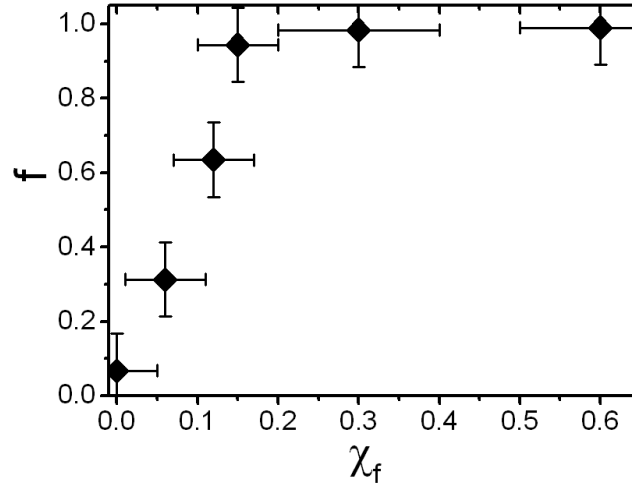


Abbildung 4.15: Anteil f sich bewegender Paramagneten in Abhängigkeit der Suszeptibilität χ_f des Ferrofluidgemisches.

es unterhalb nicht mehr möglich ist, muss folglich nur die Höhe der Kolloide reduziert werden. Diese wird durch die Schichtdicke des Ferrofluids eingestellt (vgl. Kapitel 3). Leider standen zur Variation der Schichtdicke keine Spacer mit dem dazu notwendigen Durchmesser zur Verfügung. Deshalb wurde auf einen anderen Trick zurückgegriffen. In Abschnitt 2.3 wurde erklärt, dass die Kolloide durch die Kraft der Spiegeldipole in die Mitte des Films gedrückt werden. Die Kraft muss also nur soweit reduziert werden, dass die Gewichtskraft gewinnt und die Teilchen auf die Filmoberfläche absinken. Diese Reduzierung ist nach Gleichung (2.42) durch eine Absenkung der Suszeptibilität χ_f zu erreichen.

Dazu wird die ursprüngliche Probe sukzessive mit Wasser verdünnt um verschiedene Suszeptibilitäten zu erreichen. Anschließend wird jeweils der Anteil f an beweglichen Paramagneten gemessen. Dies wurde auf Paramagneten beschränkt, da die Diamagneten ab einem gewissen Verdünnungsgrad ihre diamagnetische Eigenschaft verlieren (vgl. Kapitel 3). Um f zu bestimmen wurden jeweils so viele Perioden analysiert bis insgesamt 100 Paramagneten beobachtet werden konnten. Bei diesen wurde dann geprüft wie viele nach einer Periode noch in derselben Einheitszelle sind und wie viele eine weiter gewandert sind. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.15 dargestellt. Unterhalb von $\chi_f \approx 0,1$ ist die Kraft der Spiegeldipole nicht mehr stark genug um die Kolloide über das Bifurkationslevel $z_c^p \approx 2 \mu\text{m}$ zu heben. Der Übergang von periodischen Orbits mit $f = 0$ und ausgedehnten Orbits $f = 1$ ist entgegen der Erwartung etwas verschmiert. Dies ist vermutlich dadurch bedingt, dass das Potential in der Nähe der Bifurkationen nicht mehr als unbedingt stark betrachtet werden kann. Dies öffnet die Tür für Sprünge der Kolloide zwischen verschiedenen Minima, welche in Ratschenbewegung resultieren können. Das Ratschenregime interpoliert damit zwischen adiabatischer Bewegung in ausgedehnten

Orbits und solcher in periodischen ortsfesten Orbitalen.

Damit wurde experimentell bestätigt, dass adiabatischer Transport, ähnlich wie bei topologischen Isolatoren, nur in den adiabatischen Randzuständen möglich ist.

5 Magnetotaktische Bakterien auf Granatfilmen

In Kapitel 4 wurde die Modulation eines Potentials dazu verwendet Teilchen adiabatisch zu transportieren. Dabei war in erster Linie das Verhalten des Potentials von Interesse, da die Kolloide lediglich passiv in den zugehörigen Extrema mitgeführt wurden.

In diesem Kapitel soll mit magnetotaktischen Bakterien ein grundlegend anderer Ansatz verfolgt werden. Von Interesse ist diesmal nicht das Potential des Granatfilms. Der Fokus liegt jetzt eindeutig auf der Untersuchung des Bewegungsverhaltens der magnetotaktischen Bakterien. Das Potential des Granatfilms bildet lediglich die Umgebung in der sich die Bakterien bewegen.

Das Magnetfeld des Granatfilms ist viel stärker als das Erdmagnetfeld und variiert außerdem auf einer wesentlich kleineren Längenskala. Damit setzt man das Bakterium auf dem Granatfilm Bedingungen aus, die weit von denen, die sie in natürlichen Umgebungen vorfinden, entfernt sind. Dies soll die Möglichkeit eröffnen, neue und bisher nicht beobachtete Bewegungsmuster der Bakterien auszumachen.

Bei der Untersuchung von lebenden Proben ist zu beachten, dass kein Lebewesen dem anderen genau gleicht. Wie bei den Menschen wird es auch hier Unterschiede zwischen einzelnen Bakterien, zum Beispiel bei der Stärke des inneren magnetischen Moments, geben. Dies führt zwangsläufig dazu, dass sich unterschiedliche Bakterien nicht gleich verhalten werden. Ein Problem stellten vor allem die großen Schwankungen zwischen einzelnen Bakterienlieferungen (vergleiche Abschnitt 7.2) dar. Die Vergleichbarkeit von Messreihen mit unterschiedlichen Bakterienkolonien ist dadurch nur bedingt gegeben. Vor allem quantitativ kann dies zu großen Abweichungen führen.

Da in dieser Arbeit in erster Linie qualitative Beobachtungen vorgestellt werden, sollte dies nicht allzu sehr ins Gewicht fallen. Dennoch wurde bei den hier vorgestellten Ergebnissen stets darauf geachtet, dass sie über mehrere Messreihen hinweg reproduzierbar waren. Damit ist sichergestellt, dass die gezeigten Messungen repräsentativ das mehrheitliche Verhalten der Bakterien wiedergeben.

Es wurden Versuche mit und ohne Polymerbeschichtung auf dem Granatfilm durchgeführt. Zunächst werden die aus den Messungen extrahierten Beobachtungen vorgestellt. Vor allem in Versuchen mit Beschichtung zeigten die Bakterien interessante Bewegungsmuster. Diese werden anschließend analysiert, wodurch einige neue Kenntnisse über magnetotaktische Bakterien abgeleitet werden können, die teilweise selbst in der Mikrobiologie noch nicht bekannt waren.

5.1 Experimentelle Beobachtungen

5.1.1 Granatfilm ohne Polymerbeschichtung

In diesem Abschnitt wird zunächst das Verhalten der Bakterien untersucht, wenn sie sich direkt auf der Oberfläche des Granatfilms befinden. Abbildung 5.1 zeigt einen Granatfilm ($M_S = 9 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$) mit gekrümmten Streifen. Es handelt sich dabei um einen Schnappschuss aus einem Video, in den Trajektorien beweglicher Bakterien eingezeichnet wurden.

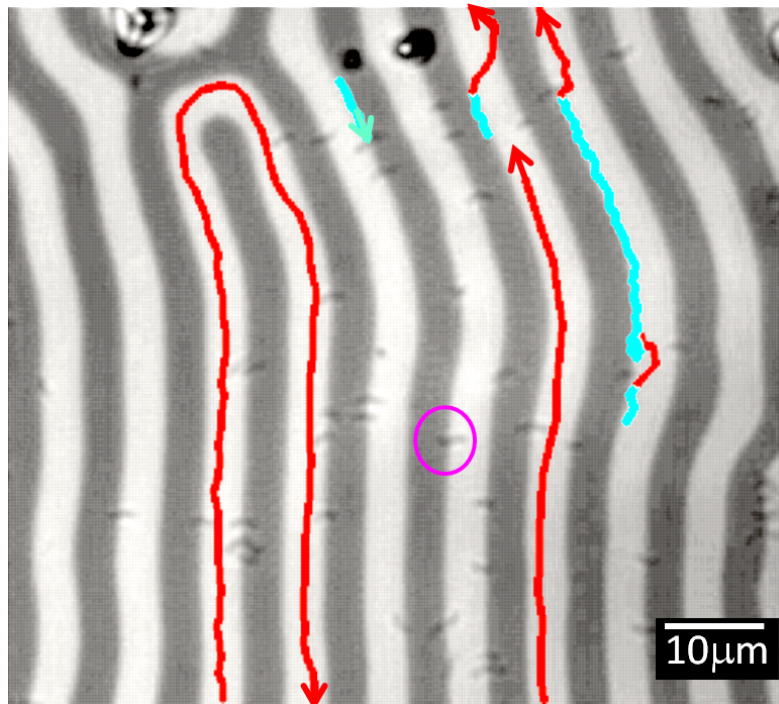


Abbildung 5.1: Ausschnitt aus einem Video, das die Bakterien auf der Oberfläche eines Granatfilms zeigt. Die Trajektorien einiger beweglicher Bakterien wurden farblich eingezeichnet, die Pfeile zeigen die Bewegungsrichtung an. Der größte Anteil der Bakterien hängt bewegungslos an den Domänengrenzen fest, wie zum Beispiel das mit dem magentafarbenen Kreis markierte. Daneben gibt es nur wenige Bakterien die sich bewegen. Zum einen solche, die an den Domänenwänden anhaften und sich entlang dieser, senkrecht zu ihrer Längsachse, bewegen (cyan). Zum anderen gibt es Bakterien die sich frei innerhalb eines Streifens fortbewegen (rot). Prinzipiell ist es möglich, dass an den Domänengrenzen gefangene Bakterien entkommen (Farbwechsel in der Trajektorie) oder freie Bakterien dort gefangen werden (rechte Trajektorie). An der Trajektorie oben in der Mitte ist zu erkennen, dass das entkommene Bakterium an der gegenüberliegenden Wand (mit antiparallelem Magnetfeld) auf Grund der falschen Ausrichtung abgestoßen wird. Zugehöriges Video: *Sreifen.avi*

Dort ist zu sehen, dass der größte Anteil an Bakterien unbeweglich auf den Domänengrenzen sitzt. Das Magnetfeld divergiert an diesen Stellen und zieht das magnetische Moment der Bakterien so stark an, dass diese dort gefangen sind. Manche davon bewegen sich senkrecht zu ihrer eigenen Achse entlang der Domänenwände mit einer Geschwindigkeit $v \approx 1 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$. Lediglich ein paar wenige sind entweder stark genug oder haben ein geringeres magnetisches Moment, so dass sie nicht an den Grenzen anhaften beziehungsweise von dort entkommen können. In Abbildung 5.1 sind diese Events an Farbwechseln in den

Trajektorien zu erkennen. Einmal entkommen, werden sie entweder wieder eingefangen oder bewegen sich anschließend entlang der Streifen. Die Bewegung entlang einer der Domänen ist dabei mit $v \approx 25 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$ ungleich schneller als die über der Domänenwand. Bringt man die Bakterien auf einen Granatfilm mit Blasenstruktur beobachtet man im Prinzip dasselbe. In Abbildung 5.2 ist zu sehen, dass wieder fast alle an den Domänengrenzen gefangen sind. Wie auf den Streifen können sich nur wenige frei bewegen. In den Blasen führt dies nur zu einer lokalisierten Bewegung. Außerhalb bewegen sich die Bakterien zwischen den Blasen hindurch. Bei ihrer Bewegung in der ausgedehnten Phase versuchen sie sich in der Mitte zwischen zwei Blasen zu halten. Auch hier besteht wieder die Möglichkeit an der Domänengrenze gefangen zu werden.

