

Topologisch geschützter Transport von harten Magneteilchen versus geometrisch bestimmter Transport von weichen Magnetpartikeln

Masterarbeit aus dem Fachbereich Physik
der Universität Bayreuth
vorgelegt von

Anna Rossi

Gutachter: Prof. Dr. Thomas Fischer
Lehrstuhl für Experimentalphysik V
Tag der Einreichung: 22. Juni 2020

Zusammenfassung

Der Übergang von einem dissipativen System mit geometrisch bestimmten Transporteigenschaften zu einem System mit topologisch geschütztem Transport ist relevant, wenn es darum geht, welche Parameter wichtig sind, um Transport robust zu gestalten. In dieser Arbeit wird gezeigt, wie der topologisch geschützte Transport von Stahlkugeln um eine Einheitszelle in einem makroskopischen magnetischen System zu einem geometrisch bestimmten Transport von Ferrofluid Tropfen wird, wenn anstelle eines Festkörpers weiche Materie transportiert wird. Der Hauptunterschied zwischen stabilen Objekten und Flüssigkeitstropfen ist der, dass sich ein Ferrofluidtropfen in zwei oder mehr Tropfen teilen kann. Dieser fundamentale Unterschied verändert die Transporteigenschaften des Systems essentiell.

Um dies zu untersuchen, werden in dieser Arbeit die Transporteigenschaften auf einem zweidimensionalen, hexagonalen Magnetmuster experimentell und theoretisch untersucht. Dabei wird auf den Transport von i) einer einzelnen Stahlkugel, ii) zwei Kugeln aus einem Wachs/Magnetit Gemisch und iii) Ferrofluidtropfen in einer Flüssigkeit, welche sich nicht mit Ferrofluid vermischt, eingegangen. Der Transport all dieser Objekte wird erreicht, indem ein externes, permanentes Magnetfeld auf einem geschlossenen Modulationspfad um das zweidimensionale Magnetmuster geführt wird. Der Transport von einem und auch von zwei Teilchen ist topologisch geschützt und kann durch diskrete Verschiebungen der Teilchen charakterisiert werden, wenn kontinuierlich durch die Familien von Modulationspfaden gefahren wird. Die Richtung und die Art des Transportes kann durch die Anzahl an Umläufen des Modulationspfades, den sog. *winding numbers*, um gewisse Punkte im *control space* C , der Raum aller möglichen Richtungen des externen Magnetfeldes, charakterisiert werden. Die Anzahl an *winding numbers*, welche für die Charakterisierung des topologisch geschützten Transportes wichtig sind, erhöht sich mit der Anzahl an Teilchen pro Einheitszelle. Werden jedoch viele Teilchen pro Einheitszelle transportiert, so ist der Transport nicht länger topologisch geschützt. Dies ist der Fall für eine makroskopische Ansammlung magnetischer Nanopartikel in einem Ferrofluidtropfen, für den der Transport, statt topologisch geschützt, geometrisch bestimmt ist.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
2	Beschreibung des Experiments	9
3	Ergebnisse	13
3.1	Grundlagen	13
3.2	Transport einer Stahlkugel	15
3.3	Transport der Ferrofluid Tropfen	16
3.4	Transport von zwei Teilchen pro Einheitszelle	21
3.5	Nettoverschiebung	22
4	Fazit	25
	Abbildungsverzeichnis	29
	Literaturverzeichnis	29

1 Einleitung

Wenn ein System adiabatisch getrieben wird, dann ändert sich sein Zustand langsamer als jede Relaxationszeit des Systems. Somit beschreibt der Zustand eines klassischen Systems den selben Pfad, unabhängig von der Geschwindigkeit des Antriebs. Auch quantenmechanische Systeme folgen bis auf eine globale dynamische Phase, die nicht gemessen werden kann, dem selben Pfad [1]. Messbare Größen sind im adiabatischen Grenzfall somit geometrische Größen, da sie allein durch den Pfad bestimmt werden können, ohne dass Wissen von den zeitlichen Abläufen der Pfade vorliegt. In einem periodisch getriebenen System beispielsweise ist der Transport von Teilchen pro Periode proportional zu der geometrischen Größe, die den Pfad des antreibenden Feldes bestimmt [2, 3, 4].

Die Fläche, die der Pfad umspannt, ist eine geometrische Größe, die sich kontinuierlich ändert, wenn der Kontrollpfad, mit dem das System getrieben wird, verändert wird. Ist dieser Kontrollpfad durch Symmetrien oder andere Bedingungen beeinflusst, können die geometrischen Größen zu globalen, diskreten Größen werden. Dann hat eine Familie von Pfaden die gleiche topologische Invariante und der Transport ändert sich bei einem Wechsel zwischen zwei Pfad-Familien mit unterschiedlichen topologischen Invarianten somit nicht mehr kontinuierlich, sondern diskret [5]. Der Transport ist damit topologisch geschützt und somit robust. Aus diesem Grunde ist es von Bedeutung, den Übergang von anfällig und geometrisch in robust und topologisch geschützten Transport zu betrachten und zu verstehen, damit der Transport robust gestaltet werden kann.

In [6, 7, 8, 9, 10, 11] wurde gezeigt, dass sowohl in vielen klassischen als auch quantenmechanischen Systemen der Übergang von geometrischem zu topologischem Transport über den Grand an Dissipation, welcher aufgrund der Wechselwirkung zwischen den Zuständen des Systems auftritt, beschrieben werden kann. Allerdings konnte in [12, 13, 14, 15, 16] gezeigt werden, dass es sowohl nicht-hermitesche quantenmechanische Zustände als auch dissipative klassische Systeme gibt, deren Transport topologisch geschützt ist. Hierbei bedingt gerade die Dissipation den topologisch

1 Einleitung

geschützten Transport. Somit ist der Übergang von geometrisch zu topologisch für jedes System unterschiedlich.

Das Ziel dieser Arbeit ist es zu zeigen, dass topologisch geschützte Transportphänomene auch in Systemen mit weicher Materie eine Rolle spielen. Es wird gezeigt, dass der Transport von Teilchen mit einer makroskopischen und magnetischen Teilchenpumpe, die paramagnetische oder leicht magnetische Teilchen über ein Magnetmuster bewegt, topologisch geschützt ist, wenn eine kleine Menge an Teilchen pro Einheitszelle transportiert wird. Der Transport ist robust für jene Modulationspfade des treibenden, homogenen externen Magnetfeldes, die die gleiche topologische Invariante haben.

2 Beschreibung des Experiments

Das System besteht aus einem zweidimensionalen, hexagonalen Magnetmuster, welches aus Magneten mit entgegengesetzter Magnetisierung zusammengesetzt ist, welches ich bereits für meine vorangegangene Bachelorarbeit [17] erstellt habe (Abb. 1a). Durch das Muster entsteht ein zweidimensionales magnetisches Potential, das auf paramagnetische Objekte, welche sich in einem festen Abstand zu dem Magnetmuster befinden, wirkt. Das Potential ist eine Funktion der Position $\mathbf{x}_A \in \mathcal{A}$ des paramagnetischen Objekts im *action space* \mathcal{A} . Der *action space* ist dabei jene Ebene, welche parallel zum Magnetmuster liegt und in der sich die Objekte befinden. Außerdem wird dem System ein homogenes externes Magnetfeld hinzugefügt. Somit hängt das Gesamtpotential parametrisch von der Richtung des überlagerten externen Magnetfeldes ab. Paramagnetische Objekte, wie magnetisch weiche Kugeln und Ferrofluid Tropfen, bewegen sich im *action space*, wenn sich das Potential adiabatisch verändert, indem die Richtung des homogenen externen Feldes verändert wird.

Das zweidimensionale, hexagonale Magnetmuster wurde aus einem Arrangement von NbB Magneten zusammengesetzt. Das magnetische hexagonale Gitter (Abb. 1a) besteht aus großen (g) und kleinen (k) zylindrischen Magneten mit einer Höhe von $h = 2$ mm, Durchmesser $d_g = 3$ mm und $d_k = 2$ mm, sowie Remanenzen $\mu_0 M_g = 1.19$ T und $\mu_0 M_k = 1.35$ T, wobei μ_0 die Permeabilität des Vakuums ist. Die großen Magnete haben eine nach oben zeigende Magnetisierung. Diese sind jeweils von sechs kleinen Magneten mit entgegengesetzter Magnetisierungsrichtung umgeben. Die großen Magnete sind durch die silbernen Magnete in Abb. 1a beziehungsweise durch die roten Bereiche in Abb. 1b dargestellt, die kleinen Magnete durch die schwarzen Magnete in Abb. 1a und die grünen Bereiche in Abb. 1b.