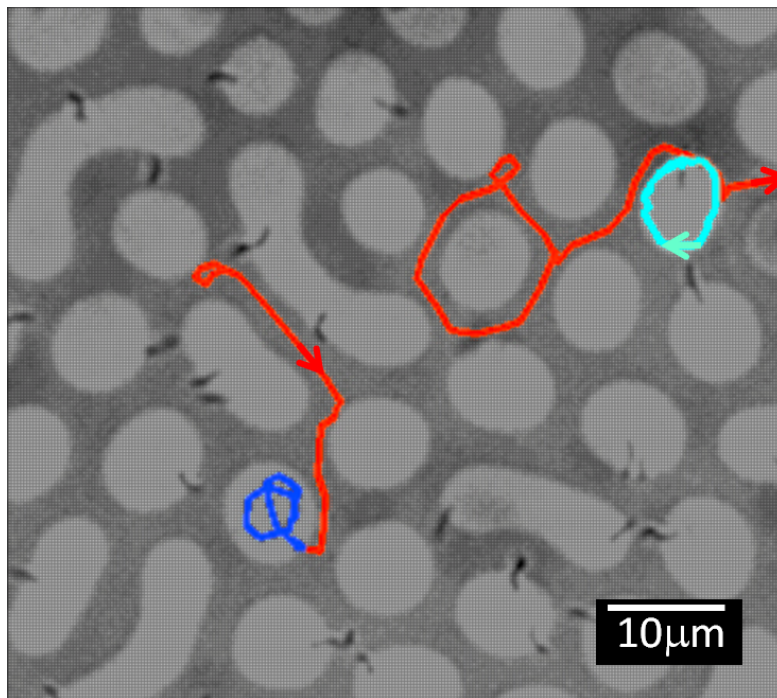


Abbildung 5.2: Bakterien auf einem Blasengitter (mit defekten) mit Sättigungsmagnetisierung $M_S = 8,8 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$. Wieder haften die meisten Bakterien an den Domänengrenzen an. Manche bewegen sich dabei um die Blase herum (cyan). Nur wenige bewegen sich frei in der ausgedehnten Phase (rot). Diese können aber auch hier wieder an den Grenzen gefangen werden beziehungsweise auch wieder entkommen (obere Trajektorie) oder in eine Blase eindringen und sich dort bewegen (blau). Zugehörige Videodatei: *Bubbles.avi*

Das größte Problem an den bisherigen Beobachtungen ist, dass die meisten Bakterien gefangen sind und sich nicht bewegen können. Um dieses Problematik zu umgehen wird eine Beschichtung auf den Granatfilm aufgebracht. Die Bakterien werden angehoben und spüren damit ein abgeschwächtes Magnetfeld, womit der Anteil gefangener Bakterien

erheblich kleiner werden sollte.

5.1.2 Granatfilm mit Polymerbeschichtung

Mittels Spincoating wird nun eine Polymerschicht auf den Granatfilm aufgebracht. Bei allen hier vorgestellten Ergebnissen wurde eine Polystyrolbeschichtung der Dicke $d = (800 \pm 50)$ nm verwendet. Dadurch reduziert sich die Feldstärke in etwa um einen Faktor 2,5. Es wurde ein Granatfilm ($M_S = 11 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$) mit einem geraden Streifenmuster verwendet (vgl. Abschnitt 2.1.1).

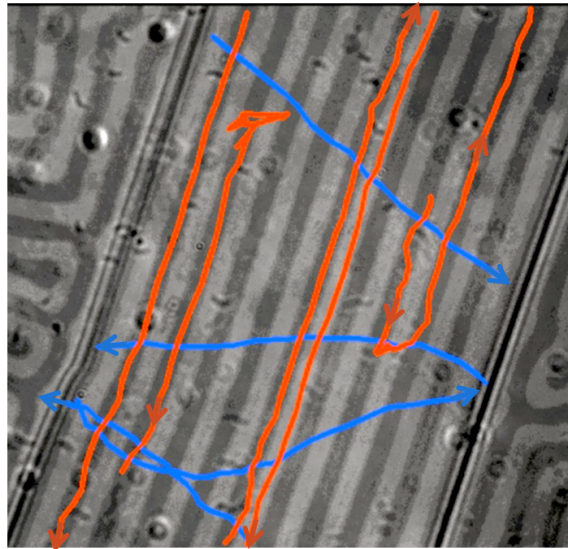


Abbildung 5.3: Schnappschuss eines Videos von Bakterien auf dem Streifenmuster eines Granatfilms mit Polystyrolbeschichtung. Der Anteil an gefangenen Bakterien konnte erheblich reduziert werden. Die beweglichen Bakterien wandern im Wesentlichen nur in zwei unterschiedliche Richtungen, einmal senkrecht zu den Streifen (blaue Trajektorien) und einmal entlang der Streifen (rot). Betrachtet man von den roten Trajektorien die zweite von links oder die rechts außen, ist zu erkennen, dass es Bakterien gibt die zunächst quer zu den Streifen wandern, sich drehen und anschließend entlang der Domänen schwimmen. Andere Bewegungsrichtungen werden wenn überhaupt nur sehr selten beobachtet. Zugehörige Videodatei: *mit-Beschichtung.avi*

In Abbildung 5.3 ist zu erkennen, dass der gewünschte Effekt eingetreten ist, der Anteil gefangener Bakterien konnte erheblich reduziert werden. Diejenigen, welche immer noch dort anhaften, sind entweder sehr schwache oder leblose Bakterien. Jetzt wird das Verhalten der beweglichen Bakterien interessant. Erstaunlicherweise gibt es nur zwei unterschiedliche Bewegungsrichtungen. Entweder die Bakterien schwimmen (nahezu) senk-

recht zur Streifenrichtung (blaue Trajektorien) oder sie schwimmen entlang der Domänen (rote Trajektorien). Die Geschwindigkeit beträgt in beiden Fällen ungefähr $v \approx 45 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$. Deutlich davon abweichende Richtungen werden nur sehr selten registriert.

Es gibt auch Bakterien, die zunächst quer zu den Streifen schwimmen und dann nach einer Drehung dazu übergehen, sich entlang eines Streifens zu bewegen. Dies ist zum Beispiel an der zweiten roten Trajektorie von links in Abbildung 5.3 zu erkennen. Das Bakterium schwimmt zunächst quer zum Streifen, dreht sich anschließend 270° um die z -Achse (siehe Abbildung 5.6) und setzt danach seine Reise entlang einer Domäne fort. Auch die rechte rote Trajektorie zeigt ein ähnliches Verhalten. Das zunächst parallel schwimmende Bakterium wird durch ein Hindernis (lebloses Bakterium) in seiner Bewegung gestört und wird daraufhin senkrecht ausgerichtet. Anschließend findet eine Drehung in die andere Richtung statt um (in entgegengesetzter Richtung) wieder einem Streifen zu folgen.

Durch externe Felder kann diese Bewegung zusätzlich manipuliert werden. Ein Feld $H_z^{\text{ext}} = -0,21M_S$ senkrecht zur Oberfläche sorgt dafür, dass Bewegung quer zu den Streifen fast vollständig unterdrückt wird. Links in Abbildung 5.4 ist zu erkennen, dass sich fast alle Bakterien entlang der breiteren Streifen, deren Magnetisierung parallel zum externen Magnetfeld ist, bewegen. Fügt man anschließend ein zusätzliches paralleles Feld $H_x^{\text{ext}} = -0,34M_S$ hinzu kippt die Situation ins Gegenteil. Der rechten Seite von Abbildung 5.4 ist zu entnehmen, dass die Bakterien dann bevorzugt nur noch in Feldrichtung und damit senkrecht zum Streifen schwimmen.

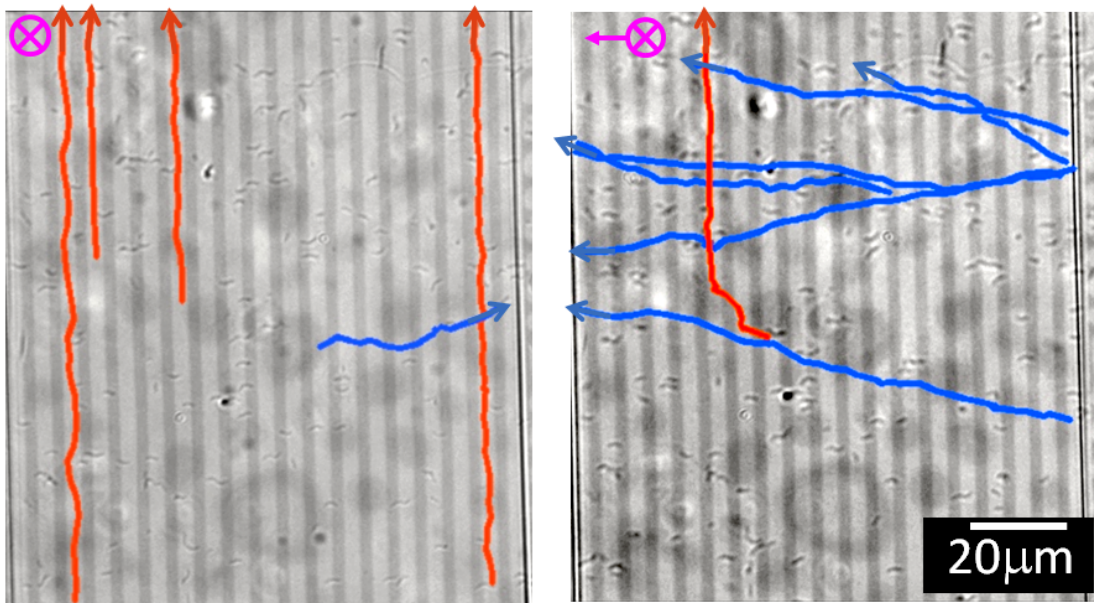


Abbildung 5.4: Bakterien auf Streifen mit zusätzlichem externen Feld. **Links:** Das externe Feld $H_z^{ext} = -0,21M_S$ zeigt in die Zeichenebene hinein. Nahezu alle Bakterien laufen entlang der Domäne deren Magnetisierung parallel zum äußeren Magnetfeld ist. **Rechts:** Hier wurde zusätzlich ein Feld $H_x^{ext} = -0,34M_S$ in negative x-Richtung (siehe magentafarbener Pfeil) angelegt. Dadurch wird die Schwimmbewegung entlang der Streifen fast komplett unterbunden und die Bakterien bewegen sich bevorzugt in Feldrichtung. Auf beiden Bildern ist zu erkennen, dass wieder sehr viele Bakterien an den Domänengrenzen gefangen sind. Eine Vergleichsmessung ohne Granatfilm zeigte, dass der Anteil regungsloser Bakterien in der hier verwendeten Probe sehr hoch war. Diese lagern sich an den Domänenwänden an. Zugehörige Videodateien: *mitBeschichtung-und-z-Feld.avi*, *mitBeschichtung-und-x-Feld.avi*

5.2 Auswertung der experimentellen Beobachtungen

Das Verhalten der Bakterien ist insofern interessant, da sie nicht wie die Kolloide das thermodynamische Gleichgewicht anstreben. Die Fähigkeit zur aktiven Bewegung wird genutzt um andere Zustände, in denen sich die Bakterien wohlfühlen, zu erreichen und zu erhalten.

Die magnetische Energie

$$E = -\vec{m} \cdot \vec{B} \quad (5.1)$$

der Bakterien im Feld des Granatfilms wird minimal, wenn sie sich über der Domänenwand parallel zum Feld ausrichten. Dort sammeln sich auch die leblosen Bakterien an. Diejenigen die schwimmen können wollen aber anscheinend diese Situation, in der sie an

den Domänenwänden gefangen sind vermeiden. Um frei schwimmen zu können nehmen sie auch eine energetisch ungünstigere Lage in Kauf.

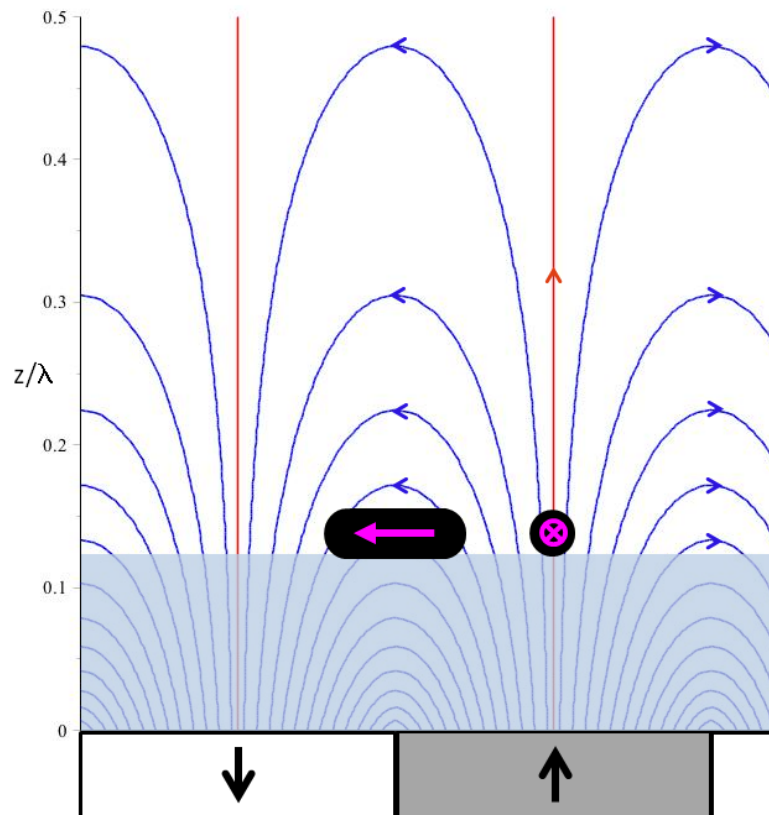


Abbildung 5.5: Magnetische Feldlinien des Granatfilms (vergleiche Abschnitt 2.1.1). Die Feldlinien genau über der Mitte der Domänen wurden rot markiert. An diesen Stagnationslinien gibt es keine Komponente des Magnetfelds parallel zur Oberfläche. Auf dem Granatfilm befindet sich die Polymerbeschichtung, auf der wiederum die Bakterien (schwarz, die Ausrichtung des magnetischen Moments ist magenta eingezeichnet) schwimmen. Die zwei eingezeichneten Bakterien befinden sich an den beiden möglichen Plätzen, an denen weder ein magnetisches Drehmoment noch eine magnetische Kraft wirkt.

Ist ein Bakterium senkrecht zu den Streifen ausgerichtet, wird seine Energie über den Domänenwänden extremal, da dort die parallele Komponente des Magnetfelds am stärksten ist. Betrachtet man die Feldlinien des Granatfilms in Abbildung 5.5, wird klar dass die magnetische Energie des Bakteriums an der eingezeichneten Domänenwand minimal wird, da magnetisches Moment und externes Feld parallel sind. Deshalb sammeln sich dort die leblosen Bakterien an.

Schwimmt ein Bakterium nun senkrecht zu den Streifen, zeigt das magnetische Moment

immer in die gleiche Richtung. Folglich ist es über den Domänengrenzen abwechselnd parallel und antiparallel zum Magnetfeld ausgerichtet. Im ersten Fall ist die Energie minimal im zweiten jedoch wird sie maximal. Dennoch bleibt das Bakterium nicht im Minimum, sondern schwimmt weiter in Richtung eines Maximums. Damit bewegt es sich im Potential “bergauf” und nimmt eine ungünstigere Energie in Kauf um seine Bewegung fortzusetzen.

Ein passives System, wie es die Kolloide sind, versucht seine Energie zu minimieren. Die Einnahme dieses Zustands wird hier aber durch das aktive Weiterschwimmen der Bakterien verhindert. Da neben dem Magnetfeld keine weiteren externen Einflüsse wirken, muss dieses Verhalten durch das Bakterium selbst bedingt sein. Offensichtlich muss es innere Abläufe im Bakterium geben, die die Bewegung so koordinieren, dass das Erstarren des Bakteriums im energetischen Minimum über den Domänenwänden verhindert wird. Im Folgenden soll dies als der Wille des Bakteriums zur ungehinderten Schwimmbewegung bezeichnet werden. In der Natur dient dieser Wille vermutlich ebenfalls dazu, das Gefangenwerden in natürlichen magnetischen Störfeldern (beispielsweise durch Eisenerze) zu vermeiden. Dies erhält die Möglichkeit aufrecht nährstoffreiche Gebiete oder Regionen mit dem richtigen Sauerstoffgehalt zu erreichen. Durch unser System frustrieren wir das Bakterium. Es kann entweder seine Energie minimieren oder den inneren Drang frei zu schwimmen umsetzen.

Noch interessanter sind die Bakterien, die entlang der Streifen schwimmen. Zunächst soll angenommen werden, dass sie dies wie in Abbildung 5.5 gezeigt genau in der Mitte der Streifen tun. Das Magnetfeld hat an dieser Stagnationslinie keine horizontale Komponente. Das Bakterium erfährt damit kein Drehmoment

$$D_z = \left(\vec{m} \times \vec{B} \right)_z = 0 \quad (5.2)$$

welches eine Drehung um die z-Achse verursachen würde. Die anderen Komponenten des Drehmoments müssen nicht betrachtet werden. Im Experiment sieht man, dass die Bakterien bedingt durch die Schwerkraft flach auf der Oberfläche liegen und auch durch das Magnetfeld nicht aus dieser Position ausgelenkt werden. Auch die Kraft

$$\vec{F} = -\vec{m} \cdot \nabla \vec{B} \quad (5.3)$$

hat an dieser Stelle keine parallele Komponente, die das Bakterium lateral verrücken könnte. Damit ist die Streifenmitte neben den Domänenwänden der zweite mögliche Ort, wo sich das Bakterium ohne Einwirkung magnetischer Kräfte und Drehmomente aufhalten kann. Es kann dort frei von Hindernissen schwimmen und muss anders als die sich senkrecht dazu bewegenden Bakterien keine Potentialmaxima erklimmen. Der Wille zur Fortbewegung kann hier bestmöglich umgesetzt werden.

Die Position in der Mitte ist aber ein instabiler Zustand. Neben der Stagnationslinie verlaufen die Feldlinien nicht mehr senkrecht zur Oberfläche, wodurch das Drehmoment D_z nicht länger null ist. Bei der kleinsten Auslenkung oder Drehung aus der Mitte heraus versucht das Magnetfeld die Bakterien von ihrer Bewegung entlang der Streifen abzuhalten und sie senkrecht dazu über den Domänengrenzen auszurichten.

Bei Analyse der Trajektorien in Abbildung 5.4 fällt auf, dass die Bakterien tatsächlich nicht immer genau in der Mitte eines Streifens laufen. Mit dem Verlassen der Streifenmitte beginnt das magnetische Drehmoment zu wirken. Es ist aber zu erkennen, dass sich die Bakterien nicht davon ausrichten lassen, sondern ihren Weg entlang der Streifen fortsetzen können. Um das zu erreichen müssen sie dem magnetischen Drehmoment mit einer aktiven Bewegung entgegen wirken. Durch koordinierte und gerichtete Schwimmbewegung versuchen die Bakterien den Einfluss des Magnetfeldes zu kompensieren um wieder zurück in die Mitte des Streifens zu kommen, wo sie am ungestörtesten dem inneren Antrieb zur freien Bewegung nachkommen können.