Das Arrangement ist so aufgebaut, dass die primitive Einheitszelle des Musters einem Hexagon mit einer C_6 Symmetrie entspricht, dessen Ecken in der Mitte der kleinen Magnete liegen (Abb. 1b). Somit enthält jede Einheitszelle einen großen und zwei kleine Magnete. Das resultierende Gitter mit drei primitiven Gittervektoren der Länge $a = 4.33$ mm ist ohne externes Magnetfeld mechanisch metastabil. Damit das

2 Beschreibung des Experiments

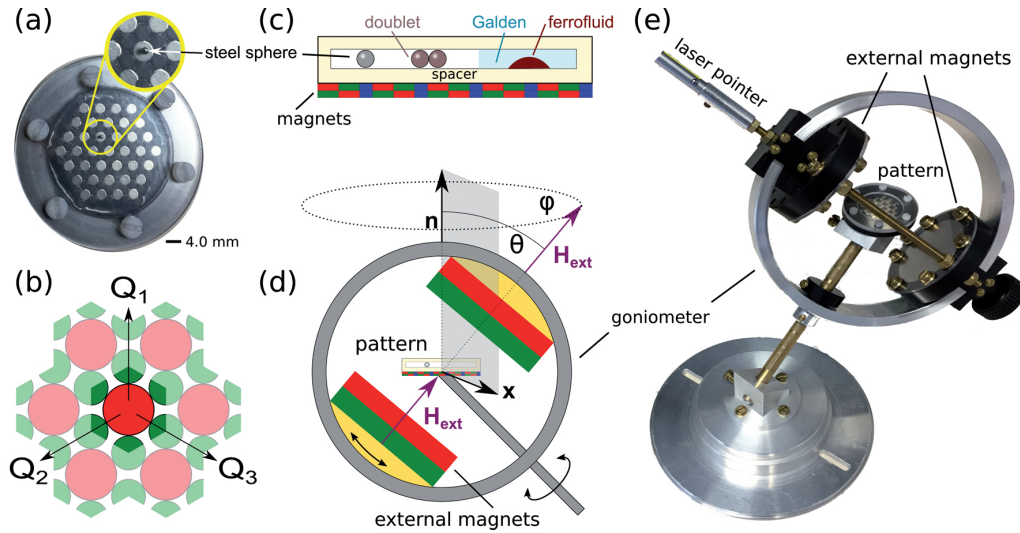


Abbildung 1: Experimenteller Aufbau: (a) Draufsicht auf das hexagonale Magnetmuster. Der Ausschnitt ist eine Nahansicht der transportierten Stahlkugel. (b) Schema der Position und Orientierung der Magnete. Silberne Bereiche in der Probe (rote Bereiche im Schemata) haben eine nach oben gerichtete Magnetisierung, schwarze (grüne) Bereiche eine nach unten gerichtete Magnetisierung. Bei den Vektoren \mathbf{Q}_1 bis \mathbf{Q}_3 handelt es sich um die primitiven reziproken Gittervektoren. (c) Seitenansicht des Magnetmusters und der Kammer mit entweder einer Stahlkugel, zwei Wachs-Magnetit-Kugeln oder einer Galden-Ferrofluid Zusammensetzung. (d) Schematische Darstellung des Goniometers und der externen Magnete, welche die Probe umgeben. (e) Ein Photo des Aufbaus.

Muster auch in Gegenwart eines externen Feldes stabil ist, wurde das Magnetmuster mit Epoxidharz, welches in die Hohlräume und die zweidimensionalen Umgebung des Magnetmusters gefüllt wurde, stabilisiert. Das Muster wird auf einen Träger gelegt und mit einem transparenten PMMA Abstandhalter mit einer Dicke von $z = 1 - 1.5$ mm abgedeckt (Abb. 1c). Dieser kann mit PTFE besprüht werden, um die Benetzung mit den Ferrofluidtröpfchen zu verhindern. Zusätzlich kann eine weiß beleuchtete Folie unter den PMMA Abstandhalter gelegt werden, um ein besseres Kamerabild zu gewährleisten.

Das gesamte Magnetfeld ist die Summe aus dem Beitrag des Feldes \mathbf{H}_p des magnetischen Musters und dem externen Beitrag \mathbf{H}_{ext}

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_p + \mathbf{H}_{ext}. \quad (2.1)$$

Die potentielle Energie eines paramagnetischen Objekts im gesamten Magnetfeld \mathbf{H}

ist proportional zu dem Quadrat des Magnetfeldes

$$U(\mathbf{x}_A) \propto -\mathbf{H}^2, \quad (2.2)$$

und kann in eine diskrete Fourier-Reihe von Beiträgen von reziproke Gittervektoren zerlegt werden [13, 18]. Die Fourier-Reihe des Potentials, ausgewertet in einer Ebene über dem Feld und parallel zum Feld, ist das Quadrat der Fourier-Reihe der Magnetisierung des Musters mit exponentiell gedämpften Fourierkoeffizienten, erweitert um das externe Feld. Da es eine Funktion des Abstandes ist, tragen die Fourier-Koeffizienten höherer Ordnung weniger bei als jene mit kleineren reziproken Vektoren. Bei dem Abstand, welcher im Experiment gewählt wurde (vergleichbar mit der Länge der Einheitszelle des Musters), sind nur die "universellen" Beiträge der niedrigsten, nicht-trivialen reziproken Gittervektoren zum Potential relevant [13, 18]. Der Abstandshalter (Abb. 1c) ist nötig, damit das Potential universell ist, da dann nur die Symmetrie und nicht die Details des Musters eine Rolle spielen.

Auf den Abstandshalter wird entweder eine Stahlkugel mit einem Durchmesser von $2r = 1$ mm oder zwei Kugeln mit je einem Durchmesser von $2r = 0.5$ mm, die aus einer Mischung aus Bienenwachs und Magnetitpulver mit einem Gewichtsverhältnis von 10 : 1 bestehen, gesetzt. Alternativ wird eine geschlossene Kammer mit einer Mischung aus nichtmagnetischem Fluid (Galden) und wässrigem Ferrofluid, welches sich nicht mit Galden vermischt, in einem Volumenverhältnis von Galden/Ferrofluid von 152 : 1, gefüllt. Die Auswahl der zu transportierenden Partikel und Ferrofluide erfolgt so, dass dipolare Wechselwirkungen und Instabilitäten, die durch Berührung hervorgerufen werden, unterdrückt werden [19, 20]. Von diesen ist bekannt, dass sie das Verhalten von Ferrofluiden bei stärkeren Magnetfeldern bestimmen. Das Magnetmuster mit dem zu transportierendem paramagnetischen Objekt obenauf wird in der Mitte eines Goniometers platziert. Dieses ist in einem Winkel von 45 Grad aufgestellt, um zu gewährleisten, dass die relevante Bewegung nicht von Goniometer oder Unterlage eingeschränkt wird. Das Goniometer enthält zwei große NbB-Magnete, die das externe Feld erzeugen. Sie haben einen Durchmesser von $d_{\text{ext}} = 60$ mm, eine Dicke $t_{\text{ext}} = 10$ mm und eine Remanenz von $\mu_0 M_{\text{ext}} = 1.28$ T. Die Magnete sind parallel mit einem Abstand von $2R = 120$ mm zueinander ausgerichtet und erzeugen in der Mittelebene ein externes Magnetfeld der Stärke $\mu_0 H_{\text{ext}} = 45$ mT, welches das zweidimensionale Muster, die Stahlkugel, die Wachs-Magnetit-Kugeln oder die Ferrofluid-Tröpfchen durchdringt. Dipolare Wechselwirkungen zwischen

2 Beschreibung des Experiments

zwei Wachs-Magnetit-Kugeln oder zwischen Ferrofluid-Nanopartikeln sind klein im Vergleich zur Wechselwirkung von Muster und äußerem Feld. Sowohl eine Skizze als auch ein Bild des Aufbaus werden in Abb. 1d bzw. Abb. 1e gezeigt.

Der Gradient der Größe des externen Feldes an der Position der zu transportierenden Gegenstände $\nabla H_{\text{ext}} \approx M_{\text{ext}} t_{\text{ext}} d_{\text{ext}}^2 / R^4$ ist mindestens um zwei Größenordnungen kleiner als der des Magnetfeldes des Musters $\nabla H_p \approx (M_l + M_s) / a$. Daher ist das von den externen Magneten erzeugte Feld effektiv gesehen homogen. Die zwei externen Magnete können ausgerichtet werden, um eine beliebige Richtung des externen Magnetfeldes in Bezug auf das Muster zu erzeugen. Ein Laser, welcher entlang \mathbf{H}_{ext} zeigt, ist am Goniometer angebracht (Abb. 1e), um eine stereografische Projektion der instantanen äußeren Magnetfeldrichtung auf einer Aufzeichnungsebene zu erstellen.

3 Ergebnisse

3.1 Grundlagen

Diese Arbeit stützt sich auf die in [13] untersuchte parametrische Abhängigkeit des Potentials (Gl. 2.2), welches auf ein paramagnetisches Objekt einwirkt. Diese Masterarbeit baut auf meiner Bachelorarbeit auf, in der der Transport einzelner Stahlkugeln untersucht wurde. Die für diese Arbeit wichtigen Erkenntnisse aus [13] und aus meiner Bachelorarbeit werden im folgenden kurz zusammengefasst.

Das Potential aus Gl. 2.2 besitzt eine hexagonale Symmetrie und hat entweder ein oder zwei Minima pro Einheitszelle, je nach Ausrichtung des homogenen externen Feldes. Die Menge an möglichen Orientierungen des externen Feldes bilden eine Kugeloberfläche, welche im folgenden der *control space* \mathcal{C} genannt wird (siehe Abb. 2b). Zwei Minima existieren in jenem Bereich von \mathcal{C} , der sog. Excess-Region (Abb. 2b), bei dem die Ausrichtung des externen Feldes ungefähr antiparallel zur Magnetisierung \mathbf{M}_l der Silbermagnete ist (Abb. 2a). Wohingegen nur ein Minimum des Potentials für jene Orientierungen existiert, bei denen das externe Feld ungefähr parallel zur Magnetisierung der Silbermagnete ausgerichtet ist (grüner Bereich des *control space* in Abb. 2b). Die Grenze in \mathcal{C} zwischen der Excess-Region und der Region mit einem einzelnen Minimum stellt eine geschlossene Kurve in \mathcal{C} dar, welche im folgenden *fence* \mathcal{F} genannt wird. Der *fence* besteht aus zwölf Segmenten (rote und blaue in Abb. 2b), die sich in den zwölf Bifurkationspunkten treffen. Diese Bifurkationspunkte ($\mathcal{B}_{\pm a_i}$ bzw. $\mathcal{B}_{\pm Q_i}$) befinden sich in der südlichen Hemisphäre von \mathcal{C} auf Longituden, die entlang der Richtungen $\pm \mathbf{a}_i$ bzw. $\pm \mathbf{Q}_i$ (für $i = 1, 2, 3$) der primitiven Einheitsvektoren des direkten bzw. des reziproken Gitters verlaufen (siehe Abb. 2a und 2b). Die Segmente werden in zwei Typen $+\mathbf{Q}$ -Segmente (rote Segmente in Abb. 2b) und $-\mathbf{Q}$ -Segmente (blaue Segmente in Abb. 2b) unterteilt.

Die externen Magnete werden so orientiert, dass sie sich entlang eines geschlossenen Modulationspfades, welcher mit derselben Ausrichtung beginnt und endet, bewegen. In

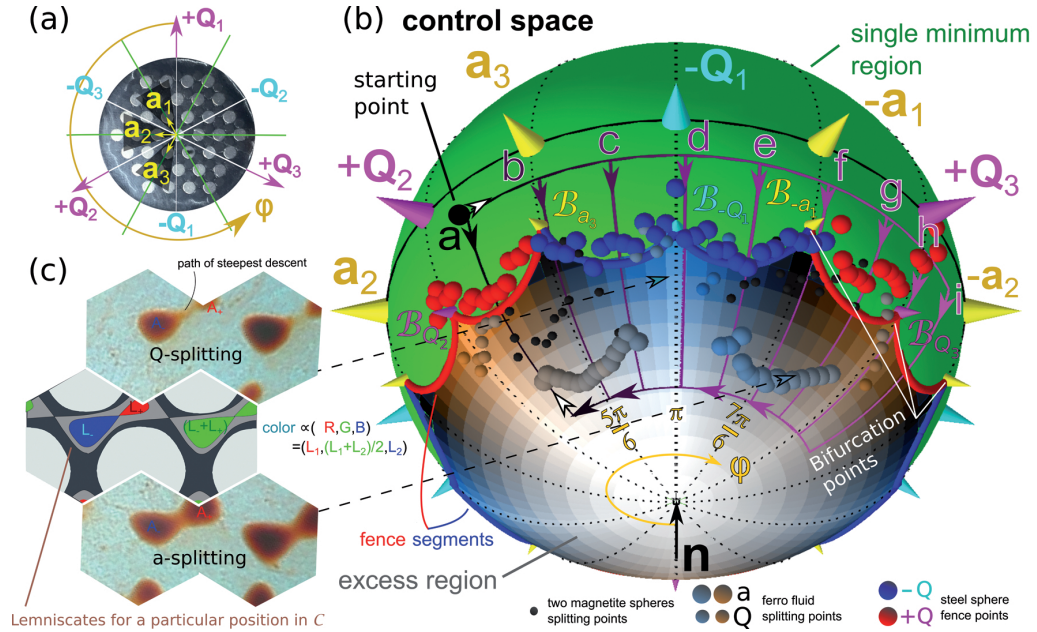


Abbildung 2: Orientierung des Modulationsmusters, die entsprechenden Orientierungen des externen Feldes im *control space* und die verschiedenen Ereignisse, die für einzelne Stahlkugeln, Wachs-Magnetit-Dubletts und Ferrofluidtröpfchen, bei den in den Experimenten verwendeten Familien von Modulationspfaden, auftreten. (a) Richtung der primitiven Einheitsvektoren \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 und \mathbf{a}_3 des direkten Gitters und Richtung der primitiven Einheitsvektoren \mathbf{Q}_1 , \mathbf{Q}_2 und \mathbf{Q}_3 des reziproken Gitters (b) *control space* des hexagonalen Gitters. Der theoretisch berechnete *fence* zwischen der Region eines einzelnen Minimums (grün) und der Excess-Region für paramagnetische Objekte wird in roten (+ \mathbf{Q} -Segmente) und blauen ($-\mathbf{Q}$ -Segmente) Linien dargestellt. Experimentell durch eine Stahlkugel ermittelte *fence* Daten werden mittels roten und blauen Kugeln angezeigt. Die Experimente werden mittels geschlossener Modulationspfade (a-i) durchgeführt, welche am großen schwarzen Punkt (Startpunkt) beginnen und die Excess-Region im Süden von \mathcal{C} und entlang einer Longitude zwischen den \mathbf{Q}_2 und $-\mathbf{a}_2$ Longituden entweder durch ein rotes, oder blaues *fence*-Segment betreten. Die Modulationspfade verlassen daraufhin diese Region und kehren zum Startpunkt zurück, indem sie das rote *fence*-Segment auf einer Longitude zwischen \mathbf{a}_3 und \mathbf{Q}_2 kreuzen. Es wurde auch der zeitumgekehrte geschlossene Modulationspfad -i des Pfades i verwendet. Der Transport paramagnetischer Objekte auf dem Magnetmuster wird als Funktion der Eintritts-Longitude, welche kontinuierlich als Funktion des Azimutwinkels ϕ_{entry} variiert wird, gemessen. Die farbcodierten Kugeln geben den experimentell bestimmten Ort in \mathcal{C} wieder, an dem sich die Ferrofluidtröpfchen oder die Wachs-Magnetit-Dubletts aufteilen (siehe Legende). Die Farbe dekodiert die unterschiedlichen Größen der geteilten Objekte gemäß Gleichung 3.1. Die gleiche Farbcodierung, mit Ersetzen der Flächen der Tröpfchen durch die Flächen der theoretischen Lemniskaten, wurde für den Hintergrund in der Excess-Region verwendet. Der Einheitsvektor \mathbf{n} ist der Normalenvektor zum Muster. (c) Zwei Einheitszellen mit einer experimentellen Aufnahme der Ferrofluidtröpfchen an einer *Q-splitting*-Linie für $\phi_{\text{entry}} \approx \pi$ (oben). Zwei Einheitszellen des Modulationsmusters mit den theoretischen Lemniskaten (Äquipotentiallinien durch die Sattelpunkte), berechnet aus dem Magnetpotential für ein externes Feld in der Excess-Region (mitte). Zwei Einheitszellen mit einer experimentellen Aufnahme der Ferrofluidtröpfchen an einer *a-splitting*-Linie für den geschlossenen Modulationspfad g mit $\phi_{\text{entry}} \approx 7.5\pi/6$ (unten). Die gestrichelten Pfeile zeigen auf die entsprechende Orientierung des externen Feldes in \mathcal{C} .