Dies kann anschaulich mit einem Wanderer verglichen werden, der auf einem sehr schmalen Bergkamm im Gebirge unterwegs ist. Um sich von dort in Sicherheit zu bringen wird auch er bevorzugt entlang des Kamms gehen, anstatt in die steile Schlucht hinabzusteigen, nur um anschließend wieder den nächsten Gipfel erklimmen zu müssen. Auch dieser muss auf seinem Weg entlang des Kamms immer wieder korrigierend eingreifen, um nicht vom Pfad abzukommen und in die Schlucht zu stürzen. Äquivalent dazu versuchen sich die Bakterien auf einem Streifen zu halten und müssen dabei dem Magnetfeld, das sie zum Absturz in die Domänenwände bringen will, entgegen wirken.

Aus diesen beiden Beobachtungen können nun ein paar äußerst interessante Aspekte über das Verhalten der magnetotaktischen Bakterien abgeleitet werden, die in dieser Form noch nicht bekannt sind. Wie gesehen gibt es Bakterien, die eine Art inneren Willen haben sich der Lokalisierung über den Domänenwänden zu widersetzen. Bei Betrachtung der Bakterien, die sich entlang der Streifen bewegen, wird klar, dass sie dazu die folgenden zwei Fähigkeiten benötigen: Zum einen müssen sie in der Lage sein, ihre Umwelt wahrzunehmen, um zu erkennen, wann sie Gefahr laufen festgehalten zu werden. Zum anderen müssen sie die gewonnene Kenntnis der Umgebung in eine koordinierte Bewegung umsetzen können, um so dem durch das Magnetfeld auferlegten Zwang zu entkommen.

Zuerst soll die Frage geklärt werden, wie es dem Bakterium möglich sein könnte, seine Umgebung wahrzunehmen. Dabei sind prinzipiell zwei verschiedene Mechanismen vorstellbar. Einerseits eine mechanische Rückkopplung der Umgebung oder andererseits die Wahrnehmung des magnetischen Feldes.

Die mechanische Rückmeldung könnte zum Beispiel über eine bidirektionale Verbindung zwischen Signalverarbeitung und Flagellum-Motor denkbar sein. Damit könnte der Motor nicht nur gesteuert werden, sondern auch selbst eine Rückmeldung über seinen Zustand geben. Droht das Bakterium gefangen zu werden, wird seine Bewegung gebremst. Das Flagellum kann sich damit nicht mehr mit der gewohnten Frequenz drehen, was der Motor wiederum an die Signalverarbeitung des Bakteriums zurückmelden könnte. Diese Rückkopplung des Motors auf die Signalverarbeitungskaskade wurde bereits bei Kolibakterien untersucht. Dazu wurde die Bewegung der Flagellen durch Zugabe von Antikörpern gestört. Aber selbst wenn die Störung so stark war, dass die Bakterienbewegung fast komplett unterbunden wurde, konnte keinerlei interne Reaktion des Bakteriums darauf festgestellt werden[47]. Das Fehlen dieses Mechanismus bei Kolibakterien schließt diese Möglichkeit bei magnetotaktischen Bakterien aber noch nicht aus.

Die Alternative dazu bietet eine Orientierung anhand des Magnetfeldes. Ob sich magne-

totaktische Bakterien lediglich passiv, durch Ausrichtung des magnetischen Moments am Magnetfeld, orientieren oder ob sie das Magnetfeld und ihre eigene Orientierung dazu aktiv wahrnehmen können war lange Zeit eine viel diskutierte Frage in der Mikrobiologie. In [48] konnte schließlich gezeigt werden, dass es magnetotaktische Bakterien gibt, die aktiv auf das Magnetfeld reagieren können. Ist das Feld zu schwach um die Bakterien auszurichten, sprechen diese wie bei der Chemotaxis⁷ auf das Feld an. Durch Änderung ihres Schwimmverhaltens können sie trotz fehlender Ausrichtung in diese Richtung navigieren. Dies setzt voraus, dass diese Bakterien tatsächlich in der Lage sind, das Magnetfeld zu spüren und dies aktiv in eine Änderung ihrer Bewegung umsetzen zu können. Weitere Experimente mit diesen Bakterien zeigten außerdem, dass diese in starken Magnetfeldgradienten dazu neigen, ihre Richtung umzukehren [49]. Die Bakterien versuchen dadurch wahrscheinlich - ähnlich wie auf dem Granatfilm - Orte mit starken Magnetfeldern zu vermeiden. Offensichtlich erfordert auch dieses Verhalten eine Sensitivität auf das Magnetfeld oder zumindest auf dessen Gradienten.

Es wurde also bereits gezeigt, dass es magnetotaktische Bakterien gibt, die prinzipiell die Möglichkeit besitzen das externe Magnetfeld über eine passive Orientierung hinaus wahrzunehmen.

Nachdem bisher diskutiert wurde wie Rückschlüsse über die Umgebung gezogen werden können, soll jetzt der Frage, ob die Bakterien ihren Weg aktiv kontrollieren können, nachgegangen werden.

Der aktuelle Stand der mikrobiologischen Forschung ist, dass magnetotaktische Bakterien ihre Umgebung mit einer Art *Random Walk*, dem sogenannten *Run and Tumble*, abschreiten. Dieser besteht aus Perioden in denen das Bakterium durch Rotation seiner Flagellen geradlinig in eine zufällige Richtung schwimmt (*Run*). Diese Schwimmphasen werden von Phasen in denen sich das Bakterium zufällig neu ausrichtet unterbrochen (*Tumble*). Durch Variation der Länge des zurückgelegten Weges in verschiedene Richtungen kann das Bakterium so eine Navigation zum Beispiel in Nährstoffgradienten erreichen [31].

Die einfachste Möglichkeit des Taumelns (*Tumbling*) wäre die rein zufällige Reorientierung mittels Rotationsdiffusion. Dies ist aber ein sehr langsamer Prozess. Bei *Escherichia Coli* (Kolibakterien) ist zum Beispiel bekannt, dass diese die Neuorientierung aktiv herbeiführen können. Diese Bakterien haben mehrere (4-8) Flagellen, die rotieren können. Rotieren alle in die gleiche Richtung formen sie ein Bündel und das Bakterium schwimmt geradeaus. Die Flagellen können nun auch einzeln angesteuert werden. Kehrt sich der Drehsinn von nur einem Flagellum um, so wird aktiv ein Taumeln herbeigeführt, das in einer zufälligen Neuorientierung des Bakteriums resultiert [50]. Die in Ozeanen vorkommenden *Vibrio alginolyticus* Bakterien haben obwohl sie nur ein Flagellum besitzen einen sogar noch effizienteren Mechanismus entwickelt. Im Gegensatz zu *E. Coli* führt eine Umkehrung der Flagellenrotation dazu, dass der vorher zurückgelegte Weg rückwärts abgeschrieben wird. Wird anschließend wieder in den Vorwärtsgang geschaltet,

⁷Chemotaxis bezeichnet die Bewegung von Lebewesen in Stoffgradienten. Die Möglichkeit auf Stoffgradienten zu reagieren ermöglicht es dem Bakterium Lockstoffen zu folgen und Schreckstoffe zu vermeiden.

ändert sich die Konformation des Flagellums. Die Spitze bewegt sich dann entlang einer hyperbolischen Spirale und führt damit ebenfalls zu einer aktiv herbeigeführten, aber zufälligen Neuorientierung (*Flick*) des Bakteriums [51].

Beiden Schwimmbewegungen ist gemeinsam, dass die Flagellen sowohl als Antrieb als auch als Ruder verwendet werden. Sie können aber nicht beides gleichzeitig sein, so dass die Prozesse seriell hintereinander ausgeführt werden müssen. So effizient wie diese Art der Fortbewegung bei der Chemotaxis sein mag, so ungeeignet ist sie bei der instabilen Bewegung auf einem schmalen Streifen des Granatfilms.

Würden die Bakterien hier einfach in eine beliebige Richtung schwimmen würden sie die günstige Streifenmitte schnell verlassen und dem Drehmoment des Magnetfelds ausgesetzt werden. Die Beobachtung der Wanderung entlang der Streifen impliziert damit eine bisher nicht bekannte Möglichkeit der Bakterien sich zu bewegen. Sie müssen in der Lage sein, nicht zufällig, sondern gezielt ihre Richtung zu ändern um den notwendigen Kurs beizubehalten. Außerdem ist zu beobachten, dass die Schwimmphasen nicht zur Reorientierung unterbrochen werden müssen, beides kann gleichzeitig ablaufen.

Untermauert wird die Annahme der Fähigkeit zur kontrollierten Steuerung durch Bakterien, die zunächst quer zu den Streifen schwimmen und sich dann drehen, um anschließend frei von Hindernissen entlang eines Streifens weiter zu schwimmen. Die zweite rote Trajektorie von links in Abbildung 5.3 ist ein Beispiel für ein solches Ereignis. Um entlang der Streifen schwimmen zu können muss sich das Bakterium entgegen des magnetischen Drehmoments drehen. Dabei vollführt es die in Abbildung 5.6 dargestellt Drehung um 270° . Es ist gut zu erkennen, dass es sich bei dieser Drehung nicht um ein *Run and Tumble* Event handelt. Vielmehr wird die Drehung gezielt herbeigeführt und bis zur gewünschten Orientierung, ohne Unterbrechung durch zwischenzeitliche *Run*-Phasen, durchgezogen. Interessant ist dabei auch die Beobachtung, dass der Rumpf des Bakteriums während der Drehung starr bleibt, während er sich bei der linearen Bewegung davor und danach wie eine Schlange windet. Dieses geänderte Verhalten ist ein weiteres Indiz dafür, dass das Bakterium die Drehung aktiv herbeiführt.