Abb. 2b ist dieser Startpunkt als großer schwarzer Punkt gekennzeichnet. Er markiert die Stelle, an der sich die Longitude \mathbf{Q}_2 und \mathbf{a}_3 in der südlichen Ein-Minimums-Region treffen. Aufgrund des durchfahrenen geschlossenen Modulationspfades des externen Feldes bewegen sich die Stahlkugel, die Wachs-Magnetit-Kugeln und die Ferrofluid-Tröpfchen über das Magnetmuster. Eine Bewegung der Stahlkugel gilt als topologisch trivial, wenn die Kugel auf einen geschlossenen Modulationspfad des externen Feldes mit einer geschlossenen Bahn auf dem Magnetmuster reagiert. Nicht jeder geschlossene Modulationspfad verursacht eine solche triviale Reaktion der Stahlkugel. Es gibt topologisch nicht triviale Trajektorien, bei denen die Stahlkugel an einer, von der Ausgangsposition um einen Einheitsvektor des Magnetgitters verschobenen Position endet. Nicht triviale, geschlossene Modulationspfade im *control space* sind solche, deren Segmente sowohl in der Excess-Region als auch in der Region mit einem Minimum liegen [13, 17]. In dieser Arbeit tritt der geschlossene Modulationspfad in die Excess-Region bei ϕ_{entry} zwischen den Longituden der \mathbf{Q}_2 und $-\mathbf{a}_2$ Orientierungen ein und verlässt die Excess-Region bei $\phi_{\text{exit}} = 4.4\pi/6$ zwischen den Longituden der \mathbf{Q}_2 und \mathbf{a}_3 Orientierungen. Ein Schema der geschlossenen Modulationspfade im *control space* ist in Abb. 2b dargestellt.

3.2 Transport einer Stahlkugel

In meiner Bachelorarbeit [17] habe ich bereits untersucht, wie sich der Transport eines einzelnen paramagnetischen Teilchens ändert, wenn die Eintritts-Longitude $4.4\pi/6 < \phi_{\text{entry}} < 8.5\pi/6$ des geschlossenen Modulationspfades variiert wird, siehe auch [13, 21]. Im folgenden werden die für diese Arbeit wichtigen Erkenntnisse kurz wiederholt.

Die Stahlkugel kehrt adiabatisch zu ihrer Ausgangsposition zurück (führt eine geschlossene Bahn über dem Gitter durch), wenn der geschlossene Modulationspfad in die Excess-Region am selben *fence*-Segment ein- und austritt. Ein Beispiel für eine solche Bahn ist in Abb. 2b der geschlossene Modulationspfad a, mit $\phi_{\text{entry}} = \phi_{\text{exit}} = 4.4\pi/6$. Auch kehrt die Kugel zur Ausgangsposition zurück, wenn der geschlossene Modulationspfad nur einen Bifurkationspunkt, $\mathcal{B}_{\mathbf{a}_3}$, oder zwei Bifurkationspunkte, $\mathcal{B}_{\mathbf{a}_3}$ und $\mathcal{B}_{-\mathbf{Q}_1}$, in \mathcal{C} umschließt. Dies ist der Fall für die geschlossenen Modulationspfade b bis e in Abb. 2b, für diese gilt $5\pi/6 < \phi_{\text{entry}} < 7\pi/6$ und $\phi_{\text{exit}} = 4.4\pi/6$. Sobald der geschlossene Modulationspfad jedoch den Bifurkationspunkt $\mathcal{B}_{\mathbf{a}_3}$ enthält, kehrt die Kugel zwar zur Ausgangsposition zurück, die Bewegung ist jedoch nicht

länger adiabatisch. Stattdessen tritt ein irreversibler Ratschensprung auf, sobald der geschlossene Modulationspfad die Excess-Region durch den *fence* verlässt. Eine Ratsche tritt dann auf, wenn das Eintritts- und das Ausgangssegment des *fence* von unterschiedlichem Typus sind. Die Bewegung hingegen ist immer adiabatisch, wenn der geschlossene Modulationspfad die Excess-Region über den selben Typus von *fence*-Segmenten, entweder $+\mathbf{Q}$ -Segmente oder $-\mathbf{Q}$ -Segmente, betritt und verlässt. Bei dem im Experiment betrachteten Fall ist die Bewegung der Stahlkugel wieder adiabatisch, sobald der geschlossene Modulationspfad auch den dritten Bifurkationspunkt $\mathcal{B}_{-\mathbf{a}_1}$ einschließt (geschlossene Modulationspfade f-i, mit $7\pi/6 < \phi_{\text{entry}} < 9\pi/6$ in Abb. 2b), wobei eine Gesamtverschiebung der Kugel um einen Einheitsvektor $-\mathbf{a}_2$ auftritt. Da dieser geschlossene Modulationspfad adiabatisch ist, transportiert der zeitumgekehrte, geschlossene Modulationspfad (beispielsweise der inverse geschlossene Modulationspfad -h mit $4\pi/6 < \phi_{\text{entry}} < 5\pi/6$ und $7\pi/6 < \phi_{\text{exit}} < 8\pi/6$ in Abb. 2b) in die entgegengesetzte Richtung (im Fall von -h in \mathbf{a}_2 Richtung) von dem direkten geschlossenen Modulationspfad. Die Position des *fence* im *control space* wurde durch die Ratschensprünge der Stahlkugel gemessen. Die blauen und roten Punkte in Abb. 2b sind die experimentellen Daten dieser Messungen.

3.3 Transport der Ferrofluid Tropfen

In Abschnitt 3.2 wurde der Grenzfall eines transportierten Partikels beschrieben. Im folgenden wird nun der entgegengesetzte Grenzfall, der Transport eines makroskopischen Ensembles aus Partikeln, behandelt. Die dazwischen liegenden Partikelzahlen beschreiben den Übergang von topologisch zu geometrisch bestimmtem Transport, worauf im Abschnitt 3.4 eingegangen wird.

Um den Transport einer makroskopischen Anzahl an Nanopartikeln pro Einheitszelle zu verstehen, wird die Bewegung von Ferrofluidtröpfchen betrachtet. Somit kann das zu transportierende Objekt nicht mehr als Punktteilchen betrachtet werden. Um die Bewegung zu verstehen, müssen die Äquipotentiallinien um die Minima des gesamten magnetischen Potentials, welches die Bewegung antreibt, berücksichtigt werden. In Abb. 3 wurden Bilder zusammengefasst, welche die Bewegung eines Ferrofluidtröpfchens zeigen, wobei die jeweiligen geschlossenen Modulationspfade jenen aus Abb. 2 entsprechen. Die verwendeten geschlossenen Modulationspfade umfahren keinen oder bis zu vier Bifurkationspunkte. Am Startpunkt befinden sich sowohl die Stahlkugel als auch die Ferrofluidtröpfchen über dem Zentralmagneten

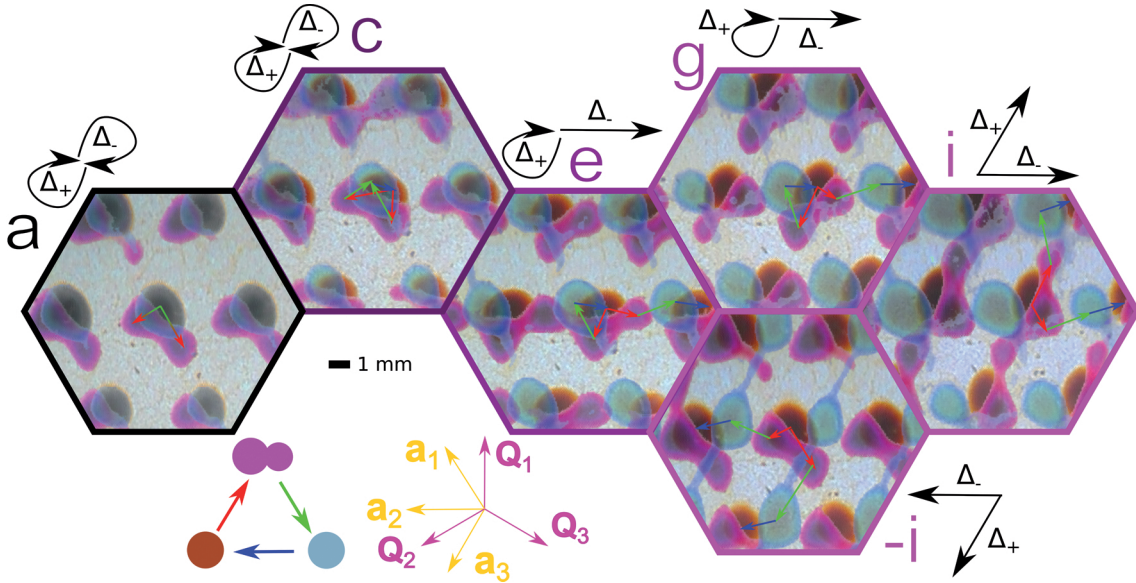


Abbildung 3: Dynamik von Ferrofluidtröpfchen, welche den geschlossenen Modulationspfaden a-i und -i aus Abb. 2 unterliegen. In jedem Bild wird ein Bild des Tröpfchens vor dem Eintritt in die Excess-Region (braun), an der *splitting*-Linie (lila) und nach Rekombination am Ende des geschlossenen Modulationspfades (türkis) überlagert. Die verschiedenen Bilder entsprechen den verschiedenen geschlossenen Modulationspfaden, die in Abb. 2b dargestellt sind: **a:** $\phi_{\text{entry}} = \phi_{\text{exit}} = 4.4\pi/6$, **c:** $\phi_{\text{entry}} = 5.5\pi/6$, $\phi_{\text{exit}} = 4.4\pi/6$, **e:** $\phi_{\text{entry}} = 6.5\pi/6$, $\phi_{\text{exit}} = 4.4\pi/6$, **g:** $\phi_{\text{entry}} = 7.5\pi/6$, $\phi_{\text{exit}} = 4.4\pi/6$, **i:** $\phi_{\text{entry}} = 8.5\pi/6$, $\phi_{\text{exit}} = 4.4\pi/6$ und der inverse geschlossene Modulationspfad **-i:** $\phi_{\text{entry}} = 4.4\pi/6$, $\phi_{\text{exit}} = 8.5\pi/6$. Für die Pfade a und c koexistieren zwei triviale Transportmodi. Für die geschlossenen Modulationspfade e und g koexistiert ein Transportmodus in die Richtung $-\mathbf{a}_2$ mit einem trivialen Modus. Im Falle des geschlossenen Modulationspfades i existiert ein Transportmodus in die $-\mathbf{a}_2$ Richtung neben einem in die $-\mathbf{a}_3$ Richtung. Der Regelkreis von -i ist die Umkehrung des Regelkreises i mit zwei Transportmodi entlang \mathbf{a}_2 und \mathbf{a}_3 . Die roten Pfeile geben die Transportrichtung während der Aufspaltung des braunen Tröpfchens in Richtung der violetten Tröpfchen an. Die grünen Pfeile zeigen die Bewegung der beiden lila Tröpfchen, wenn sie sich wieder zum türkisfarbenen Tröpfchen vereinen. Der blaue Pfeil symbolisiert die adiabatische Bewegung beim Schließen des Regelkreises im *control space* (Rückkehr zum Startpunkt). Die Verschiebung nach einem geschlossenen Modulationspfad ist die Koexistenz der beiden Verschiebungen Δ_+ und Δ_- der beiden geteilten Tröpfchen. Die schwarzen Pfeile skizzieren die Bewegung der Tröpfchen. Der Maßstab beträgt 1 mm.

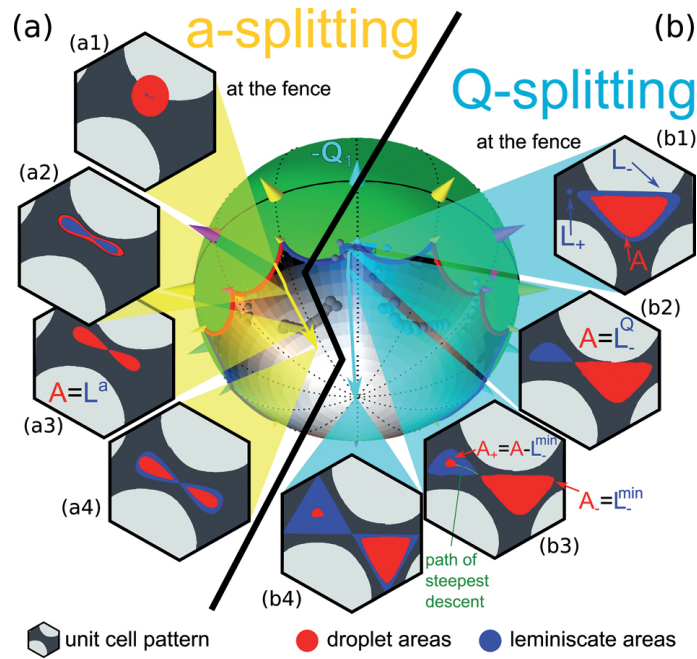


Abbildung 4: Schematische Darstellung von *a-splitting* (a) und *Q-splitting* (b) eines Ferrofluidtröpfchens. Es wird jeweils eine Einheitszelle (Sechseck) mit den Tröpfchen (rot) und den Lemniskaten (blau) für vier verschiedene Ausrichtungen des externen Feldes entlang eines geschlossenen Modulationspfades dargestellt. Der geschlossene Modulationspfad betritt dabei die Excess-Region von \mathcal{C} in der Nähe eines \mathcal{B}_a -Bifurkationspunktes (a1)-(a4), beziehungsweise in der Nähe eines \mathcal{B}_Q -Bifurkationspunktes (b1)-(b4). Die Segmente beider geschlossenen Modulationspfade im *control space* sind in der Bildmitte von \mathcal{C} angegeben. Die Positionen der großen (kleinen) Magnete in der Einheitszelle werden in hellem (dunklem) Grau angezeigt.

der Einheitszelle. Die Kugel / das Tröpfchen bewegt sich von diesem Ort weg, wenn das externe Magnetfeld in die Excess-Region von \mathcal{C} eintritt. Es geschieht nichts ungewöhnliches, wenn das externe Magnetfeld den *fence* überquert. Wenn das externe Magnetfeld tiefer in die Excess-Region eindringt, so passiert auch nichts besonderes mit der einzelnen Stahlkugel, das Ferrofluidtröpfchen hingegen verformt sich zu einer hundeknochen-ähnlichen Form und teilt sich schließlich in zwei kleinere Tröpfchen auf, wenn der Modulationspfad eine *splitting*-Linie in \mathcal{C} kreuzt. Einige dieser Formen solcher Tröpfchen sind in Abb. 2c dargestellt. Ihre Form und Größe stimmen sehr gut mit der Form und Größe der Lemniskaten, den Äquipotentiallinien des Potentials der Kolloide, welches durch den Sattelpunkt zwischen den beiden Minima geht (siehe Abb. 2c), überein. Die zwei getrennten Ferrofluidtröpfchen befinden sich in einem Bereich oberhalb der beiden verschiedenen Minima, die das Potential in der Excess-Region von \mathcal{C} hat. Die Tröpfchen werden im Allgemeinen in

verschiedene Richtungen transportiert. Wenn der Modulationspfad geschlossen ist (zum Startpunkt zurückkehrt), gehen die beiden gespaltenen Ferrofluidtröpfchen entweder in die ursprüngliche Position über demselben zentralen Silbermagneten zurück, oder zu einer äquivalenten Position in einer anderen Einheitszelle. Der Transport über eine Periode ist somit die Koexistenz von zwei verschiedenen Transportrichtungen. Der Gesamttransport ist die Summe der beiden nebeneinander vorhandenen Verschiebungen, gewichtet mit den beiden Flächen der Tröpfchen bei Teilung.