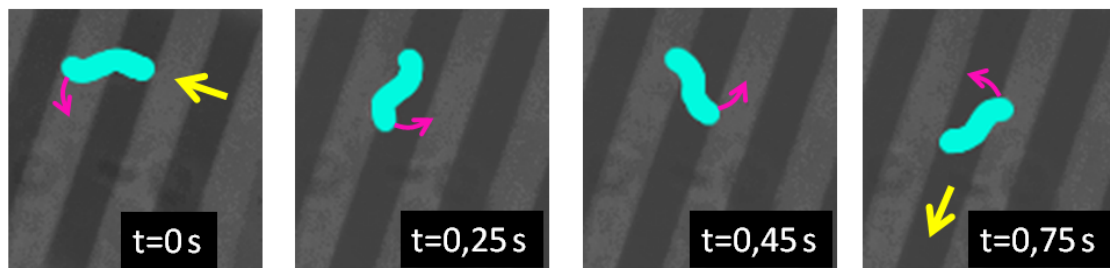


Abbildung 5.6: Bildsequenz einer 270° -Drehung eines Bakteriums. Das Bakterium wurde zur besseren Erkennbarkeit cyan eingefärbt. Die gelben Pfeile deuten an, dass es zuvor quer zu den Streifen geschwommen ist und sich danach entlang der Streifen bewegt. Die magentafarbenen Pfeile zeigen die Drehung und die Position des vorderen Endes an. Zugehörige Videodateien: *270Grad-Drehung.avi*

Die Möglichkeit der Bakterien zur aktiven und gezielten Drehung wurde so vorher noch nicht beobachtet. Betrachtet man die Möglichkeit anderer Bakterien eine (zufällige) Drehung herbeizuführen, ist es aber naheliegend anzunehmen, dass auch magnetotaktische Bakterien diese Fähigkeiten besitzen. Geht man davon aus, dass magnetotaktische Bakterien wie Kolibakterien ihre Flagellen einzeln ansteuern können, ist das Herbeiführen einer Drehung ein Leichtes. Die Flagellen müssen lediglich so bewegt werden, dass beide eine Translation in entgegengesetzte Richtung bewirken. Durch ihre leicht verkippte Lage an den gegenüberliegenden Polen [31] resultiert dies in einer kontrolliert herbeigeführten Drehbewegung.

Durch innere Signalverarbeitungskaskaden muss jetzt nur noch die vorhandene Information über die Umgebung in die gerade benötigte Dauer des Drehvorgangs übersetzt werden und das Bakterium ist in der Lage, gezielt in seiner Umgebung zu navigieren. Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass es Bakterien in den vorgestellten Experimenten gibt, die erstaunlich komplexe Verhaltensmuster zeigen. Diese besitzen anscheinend die Möglichkeit, mechanische oder magnetische Signale aus der Umwelt aufzunehmen und sind darüber hinaus in der Lage, die so gewonnene Information gezielt zu verarbeiten um damit ihre Fortbewegung zu steuern. Diese Fortbewegung basiert dabei in den vorgestellten Experimenten nicht auf dem bereits bekannten *Run and Tumble* (oder auch *Flick*) Prinzip, es handelt sich vielmehr um eine koordinierte und gezielt ausgerichtete Bewegung.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Masterarbeit war die Untersuchung von Bewegung und Transport auf der Mikrometerskala. Dazu wurde mit magnetischen Kolloiden beziehungsweise mit magnetotaktischen Bakterien gearbeitet. Grundlage bildete in beiden Fällen das magnetische Potential eines Granatfilms. Diese sind aufgrund ihrer Domänenstrukturen, welche auf der Längenskala der untersuchten Objekte variieren, hervorragend zur gezielten Manipulation der Teilchenbewegung geeignet.

Die zugrunde liegenden Bewegungsmechanismen waren dennoch in beiden Fällen von Grund auf verschieden. Die Kolloide wurden durch adiabatisches Mitführen im Minimum des modulierten Potentials des Granatfilms bewegt. Im Gegensatz dazu konnten sich die magnetotaktischen Bakterien mit Hilfe ihrer Flagellen aktiv im magnetische Potential bewegen.

Den ersten Teil der Arbeit bildete die Untersuchung des topologisch geschützten adiabatischen Transports der Kolloide. Im Gegensatz zu vorherigen Arbeiten, die sich ebenfalls mit kolloidalem Transport auf Granatfilmen beschäftigt haben, basierte die Bewegung hier nicht auf dem Ratscheneffekt. Es konnte ein adiabatisches Mitführen der Kolloide in den ausgedehnten Orbits des magnetischen Potentials erreicht werden. Dabei folgten die Paramagneten den Potentialminima und die Diamagneten den Maxima. Durch Fourierentwicklung des Magnetfelds des Granatfilms konnte der Transport theoretisch hergeleitet werden. Die Bewegung der Teilchen kann durch Windungen des externen Feldes um Zaunsegmente auf der Einheitssphäre S_{ext} erreicht werden. Der Transport beider Teilchensorten ist dabei durch die zugehörige Windungszahl, die topologische Invariante unseres Systems, vollständig beschrieben. Es wurde gezeigt, dass der adiabatische Transport topologisch gegen die Konvertierung in den Ratscheneffekt geschützt ist.

Damit ist es gelungen das Konzept des topologischen Schutzes, das bisher nur in (getriebenen) Hamiltonschen Systemen beobachtet wurde, auf dissipative Systeme zu erweitern. Darüber hinausgehend konnte noch gezeigt werden, wie Bifurkationen in den stationären Linien den topologischen Übergang von den periodischen Strukturen des Granatfilms hin zu ausgedehnten Orbits, welche adiabatischen Transport ermöglichen, initiieren.

Im Experiment zeigte sich abschließend, dass das entwickelte Konzept des topologisch geschützten adiabatischen Transports zu jedem Zeitpunkt die volle Kontrolle über die Bewegung beider Teilchensorten ermöglicht. Die Richtung von Para- und Diamagneten kann unabhängig voneinander und in jeder Periode neu auf eine beliebige Kristallrichtung geändert werden. Dies konnte mit der Implementierung eines kolloidalen Tanzes eindrucksvoll demonstriert werden.

Im zweiten Teil dieser Arbeit wurde das Bewegungsverhalten magnetotaktischer Bakterien studiert. Zunächst hatte sich gezeigt, dass der größte Teil der Bakterien an den Domänenwänden des Granatfilms haftete. Dieses Problem wurde durch das Aufbringen einer ca. $1\ \mu\text{m}$ dicken Polymerbeschichtung behoben. Es konnte beobachtet werden, dass die Bakterienbewegung auf den Streifen des Granatfilms auf zwei Richtungen, entlang der Streifen und quer dazu, beschränkt war.

Daraus wurden einige interessante Aspekte über das Verhalten der Bakterien extrahiert. Sie streben offenbar nicht das thermodynamische Gleichgewicht an. Vielmehr scheint es

innere Prozesse zu geben, die eine Gefangennahme an den Domänenwänden verhindern wollen, um die Fähigkeit frei zu schwimmen aufrecht zu erhalten. Zur Vermeidung der Ausrichtung über den Domänen zeigten die Bakterien komplexe Bewegungsmuster.

Den experimentellen Beobachtungen zufolge gibt es magnetotaktische Bakterien, die ihre Umgebung, mechanisch oder magnetisch, wahrnehmen können und dies zur gezielten Steuerung ihrer Bewegung einsetzen. Dies steht im klaren Kontrast zur bisherigen Annahme, dass die Fortbewegung von Bakterien auf dem zufälligen *Run and Tumble* Prinzip basiert. Damit implizieren die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimente eine bisher nicht für möglich gehaltene Komplexität des Verhaltens magnetotaktischer Bakterien.

Insgesamt konnten somit faszinierende Ergebnisse, sowohl mit den Kolloiden als auch mit den magnetotaktischen Bakterien, erzielt werden.

Natürlich ist damit nur das Ende dieser Masterarbeit erreicht. Aufbauend auf den gemachten Untersuchungen verbleibt genügend Raum für weiterführende Ideen, zur Erweiterung der vorgestellten Ansätze oder, um noch nicht geklärte Fragestellungen zu beantworten.

Bei den Kolloiden ist zum Beispiel eine Erweiterung um eine dritte Teilchensorte denkbar. Man könnte Para- und Diamagneten gezielt aufeinander zusteuern, sodass sich diese mit Hilfe von DNA-Fragmenten aneinander binden lassen. Die Hoffnung ist, dass es die Möglichkeit gibt die so entstandenen Quadrupole dann in eine dritte unabhängige Richtung wandern zu lassen. Damit wäre eine intrinsische, automatische Qualitätskontrolle der Reaktion implementiert, da nur erfolgreich gebundene Partikel in die neue Richtung wandern können.

Bei den Bakterien sind allein mit dem vorliegenden System viele weitere Experimente denkbar. Man könnte die gemachten Versuche mit variierender Schichtdicke oder mit anderen externen Feldern wiederholen. Dies würde zu einem besseren Verständnis, wie genau die Bakterien auf Magnetfelder reagieren, beitragen. Des Weiteren ist eine Intensivierung der Zusammenarbeit mit der Mikrobiologie Arbeitsgruppe von Prof. Dirk Schüler geplant. Das Ziel ist die Erweiterung des vorliegenden Systems. Es könnten zusätzlich Sauerstoff- oder Nährstoffgradienten eingebracht werden. Dies soll Aufschluss darüber geben, wie sich ein Bakterium unter dem konkurrierenden Einfluss von mehreren Reizen verhält.

7 Methoden

Abschließend wird in diesem Zusatzkapitel auf weitere Details, die die Vorbereitung, die Durchführung und die Auswertung der Experimente betreffen eingegangen. Diese Punkte wurden bisher ausgelassen, da sie für das Verständnis dieser Arbeit nicht von zentraler Bedeutung sind. Da sie zur Durchführung aber dennoch benötigt werden, sind sie in diesem Kapitel zusammengefasst.

Dies beinhaltet die Vor- und Nachbereitung der Granatfilme, die Behandlung der magnetotaktischen Bakterien und die Messung der Suszeptibilität des Ferrofluids.

7.1 Präparation der Granat Filme

Richtige Orientierung

Zur Durchführung der Experimente muss die Seite des Granatfilms, auf der sich die ferromagnetischen Beschichtung befindet, oben liegen. Dies stellt sicher, dass die Proben direkt darauf aufgebracht werden können und somit das Magnetfeld der Domänenstruktur spüren. Da die Filme transparent sind und die Schicht nur wenige Mikrometer dick ist, kann die richtige Orientierung mit bloßem Auge nicht erkannt werden. Im Polarisationsmikroskop ist aber die Domänenstruktur sichtbar. Folglich kann es verwendet werden, um die richtige Orientierung zu finden.

Dazu wird der Film auf den Objektträgertisch gelegt. Der Fokus soll sich dabei zunächst deutlich oberhalb befinden. Jetzt wird der Objektstisch nach oben gefahren. Damit wird zuerst die oben liegende Oberfläche fokussiert und kurz darauf die untere. Die Oberfläche mit der magnetischen Schicht kann leicht anhand der Domänenstruktur erkannt werden. Die andere ist aufgrund der Transparenz und der fehlenden Struktur schwer zu erkennen. Am leichtesten kann man diese Oberfläche an den Kanten oder an eventuell vorhandenen Kratzern oder anderen Beschädigungen ausmachen. Hat man nun beide Oberflächen gefunden und die Domänenstruktur liegt auf der oberen, hat der Film die richtige Orientierung. Ist dem nicht so muss er lediglich einmal gewendet werden.