Die Aufspaltung eines Ferrofluidtröpfchens erfolgt entweder adiabatisch (*a-splitting*) oder irreversibel (*Q-splitting*). Beide Arten der Aufteilung sind in Abb. 4 schematisch dargestellt. Das Ferrofluid-Tröpfchen bedeckt eine bestimmte Fläche A des *action space* \mathcal{A} , wenn das externe Feld in die Excess-Region von \mathcal{C} eintritt. Bei Eintritt des externen Feldes in die Excess-Region wird im magnetischen Potential ein Excess-Minimum und ein Excess-Sattelpunkt erzeugt. Die Äquipotentiallinie, die durch den Excess-Sattelpunkt verläuft, ist eine Lemniskate, die sich zuerst um das bereits existierende "Haupt"-Minimum, dann durch den Sattelpunkt und als nächstes um das Excess-Nebenminimum windet. Somit definiert die Lemniskate eine geschlossene Kurve der Fläche $L = L_+ + L_-$, wobei jede der beiden Unterbereiche L_+ und L_- jeweils ein Minimum des Potentials umgibt. Am *fence* in \mathcal{C} verschwindet der Bereich der untergeordneten Lemniskate des Nebenminimums, $L_+ = 0$ für ein $-\mathbf{Q}$ -*fence*-Segment bzw. $L_- = 0$ für ein $+\mathbf{Q}$ -*fence*-Segment. Am *fence* gilt entweder $L_+ = 0$, oder $L_- = 0$ und die vom Ferrofluid eingenommene Fläche des Tröpfchens kann entweder größer ($A > L_+ + L_-$) oder kleiner ($A < L_-$ bzw. $A < L_+$) sein als die Fläche des bereits existierenden Hauptminimums.

Der Fall $A > L_+ + L_-$ (*a-splitting*) tritt ein, wenn der geschlossene Modulationspfad die Excess-Region von \mathcal{C} in der Nähe eines \mathcal{B}_a Bifurkationspunktes betritt. Dann nimmt das Ferrofluidtröpfchen die Form einer Äquipotentiallinie an, welche beide Minima enthält (siehe Abb. 2c unten und Abb. 4a). Wenn der Modulationspfad tiefer in die Excess-Region von \mathcal{C} eindringt, wächst die Fläche der Lemniskate an (Abb. 4(a1) und 4(a2)). An dem Punkt, an dem die Fläche der Lemniskate mit der Fläche des Tropfens übereinstimmt, $L = L^a = A$, sind beide Teilbereiche der Lemniskaten L_+^a und L_-^a vollständig mit Ferrofluid gefüllt (Abb. 4(a3)). Sobald die Fläche der Lemniskate über die des Tröpfchens hinaus wächst, $L > A$, teilt sich das Tröpfchen in zwei Tröpfchen mit den Flächen $A_+ = L_+^a$ und $A_- = L_-^a$ (Abb. 4(a4)). Die Flächen beider Tröpfchen bleiben solange unverändert, bis sich die Tröpfchen wieder vereinen, d.h. es gibt keine weiteren Aufspaltungen. Die Aufspaltung ist

3 Ergebnisse

reversibel, wenn bei umgekehrter Ausführung des geschlossenen Modulationspfades dieser die *splitting*-Linie $L^a = A$ genau an der gleichen Stelle kreuzt.

In Abb. 2b wurden die aufgespaltenden Ferrofluidtröpfchen mit einer normalisierten RGB-Farbe farbcodiert, die durch das Triplett

$$(R,G,B) = \frac{8}{A_{UC}}(A_+, (A_+ + A_-)/2, A_-), \quad (3.1)$$

gegebenen ist. Hierbei beschreibt A_{UC} die Fläche der Einheitszelle und der Faktor Acht ergibt sich aus der Tatsache, dass der maximale Teilbereich einer Lemniskate ein Achtel der Fläche der Einheitszelle beträgt (siehe Abb. 4(b4)). Auch wurde die Excess-Region von \mathcal{C} in Abb. 2b mit dem gleichen Kriterium farbcodiert, allerdings wurden die Unterbereiche A_{\pm} durch die Unterbereiche der Lemniscaden L_{\pm} ersetzt. Somit stimmt die Farbe der experimentellen Datenpunkte an den *splitting*-Linien in Abb. 2b mit der Farbe des *control space* nur überein, wenn $A_{\pm} = L_{\pm}$, d.h. wenn die Teilflächen der theoretischen Lemniskaten und die der Tröpfchen gleich sind. In Abb. 2b ist die Farbe der experimentell bestimmten Punkte für *a-splitting* dunkler als der Hintergrund, was anzeigt, dass sich die Tröpfchen im Experiment später aufspalten als von der Theorie vorhergesagt. Dies liegt vermutlich daran, dass die Adhäsionskräfte des Tröpfchens eine frühere Spaltung verhindern. Die Farbabweichung der experimentellen Daten unterhalb des \mathcal{B}_{-a_1} Bifurkationspunktes ist wahrscheinlich auf Streuungen in der Magnetisierung der *NbB*-Magnete, die das Muster bilden, zurückzuführen. Zusätzlich haben auch die endliche Ausdehnung des Magnetmusters und der Abstand zwischen Partikel und Magnetmuster eine Auswirkung auf die experimentellen Messungen.

Der Fall $A < L_-$ (*-Q-splitting*) tritt ein, wenn der geschlossene Modulationspfad die Excess-Region von \mathcal{C} in der Nähe eines \mathcal{B}_{-Q} Bifurkationspunktes betritt. Dann nimmt das Ferrofluidtröpfchen die Form einer Äquipotentiallinie an, welche nur das bereits existierende Hauptminimum, nicht aber das Nebenminimum in der Excess-Region umgibt. In Abb. 2c ist das Bild eines Tröpfchens direkt nach einem *-Q-splitting* gezeigt (siehe auch Abb. 4b). Die Fläche von L_- ist maximal, wenn das externe Feld in Richtung des Südpols zeigt, oder an den Bifurkationspunkten \mathcal{B}_{-Q} von \mathcal{C} . Somit existiert eine lokale, minimale Fläche L_-^{\min} , wenn das externe Feld entlang einer Longitude zeigt, welche den Südpol und einen der Bifurkationspunkte \mathcal{B}_{-Q} verbindet. Wenn sich der Modulationspfad vom *fence* zum Südpol bewegt, schrumpft die Teilfläche L_- des bereits vorhandenen Minimums der Lemniskate

(Abb. 4(b1)). Ab einem gewissen Punkt entspricht die Teilfläche der Lemniskate L_- dem des Tröpfchens $L_-^Q = A$ (Abb. 4(b2)), jedoch unter der Voraussetzung, dass $L_-^{\min} < A < L_-$. Dann füllt die Flüssigkeit die Teilfläche L_-^Q vollständig aus, während die andere Teilfläche L_+ vollkommen leer ist. Sobald die Hauptfläche der Lemniskate unter die der Tröpfchenfläche schrumpft, $L_- < A$, teilt sich das Tröpfchen in zwei Tröpfchen der Flächen $A_- = L_-$ und $A_+ = A - L_-$ (Abb. 4(b3)). Die Flüssigkeit in L_- wurde durch den Sattelpunkt aus dem Tröpfchen hinausgepresst und fließt den Weg des steilsten Gefälles in das Becken des Excess-Nebenminimums. Die gefüllten Flächen des Tröpfchens ändern sich solange, bis L_- nicht länger abnimmt (Abb. 4(b4)). Der Aufteilungsprozess ist irreversibel und es ist nicht möglich, beide Tröpfchen wieder reversibel zusammenzufügen, da die Flüssigkeit im Excess-Minimum nicht den Weg des steilsten Gefälles zurück in das vorher existierende Minimum fließen kann.