Ist die richtige Orientierung einmal gefunden, ist es nicht notwendig diese Prozedur zu wiederholen. Die Kanten der Filme haben bei jedem Exemplar einen charakteristischen Verlauf oder auch kleine Einkerbungen beziehungsweise Beschädigungen (siehe Abbildung 3.1). Anhand der Lage dieser Merkmale relativ zur beschichteten Oberfläche kann die richtige Orientierung mit dem bloßen Auge jeder Zeit wieder gefunden werden.

Polymerbeschichtung

In einigen Experimenten mit den magnetotaktischen Bakterien wird eine als Abstandhalter dienende, ca. $1\ \mu\text{m}$ dicke Polymerschicht auf der Oberfläche der Granatfilme benötigt. Diese wird mit Hilfe von *Spin-Coating* aufgebracht.

Es wurden mehrere verschiedene Beschichtungen ausprobiert. Als relativ einfach zu handhaben stellte sich in Toluol gelöstes Polystyrol heraus. Das Toluol verflüchtigt sich beim Spin-Coaten und hinterlässt eine transparente Schicht Polystyrol. Deren Dicke konnte sehr gut über den in Toluol gelösten Polystyrol-Anteil eingestellt werden und lag

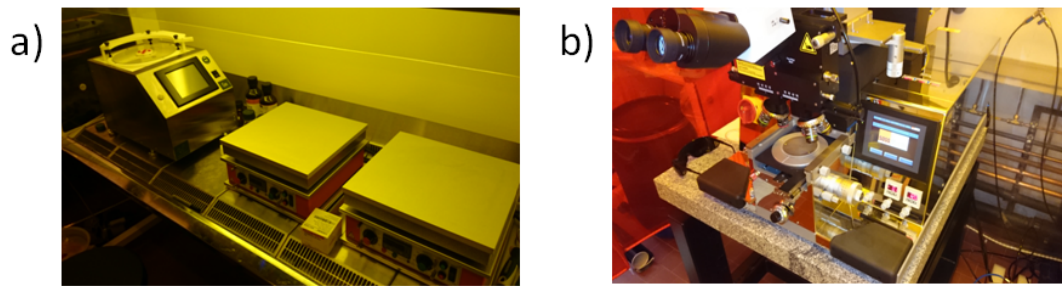


Abbildung 7.1: Ausstattung des Reinraums, die zur Beschichtung der Granatfilme verwendet wurde. a) Links ist der Spin-Coater zu sehen, rechts davon die beiden Heizplatten. b) Zur UV-Belichtung verwendeter Masc-Aligner.

zwischen $0,35 \mu\text{m}$ und $1,4 \mu\text{m}$. Allerdings war die mechanische Belastbarkeit dieser Beschichtung sehr gering. Spätestens die Reinigung der Filme zerstörte sie und erforderte ein erneutes aufbringen.

Deshalb wurde bevorzugt Fotolack zur Beschichtung verwendet. Dies sind optisch aktive Polymerverbindungen mit denen in der Fotolithographie räumliche Strukturen auf Mikrometerskala hergestellt werden können (für weitere Informationen siehe [52]). Die optische Aktivität des Lacks wird in diesem Fall zwar nicht benötigt, aber es stellte sich heraus, dass eine solche Beschichtungen die notwendige mechanische Belastbarkeit aufweist.

Es wurde der kommerziell verfügbare Fotolack *AZ-1512 HS* der Firma *AZ-Electronic-Materials* verwendet. Dieser wurde ebenfalls mit Hilfe von Spin-Coating aufgebracht. Dies geschah im Reinraum des Lehrstuhls Physikalische Chemie I an der Universität Bayreuth, in dem die benötigten Gerätschaften zur Verfügung standen. Die einzelnen Schritte der Prozedur werden im Folgenden vorgestellt.

Als erstes müssen die Granatfilme gründlich gereinigt werden. Dazu werden sie jeweils 15 Minuten zunächst in Azeton und anschließend in Isopropanol in einem Ultraschallbad behandelt und danach mit Druckluft getrocknet. Zum Spin-Coaten werden sie mit doppelseitigem Klebeband auf einer Halterung befestigt. Diese wird per Vakuum auf dem Drehteller des Spin-Coaters (Abbildung 7.1a) arretiert. Dabei ist auf eine zentrale Anbringung zu achten, damit der Film während der Drehung nicht davon geschleudert wird. Anschließend wird mit einer Pipette ein Tropfen des Fotolacks auf den Film gegeben und grob verteilt. Damit kann der eigentliche Beschichtungsprozess beginnen. Der Film wird innerhalb von 10 s auf die Zielgeschwindigkeit von 2000-6000 Umdrehungen pro Minute beschleunigt, hält diese Geschwindigkeit anschließend 30 s und bremst danach innerhalb von 10 s wieder ab. Nach dem Spin-Coaten wird der Film vorsichtig mit einem Skalpell von der Halterung abgelöst, um die noch nicht ausgehärtete Beschichtung nicht zu zerstören. Jetzt folgt 1 min bei 100°C auf der Heizplatte (Abbildung 7.1a). Dieser *Softbake* genannte Schritt lässt den ersten Teil des noch vorhandenen Lösungsmittels verdampfen. Danach wird der Film im Masc-Aligner (Abbildung 7.1b) für 8 s

einer UV-Strahlung der Intensität 20 mW/cm^2 ausgesetzt. Den Abschluss bilden weitere 50 s auf einer diesmal 115°C heißen Heizplatte (*Postbake*), um die letzten Reste des Lösungsmittels zu verdampfen.

Verschiedene Drehgeschwindigkeiten resultieren in unterschiedlichen Schichtdicken. Diese konnten mit einem Alpha-Step Messgerät bestimmt werden und betragen $1,6 \mu\text{m}$ (2000 rpm), $1,3 \mu\text{m}$ (4000 rpm) beziehungsweise $1,1 \mu\text{m}$ bei 6000 rpm.

Die so erstellten Beschichtungen waren erstaunlich robust und konnten über viele Versuchsreihen hinweg benutzt werden. Wird die Beschichtung nicht mehr benötigt, kann sie durch 15 minütige Behandlung mit Azeton in einem Ultraschallbad rückstandsfrei entfernt werden.

Erzeugung der gewünschten Symmetrie

Um die ungeordneten Domänenstrukturen in das hexagonale Blasenmuster oder das gerade Streifenmuster zu überführen werden geschickt modulierte Magnetfelder benötigt. Zur Herstellung des Blasenmuster wird ein externes Feld der Form

$$\vec{H}^{ext} = \begin{pmatrix} H_{\parallel} \cos(\omega t) \\ H_{\parallel} \sin(\omega t + \phi) \\ H_z(t) \end{pmatrix}$$

mit $H_{\parallel} = 6,5 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ und $\omega = 126 \frac{1}{\text{s}}$ verwendet. Begonnen wird mit einem senkrechten Feld $H_z(t=0) = 7 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ (entspricht bei den verwendeten Granatfilmen $\sim 0,7M_S$) und $\phi = 0$. Es bilden sich erste Blasendomänen auf dem Film aus. Wartet man hinreichend lange, erhält man ein sehr regelmäßiges hexagonales Muster.

Jetzt wird damit begonnen H_z zu reduzieren. Dies muss äußerst langsam erfolgen, um die Regelmäßigkeit des Gitters zu erhalten. Das Feld wird mit einer Rate $\dot{H}_z = -10 \frac{\text{A}}{\text{ms}}$ bis $H_z(t_{final}) = 1 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ gesenkt. Währenddessen scannt die Phase ϕ einmal pro Minute langsam das Intervall $[0, 2\pi]$ ab. Dies hilft dabei bereits entstandene Gitterdefekte wieder zu beheben. Schaltet man nun das externe Feld komplett ab, verbleibt ein über relativ große Bereiche regelmäßiges Blasengitter, wie es in Abbildung 7.2 zu sehen ist. Das entstandene Muster ist aber nur metastabil. Beim Anlegen starker senkrechter Felder $H_z > 0,75M_S$ wird es wieder zerstört. Der gesamte Vorgang muss dann erneut durchgeführt werden. Auch die mechanische Belastung beim Reinigen der Filme kann ausreichen, um das Gitter in den ungeordneten Zustand relaxieren zu lassen.

Für ein Muster mit geraden Streifen wird eine ähnliche Modulation

$$\vec{H}^{ext} = \begin{pmatrix} 0 \\ H_{\parallel} \cos(\omega t) \\ H_z(t) \end{pmatrix}$$

mit $H_{\parallel} = 6,5 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ und $\omega = 320 \frac{1}{\text{s}}$ verwendet. In diesem Fall ist die y-Richtung, entlang der die Streifen später verlaufen, ausgezeichnet. Das senkrechte Feld wird wieder ausgehend

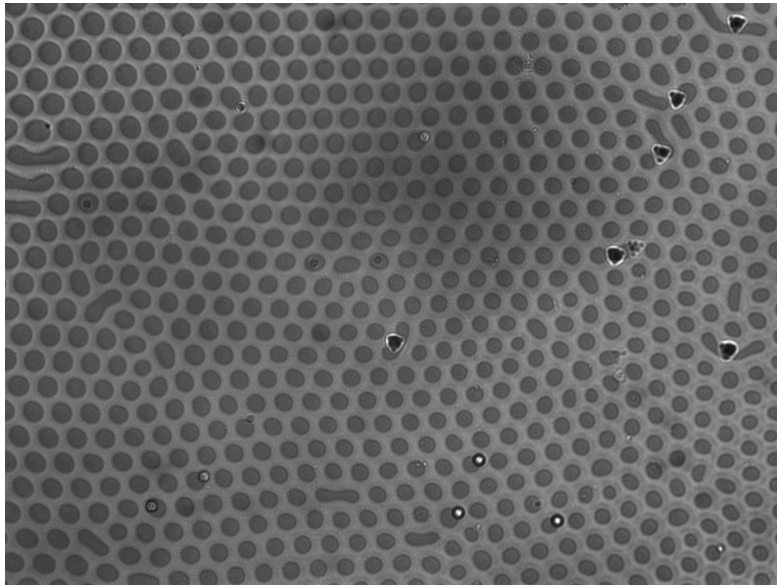


Abbildung 7.2: Polarisationsmikroskopie-Aufnahme eines Granatfilms mit hexagonaler Domänenstruktur. Bis auf wenige Störstellen ist das Gitter sehr regelmäßig. Die hellen Kugeln sind Kolloide, die sich auf dem Film befinden. Die dunklen Stellen sind Beschädigungen an der Oberfläche des Granatfilms.

von $H_z(t=0) = 7 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ mit einer diesmal deutlich höheren Rate $\dot{H}_z = -80 \frac{\text{A}}{\text{ms}}$ reduziert. Das Ergebnis ist ein metastabiles Streifengitter, wie es zum Beispiel in Abbildung 5.4 zu sehen ist.