Es wurden die experimentellen $\pm\mathbf{Q}$ -*splitting* Punkte an jenen Stellen, an denen die Aufspaltung der Tröpfchen begann, in Abb. 2 eingetragen und die Punkte gemäß Gleichung 3.1 gefärbt. Hierbei sind A_{\pm} jene Teilflächen, bei denen der Flüssigkeitsaustausch zwischen A_+ und A_- stoppt. Die Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage, gegeben durch die Flächen der Lemniskate (farbiger Hintergrund), ist ausgezeichnet.

Die *splitting*-Linien $L^a = A$, $L_-^Q = A$ und $L_+^Q = A$ sind jeweils Segmente einer geschlossenen Kurve, verbunden mit dem *fence* von \mathcal{C} . Für $A > L_-^{\min}$ muss somit jeder geschlossene Modulationspfad in \mathcal{C} , bei dem es sich um eine geschlossene Kurve handelt und der tief genug in die Excess-Region eindringt, die *splitting*-Linie passieren. Ein nichttrivialer geschlossener Modulationspfad verursacht daher nichttrivialen Transport, welcher die Koexistenz von zwei topologischen Verschiebungen ist, jeweils gewichtet mit den beiden aufgeteilten Bereichen des Tröpfchens. Die Flächen A_- und A_+ variieren dabei kontinuierlich entlang der *splitting*-Linien.

3.4 Transport von zwei Teilchen pro Einheitszelle

Es wurde auch der Transport von zwei Teilchen pro Einheitszelle, einem Dublett, experimentell untersucht. Die von den beiden Wachs-Magnetit-Kugeln eingeschlossene Fläche A ist kleiner als die Fläche des lokalen Minimums, d.h. $A < L_-^{\min}$. Im Gegensatz zum Ferrofluidtröpfchen kann somit das \mathbf{Q} -*splitting* nicht für zwei Teilchen

pro Einheitszelle auftreten. *a-splitting* hingegen weist sowohl das Ferrofluidtröpfchen als auch das Dublett auf. In Abb. 2b ist eine Messung der *a-splitting*-Linie $L^a = A$ für das Wachs-Magnetit Dublett eingetragen. Wenn der geschlossene Modulationspfad in die Excess-Region in der Nähe eines $\mathcal{B}_{\pm Q}$ -Bifurkationspunktes eintritt, werden die Kugeln innerhalb des Hauptminimums zusammen transportiert. Tritt der geschlossene Modulationspfad hingegen in die Excess-Region in der Nähe eines \mathcal{B}_a -Bifurkationspunktes ein, so kommt es zu *a-splitting* und beide Kugeln trennen sich. Die eine Kugel wird innerhalb des Hauptminimums und die andere innerhalb des Nebenminimums transportiert. Es koexistieren zwei Transportrichtungen.

Somit existieren zwei verschiedene Transportmodi für die Dubletts: (i) kein *splitting* und (ii) *a-splitting*. Die Transportmodi hängen dabei von ϕ_{entry} ab. Der Übergang von einem Transportmodus zum Anderen geschieht an den Dublett-Bifurkationspunkten $\mathcal{B}_{\text{dublett}}$, wobei es sich um die Schnittpunkte des *fence* mit der *a-splitting*-Linie $L^a = A$ für Dubletts handelt. Da die zwei Kugeln die gleiche Größe haben, sind die Flächen des *a-splitting* Transports gleich, $A_- = A_+ = A/2$. Daher haben die experimentell bestimmten Punkte für das Dublett mit *a-splitting* in Abb. 2b alle die gleiche Farbe, welche nach Gleichung (3.1) bestimmt wurde. Die Farbe ist allerdings dunkler als die theoretische Hintergrundfarbe der Lemniskaten, was bedeutet, dass die Aufteilung im Experiment später erfolgt, als von der Theorie vorhergesagt. Die Ursache liegt vermutlich in der dipolaren Anziehung zwischen den beiden Kugeln, sowie in der Reibung der Kugeln mit dem Untergrund. Wie der Transport einer einzelnen Kugel, ist der Transport von Dubletts diskret und daher topologisch.

3.5 Nettoverschiebung

Im folgenden wird die Nettoverschiebung nach Abschluss eines vollständigen geschlossenen Modulationspfades für alle drei Objekttypen, Einzelkugeln, Dubletts und Ferrofluidtröpfchen, analysiert. Für alle drei Objekte wird der Vektor der Nettoverschiebung Δ als die flächengemittelte Summe der beiden möglichen Verschiebungen definiert:

$$\Delta = \frac{\Delta_+ A_+ + \Delta_- A_-}{A_+ + A_-}, \quad (3.2)$$

Dabei sind Δ_{\pm} die Vektoren der Nettoverschiebung der beiden Minima in einem geschlossenen Modulationspfad. Das bedeutet, dass Δ_{\pm} immer Gittervektoren darstellen und sich Δ entlang einer geraden Linie zwischen den beiden Gittervektoren

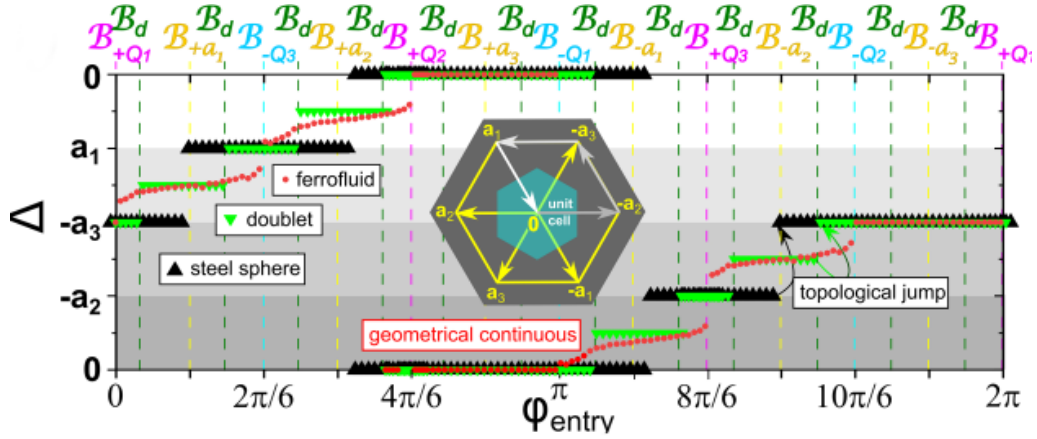


Abbildung 5: Darstellung der experimentellen Messungen der Nettoverschiebung Δ der Stahlkugel, des Wachs-Magnetit-Dubletts und der Ferrofluidtröpfchen als Funktion von ϕ_{entry} für eine Familie von geschlossenen Modulationspfaden mit $\phi_{\text{exit}} = 4.4\pi/6$. Die Verschiebung ändert sich entlang der vier grauen Pfeile, welche in der Bildmitte zu sehen sind. Die vier grau schattierten Bereiche entsprechen jeweils dem gleichfarbigen Pfeil im Einschub. Die Verschiebung hängt von ϕ_{entry} ab und ist für die Stahlkugel und die Wachs-Magnetit-Kugeln eine diskrete Funktion, aber eine kontinuierliche Funktion für die Ferrofluidtröpfchen. Die Sprünge in der Nettoverschiebung treten dann auf, wenn der geschlossene Modulationspfad die Bifurkationspunkte im *control space* kreuzt (die Positionen der Bifurkationspunkte sind durch vertikal gestrichelte Linien angegeben).

bewegt.

In Abb. 5 ist die Nettoverschiebung aller magnetischen Objekte als Funktion von ϕ_{entry} für eine Familie von geschlossenen Modulationspfaden mit $\phi_{\text{exit}} = 4.4\pi/6$ eingetragen. Die geschlossenen Modulationspfade entsprechen jenen in Abb. 2b.