Reinigung

Um perfekte Versuchsbedingungen zu schaffen mussten die Filme nach jedem Versuch von störenden Rückständen der Probe befreit werden. Dabei machte vor allem das Ferrofluid Probleme, da sich die darin enthaltenen Nanoteilchen auf der Filmoberfläche festsetzten. Um diese wieder zu entfernen wurde folgende Prozedur angewendet:

1. Der Film wurde mit Reinstwasser gespült, um erste grobe Rückstände zu entfernen. Dies wurde nach jedem der folgenden Schritte wiederholt.
2. Mit einem in Reinstwasser getränktem *KIM-TECH* Science Tuch wurde mehrmals über die Oberfläche gewischt. Dabei musste äußerst vorsichtig vorgegangen werden, um die empfindlichen Filme nicht zu beschädigen oder zu zerstören.
3. Schritt 2 wurde mit Azeton statt Reinstwasser wiederholt.
4. Schritt 2 wurde nochmals wiederholt, dieses mal mit Chloroform.

Spätestens nach zweimaliger Wiederholung aller Schritte war der Film in den meisten Fällen komplett von Rückständen befreit.

Nur nach längeren Versuchsreihen, bei denen es vorkam, dass die Schicht eintrocknete, mussten weitere Schritte ergriffen werden. Im Anschluss an oben genannte Schritte wurde der Film dreimal jeweils für 10 Minuten im Ultraschallbad behandelt. Zunächst mit Reinstwasser, danach mit verdünnter Salzsäure (1 M) und abschließend nochmals mit Reinstwasser.

Bei Versuchen mit den Bakterien war die Reinigung wesentlich einfacher. Es reichten die Schritte 1 und 2 aus, um ein hervorragendes Ergebnis zu erzielen. War eine Polymerbeschichtung aufgebracht, musste allerdings auch darauf geachtet werden, dass der Film nicht mit Azeton in Kontakt kommt, da dies die Beschichtung beschädigen kann.

7.2 Magnetotaktische Bakterien unter Laborbedingungen

Die Kultivierung der magnetotaktischen Bakterien im Labor ist ein äußerst schwieriges Unterfangen mit dessen Optimierung sich die Mikrobiologie bereits ausgiebig beschäftigt hat. In [53] entwickelten Heyen und Schüler eine Methode die besonders gutes Wachstum verspricht. Die Umsetzung ist aber sehr kompliziert. Die Bakterien benötigen für gutes Wachstum und Bildung vieler Magnetosomen eine genau definierte Nährlösung aus vielen verschiedenen Komponenten. Zudem müssen Sauerstoffgehalt und Temperatur in einem wohldefiniertem Bereich liegen. Darüber hinaus sollte das Ganze unter sterilen Bedingungen stattfinden um die Verunreinigung mit anderen Bakterien, zum Beispiel aus der Luft, zu verhindern.

Dankenswerterweise wurde dies komplett von der Arbeitsgruppe um Prof. Dirk Schüler, der seit April 2014 den Lehrstuhl für Mikrobiologie an der Universität Bayreuth leidet, übernommen. Sie stellten einmal wöchentlich eine Lieferung der Bakterien in Nährlösung zur Verfügung. Das magnetische Moment als auch die Länge unterliegen natürlichen Schwankungen. Die verwendeten Bakterien hatten Längen zwischen $3\ \mu\text{m}$ und $7\ \mu\text{m}$.

Trotz ihrer großen Erfahrung mit magnetotaktischer Bakterien gab es diverse Probleme bei deren Kultivierung. So schwankte die Konzentration an Bakterien, deren durchschnittliches magnetisches Moment als auch der Anteil an beweglichen Bakterien sehr stark. Konzentrationsschwankungen konnten durch Verdünnung mit reiner Nährlösung aufgefangen werden. Aber der oft sehr große Anteil an leblosen Bakterien und die manchmal sehr geringe durchschnittliche Magnetisierung machten die Erstellung reproduzierbarer Ergebnisse sehr schwer. Messungen in denen die Bakterien deshalb ein deutlich abweichendes Verhalten zeigten wurden aussortiert. Insgesamt ist die (quantitative) Reproduzierbarkeit der extrahiert Daten zumindest unter verschiedenen Lieferungen nur bedingt gegeben.

Die Vorbereitung der Bakterien für die eigentlichen Experimente war dafür einfach. Die Nährlösung mit Bakterien wurde, nach eventueller Verdünnung mit reiner Nährlösung, mit einer sterilen Pipette auf den Granatfilm gegeben. Dennoch war die Lebensdauer der Bakterien unter den hiesigen Laborbedingungen sehr begrenzt. In Nährlösung im Kühlschrank war nach zwei bis drei Tagen der größte Anteil der Bakterien Tod. Nach Auftragen auf die Granatfilme ging dies noch wesentlich schneller. Nach etwa 20 min war der Anteil beweglicher Bakterien bereits deutlich unter die Hälfte des Ausgangswerts gesunken. Um verfälschte Ergebnisse durch die nachlassende Beweglichkeit zu vermeiden wurden die Bakterien spätestens nach 10 min ersetzt.

7.3 Ferrofluid und Suszeptibilitätsmessung

Ferrofluid ist ein komplexes Gemisch, bestehend aus einer Trägerflüssigkeit (in diesem Fall Wasser) in der magnetische Nanopartikel enthalten sind. Dies sind bis zu 10 nm große Ferrit (Fe_3O_4) Kristalle. Bei der Stärke und der Frequenz der hier verwendeten Felder kann angenommen werden, dass es sich auf den betrachteten Längenskalen (μm) wie eine normale Flüssigkeit mit einer Suszeptibilität $\chi_{pur} = 1,5$ verhält. Abweichendes Verhalten ist nur direkt auf der Oberfläche der Granatfilme zu beobachten. Die Magnetfelder divergieren an den Domänengrenzen, was dazu führt, dass sich die Nanopartikel dort anlagern. Dies verändert das Magnetfeld an diesen Stellen. Da die Kolloide aber in einer wesentlich größeren Höhe sind, beeinflusst dieser Effekt deren Bewegung nicht und wird deshalb vernachlässigt.

Die Suszeptibilität $\chi_{pur} = 1,5$ des Ferrofluids wird vom Hersteller angegeben. Daraus könnte theoretisch, mit Hilfe des Verdünnungsgrads, die Suszeptibilität χ_f der Probe berechnet werden. Das Problem ist allerdings, dass das Ferrofluid bereits einige Jahre alt ist. Vor allem bei wasserbasierten Ferrofluiden kann dies dazu führen, dass die Suszeptibilität durch Sedimentation der Nanopartikel abnimmt. Aus diesem Grund wurde die Suszeptibilität gemessen und nicht berechnet.

Die Messung wurde über die Bestimmung des magischen Winkels durchgeführt (vgl.

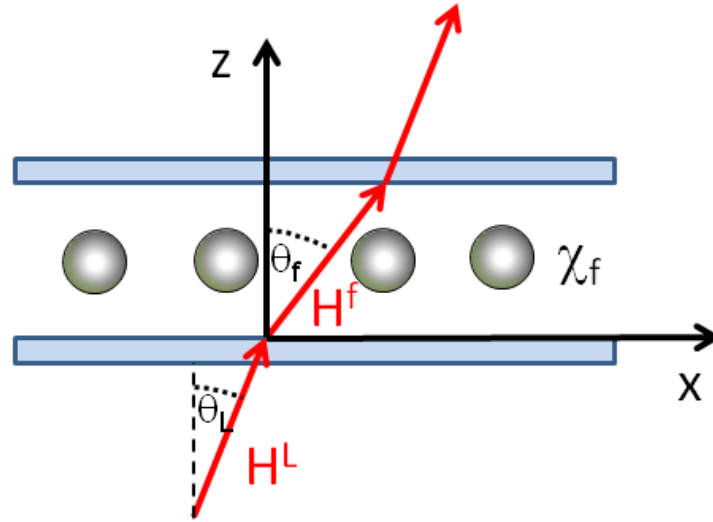


Abbildung 7.3: Schematische Skizze zur Messung des magischen Winkels. Für $\theta_f > \theta_m$ ist die Wechselwirkung der Paramagneten anziehend, darunter wird sie abstoßend. Außerdem ist zu sehen, wie das um die z -Achse präzedierende Feld beim Übergang ins Ferrofluid von dieser weg gebrochen werden.

[54]). Dazu wird das Ferrofluid-Kolloid-Gemisch ohne Granatfilm verwendet. Die Betrachtung wird auf eine Sorte der Teilchen, die Paramagneten, eingeschränkt. Zunächst wird ein in der x - y -Ebene rotierendes Feld mit der Amplitude $H_{\parallel}^L = 430 \text{ A/m}$ und einer Kreisfrequenz $\Omega = 78 \text{ s}^{-1}$ angelegt, wobei dies die Feldstärke in Luft ist. Beim Übergang ins Ferrofluid müssen die entsprechenden Randbedingungen beachtet werden, welche dazu führen, dass das Feld an der Grenzfläche gebrochen wird (siehe Abbildung 7.3). Die Dipol-Dipol-Wechselwirkung (vgl. Gleichung (2.41)) der Paramagneten ist anziehend und es bilden sich kleine Cluster aus mehreren Paramagneten. Nun wird langsam die z -Komponente erhöht. Überschreitet man im Ferrofluid den magischen Winkel $\theta_m = 54,7^\circ$ verschwindet die attraktive Wechselwirkung zwischen den Dipolen. Damit beginnen die Cluster auseinander zu brechen. Dies konnte bei einem senkrechten Feld $H_{\perp}^L = (480 \pm 100) \text{ A/m}$ beobachtet werden.

Für die Felder im Ferrofluid gilt $H_{\parallel}^f = H_{\parallel}^L$ und $H_{\perp}^f = \frac{1}{1+\chi_f} H_{\perp}^L$, womit beim Auseinanderbrechen der Cluster folgender Zusammenhang gilt:

$$\tan(\theta_m) = \tan(\theta_f) = \frac{H_{\parallel}^f}{H_{\perp}^f} = \frac{H_{\parallel}^L}{H_{\perp}^L} (1 + \chi_f). \quad (7.1)$$

Da alle Größen bekannt sind oder gemessen wurden, kann daraus die Suszeptibilität

$$\chi_f = 0,6 \pm 0,2 \quad (7.2)$$

der verwendeten Probe bestimmen werden.

Literatur

- [1] J. Howard: Molecular motors: structural adaptations to cellular functions, *Nature* **389** 561-567 (1997).
- [2] S. Hunklinger: Festkörperphysik, Oldenbourg Verlag, München (2007).
- [3] M. Z. Hasan, C. L. Kane: Colloquium: Topological Insulators, *Rev. Mod. Phys.* **82** 3045(2010).
- [4] D. Mark, S. Haeberle, G. Roth, F. von Stetten, R. Zengerle: Microfluidic lab-on-a-chip platforms: requirements, characteristics and applications, *Chem. Soc. Rev.* **39** 1153-1182 (2010).
- [5] H. A. Stone, A. D. Stroock, A. Ajdari; Engineering Flows in Small Devices: Microfluidics Toward a Lab-on-a-Chip, *Annu. Rev. Fluid. Mech.* **36** 381-411 (2004).
- [6] Y. Hiratsuka, T. Tada, K. Oiwa, T. Kanayama, T. Q. P. Uyeda: Controlling the Direction of Kinesin-Driven Microtubule Movements along Microlithographic Tracks, *Biophys. Jour.* **81** 1555-1561 (2001).
- [7] J. Sauvage: Transition Metal-Containing Rotaxanes and Catenanes in Motion: Toward Molecular Machines and Motors, *Acc. Chem. Res.* **31** 611-619 (1998).
- [8] P. Tierno, S. V. Reddy, M. G. Roper, T. H. Johansen, T. M. Fischer: Transport and Separation of Biomolecular Cargo on Paramagnetic Colloidal Particles in a Magnetic Ratchet, *J. Phys. Chem. B* **112** 3833-3837 (2008).
- [9] P. Tierno, F. Sagués, T. H. Johansen, Th. M. Fischer: Colloidal Transport on magnetic garnet films, *Phys. Chem. Chem. Phys.* **11** 9615-9625 (2009).
- [10] J. M. Robertson: Liquid Phase Epitaxy of Garnets, *Journal of Crystal Growth* **45** 233-242 (1978).
- [11] L. D. Landau, E. M. Lifschitz: Elektrodynamik der Kontinua, 5. Auflage, Akademie Verlag, Berlin (1990).
- [12] P. Dahr, Y. Cao, T. Kline, P. Pal, C. Swayne, Th. M. Fischer, B. Miller, Th. M. Mallouk, A. Sen, T. H. Johansen: Autonomously Moving Local Nanoprobes in Heterogeneous Magnetic Fields, *J. Phys. Chem. C* **111** 3607-3613 (2007).
- [13] P. Tierno, Th. M. Fischer: Excluded Volume Causes Integer and Fractional Plateaus in Colloidal Ratchet Currents, *Phys. Rev. Lett.* **112** 048302 (2014).
- [14] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol, H. Mühlig: Taschenbuch der Mathematik, 5. Auflage, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main (2000).

- [15] S. Köhler, J. Lehmann, P. Hänggi: Driven quantum transport on the nanoscale, *Phys. Rep. Rev. - Phys. Lett.* **406** 379-443 (2005).
- [16] C. J. Olson, C. Reichhardt, F. Nori: Nonequilibrium Dynamic Phase Diagram for Vortex Lattices, *Phys. Rev. Lett.* **81** 3757-3760 (1998).
- [17] P. Tierno, T. H. Johansen, Th. M. Fischer: Localized und Delocalized Motion of Colloidal Particles on a Magnetic Bubble Lattice, *Phys. Rev. Lett.* **99** 03803 (2007).
- [18] P. Dhar, P. Tierno, J. Hare, T. H. Johansen, Th. M. Fischer: Curvature Driven Transport of Mouse Macrophages in a Pulsating Magnetic Garnet Film Ratchet, *J. Phys. Chem. B* **111** 13097-13100 (2007).
- [19] P. Reimann: Brownian Motors: Noisy Transport far from Equilibrium, *Phys. Rep.* **361** 57-265 (2002).
- [20] P. Reimann, P. Hänggi: Introduction to the physics of Brownian motors, *Applied Physics A* **75** 169-178 (2002).
- [21] C. R. Doering, W. Horsthemke, J. Riordan: Nonequilibrium Fluctuation Induced Transport, *Phys. Rev. Lett.* **72** Number 19 (1994).
- [22] F. Marchesoni: Transport properties in disordered ratchet potentials, *Phys. Rev. E* **56** Number 3 (1997).
- [23] S. Savel'ev, F. Marchesoni, F. Nori: Stochastic transport of interacting particles in periodically driven ratchets, *Phys. Rev. E* **70** 061107 (2004).
- [24] J. H. Spurk, N. Aksel: Strömungslehre, Springer, Berlin (2007).
- [25] H. E. Knoepfel: Magnetic Fields, John Wiley & Sons, New York (2000).
- [26] J. D. Jackson: Classical Electrodynamics, Second Edition, John Wiley & Sons, New York (1975).
- [27] R. P. Blakemore: Magnetotactic Bacteria, *Science* **190** 377-379 (1975).
- [28] D. A. Bazylinski, R. B. Frankel: Magnetosome Formation in Prokaryotes, *Nature Reviews Microbiology* **Vol 2** 217-230 (2004).
- [29] E. Wajnberg, L. H. Salvo de Souza, H. G. P. Lins de Barros, D. M. S. Esquivel: A Study of Magnetic Properties of Magnetotactic Bacteria, *Biophys. J.* **Vol 50** 451-455 (1986).
- [30] A. J. Kalmijn, R. P. Blakemore: The Magnetic Behavior of Mud Bacteria, Proceedings in Life Science, Animal Migration, Navigation and Homing S. 354-355; K. Schmidt-König, W. T. Keeton, Eds.; SpringerVerlag, Berlin (1978).

- [31] F. Popp, J. P. Armitage, D. Schüler: Polarity of bacterial magnetotaxis is controlled by aerotaxis through a common sensory pathway, *Nature Communications* **5** 5398 (2014).
- [32] T. Bohlein: Dynamik an Grenzflächen, Universität Bayreuth, Diplomarbeit (2009).
- [33] L. E. Helseth, H. Z. Wen, Th. M. Fischer, T. H. Johansen: Adsorption and diffusion in a one-dimensional potential well, *Phys. Rev. E* **68** 011402 (2003).
- [34] S. Morokin: selbstassemblierte kolloidale Organelle, Universität Bayreuth, Bachelorarbeit (2013).
- [35] M. Nakahara: Geometry, Topology and Physics, Adam Hilger, Bristol and New York (1990).
- [36] K. von Klitzing, G. Dorda, M. Pepper: New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 (1980).
- [37] C. L. Kane, E. J. Mele: Quantum Spin Hall Effect in Graphene, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 226801 (2005).
- [38] B. A. Bernevig, T. L. Hughes, S. Zhang: Quantum Spin Hall Effect and Topological Phase Transition in HgTe Quantum Wells, *Science* **314** 1757-1761 (2006).
- [39] R. Gross, A. Marx: Festkörperphysik, Walter de Gruyter, Berlin (2014).
- [40] C. L. Kane, T. C. Lubensky: Topological Boundary Modes in Isostatic Lattices, *Nat. Phys.* **10** 39 (2014).
- [41] J. Paulose, B. G. Chen, V. Vitelli: Topological modes bound to dislocations in mechanical metamaterials, *Nat. Phys.* **11** 153 (2015).
- [42] T. Kitagawa, E. Berg, M. Rudner, E. Demler: Topological Characterization of periodically driven quantum systems, *Phys. Rev. B* **82** 235114 (2010).
- [43] M. S. Rudner, N. H. Lindner, E. Berg, M. Levin: Anomalous Edge States and the Bulk-Edge Correspondence for Periodically Driven Two-Dimensional Systems, *Phys. Rev. X* **3** 031005 (2013).
- [44] S. Köhler, J. Lehmann, P. Hänggi: Driven quantum transport on the nanoscale, *Phys. Rep. Rev.-Phys.Lett.* **406** 379-443 (2005).
- [45] S. M. Simon, C. S. Peskin, G. F. Oster: What drives the translocation of proteins, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* **89** 3770-3774 (1992).
- [46] P. T. Korda, M. B. Taylor, D. G. Grier: Kinetically Locked-In Colloidal Transport in an Array of Optical Tweezers, *Phys. Rev. Lett.* **89** 128301 (2002).

- [47] T. S. Shimizu, N. Delalez, K. Pichler, H. C. Berg: Monitoring bacterial chemotaxis by using bioluminescence resonance energy transfer: Absence of feedback from the flagellar motors, *Proc. Nat. Acad. Sci USA* **103** 2093 (2006).
- [48] X. Zhu, X. Ge, N. Li, L. Wu, C. Luo, Q. Ouyang, Y. Tu, G. Chen: Angle sensing in magnetotaxis of *Magnetospirillum magneticum* AMB-1, *Integrative Biology* **6** 706-713 (2014).
- [49] L. M. Gonzalez, W. C. Ruder, A. P. Mitchell, W. C. Messner, P. LeDuc: Sudden motility reversal indicates sensing of magnetic field gradients in *Magnetospirillum magneticum* AMB-1 strain, *ISME Journal* 1-11 (2014).
- [50] L. Turner, W. S. Ryu, H. C. Berg: Real Time Imaging of Fluorescent Flagellar Filaments, *Journal of Bacteriology* **182** No. 10 (2000).
- [51] L. Xie, T. Altindal, S. Chattopadhyay, X. Wu: Bacterial flagellum as a propeller and as a ruder for efficient chemotaxis, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* **108** 2246 (2011).
- [52] C. Mack: *Fundamental Principles of Optical Lithography*, John Wiley & Sons, Chichester (2007).
- [53] U. Heyen, D. Schüler: Growth and magnetosome formation by microaerophilic *Magnetospirillum* strains in an oxygen-controlled fermentor, *Appl. Microbiol. Biotechnol.* **61** 536-544 (2003).
- [54] A. Ray, Th. M. Fischer: Magnetic Field Controlled Composite Paramagnetic-Diamagnetic Colloidal Phases, *J. Phys. Chem. B* **116** 8233-8240 (2012).

Erklärung

Hiermit versichere ich, Johannes Löhr, geboren am 12.10.1989 in Bayreuth, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst habe. Es wurden keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt. Alle Stellen der Arbeit, die wörtlich oder sinngemäß aus anderen Quellen übernommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde zur Erlangung eines akademischen Grades vorgelegt.

Bayreuth, den 25. März 2015

Johannes Löhr