Die Nettoverschiebung ist Null, wenn der geschlossene Modulationspfad keinen Bifurkationspunkt umschließt. Die Verschiebung bewegt sich entlang der geraden Linien, welche die Folge von Gittervektoren $\mathbf{0}, -\mathbf{a}_2, -\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_1$, und $\mathbf{0}$ verbinden (vgl. graue Pfeile in der Mitte von Abb. 5). Für das Ferrofluidtröpfchen sind die Flächen A_+ und A_- stetige Funktionen von ϕ_{entry} . Im Gegensatz dazu können die transportierten Flächen A_{\pm} für eine Stahlkugel bzw. ein Wachs-Magnetit-Dublett nur ganzzahlige Vielfache der Fläche einer Kugel sein (mit $n = 0, 1$ bzw. $n = 0, 1, 2$). Somit ändert sich die Nettoverschiebung einer Stahlkugel und die des Dubletts in Abhängigkeit von ϕ_{entry} in diskreten Schritten. Die Anzahl der diskreten Schritte für die Dubletts ist dabei doppelt so groß wie die einer einzelnen Stahlkugel. Daher ist der Transport von einer oder zwei Kugeln topologisch geschützt, während der Transport des Ferrofluids geometrisch bestimmt ist.

4 Fazit

In dieser Masterarbeit wurde der Transport paramagnetischer Partikel auf einem Magnetmuster, angetrieben durch ein homogenes und zeitabhängiges externes Magnetfeld, experimentell untersucht. Das externe Feld führt periodische, geschlossene Modulationspfade durch. Es wurde gezeigt, dass sich der Transport von topologisch geschützt zu geometrisch bestimmt verändert, wenn die Anzahl der Partikel pro Einheitszelle des Gitters erhöht wird. Der Transport kann als Funktion eines Parameters ausgedrückt werden, welcher eine Familie von geschlossenen Modulationspfaden durchgehend charakterisiert. Dieser Parameter ist diskret für niedrige Teilchendichten und kontinuierlich für eine makroskopische Anzahl von Teilchen pro Einheitszelle (Ferrofluidtröpfchen). Existieren mehr Möglichkeiten zum Teilen und Trennen von Ansammlungen aus weicher Materie, so erhöht sich die Anzahl der Bifurkationspunkte im *control space* \mathcal{C} und auch die Zahl der Transportmodi im *action space* \mathcal{A} , welche dann durch feinere Schritte getrennt sind. Es ist somit die Anzahl an Möglichkeiten, die letztendlich den Transport von topologisch geschützt zu geometrisch bestimmt ändert.

Ein Ferrofluid ist eine kolloidale Ansammlung von Nanopartikeln. Um den Transport dieses Systems aus weicher Materie so robust wie den Transport fester Partikel zu gestalten, muss das magnetische Muster auf den Nanometerbereich verkleinert werden. Dies wurde bereits in [13, 21] für eine kolloidale Dispersion von magnetischen Kolloiden in Mikrometergröße untersucht und nachgewiesen.

Teile dieser Arbeit wurden unter [22] veröffentlicht.

Abbildungsverzeichnis

1	Experimenteller Aufbau	10
2	Orientierung des Musters, die entsprechenden Orientierungen des externen Feldes im <i>control space</i> und die verschiedenen Ereignisse, die für einzelne Stahlkugeln, Wachs-Magnetit-Dubletts und Ferrofluidtröpfchen, bei den in den Experimenten verwendeten Familien von Modulationspfaden, auftreten.	14
3	Dynamik von Ferrofluidtröpfchen	17
4	Schematische Darstellung von <i>a-splitting</i> und <i>Q-splitting</i> eines Ferrofluidtröpfchens	18
5	Darstellung der experimentellen Messungen der Nettoverschiebung Δ	23

Literaturverzeichnis

- [1] SHEN, Shun-Qing: *Topological Insulators - Dirac Equation in Condensed Matters*. Berlin Heidelberg : Springer Science, Business Media, 2013. – ISBN 978-3-642-32858-9
- [2] ANANDAN, Jeeva ; CHRISTIAN, Joy ; WANELIK, Kazimir: Resource letter GPP-1: geometric phases in physics. In: *American Journal of Physics* 65 (1997), Nr. 3, S. 180–185
- [3] BERRY, Michael V.: Quantal phase factors accompanying adiabatic changes. In: *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences* 392 (1984), Nr. 1802, S. 45–57
- [4] HANNAY, John H.: Angle variable holonomy in adiabatic excursion of an integrable Hamiltonian. In: *Journal of Physics A: Mathematical and General* 18 (1985), Nr. 2, S. 221
- [5] HASAN, M Z. ; KANE, Charles L.: Colloquium: topological insulators. In: *Reviews of modern physics* 82 (2010), Nr. 4, S. 3045
- [6] RECHTSMAN, Mikael C. ; ZEUNER, Julia M. ; PLOTNIK, Yonatan ; LUMER, Yaakov ; PODOLSKY, Daniel ; DREISOW, Felix ; NOLTE, Stefan ; SEGEV, Mordechai ; SZAMEIT, Alexander: Photonic Floquet topological insulators. In: *Nature* 496 (2013), Nr. 7444, S. 196–200
- [7] XIAO, Meng ; MA, Guancong ; YANG, Zhiyu ; SHENG, Ping ; ZHANG, ZQ ; CHAN, Che T.: Geometric phase and band inversion in periodic acoustic systems. In: *Nature Physics* 11 (2015), Nr. 3, S. 240–244
- [8] PAULOSE, Jayson ; CHEN, Bryan Gin-ge ; VITELLI, Vincenzo: Topological modes bound to dislocations in mechanical metamaterials. In: *Nature Physics* 11 (2015), Nr. 2, S. 153–156

- [9] KANE, CL ; LUBENSKY, TC: Topological boundary modes in isostatic lattices. In: *Nature Physics* 10 (2014), Nr. 1, S. 39–45
- [10] NASH, Lisa M. ; KLECKNER, Dustin ; READ, Alismari ; VITELLI, Vincenzo ; TURNER, Ari M. ; IRVINE, William T.: Topological mechanics of gyroscopic metamaterials. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 112 (2015), Nr. 47, S. 14495–14500
- [11] HUBER, Sebastian D.: Topological mechanics. In: *Nature Physics* 12 (2016), Nr. 7, S. 621
- [12] MURUGAN, Arvind ; VAIKUNTANATHAN, Suriyanarayanan: Topologically protected modes in non-equilibrium stochastic systems. In: *Nature communications* 8 (2017), Nr. 1, S. 1–6
- [13] LOEHR, Johannes ; LOENNE, Michael ; ERNST, Adrian ; LAS HERAS, Daniel de ; FISCHER, Thomas M.: Topological protection of multiparticle dissipative transport. In: *Nature communications* 7 (2016), Nr. 1, S. 1–10
- [14] XIONG, Ye: Why does bulk boundary correspondence fail in some non-hermitian topological models. In: *Journal of Physics Communications* 2 (2018), Nr. 3, S. 035043
- [15] YAO, Shunyu ; WANG, Zhong: Edge states and topological invariants of non-Hermitian systems. In: *Physical review letters* 121 (2018), Nr. 8, S. 086803
- [16] KUNST, Flore K. ; EDVARDSSON, Elisabet ; BUDICH, Jan C. ; BERGHOLTZ, Emil J.: Biorthogonal bulk-boundary correspondence in non-Hermitian systems. In: *Physical review letters* 121 (2018), Nr. 2, S. 026808
- [17] ROSSI, Anna M. ; BUGASE, Jonas ; FISCHER, Thomas M.: Macroscopic Floquet topological crystalline steel and superconductor pump. In: *EPL (Europhysics Letters)* 119 (2017), Nr. 4, S. 40001
- [18] HERAS, Daniel De l. ; LOEHR, Johannes ; LOENNE, Michael ; FISCHER, Thomas M.: Topologically protected colloidal transport above a square magnetic lattice. In: *New Journal of Physics* 18 (2016), Nr. 10, S. 105009
- [19] JACKSON, David P. ; GOLDSTEIN, Raymond E. ; CEBERS, Andrejs O.: Hydrodynamics of fingering instabilities in dipolar fluids. In: *Physical Review E* 50 (1994), Nr. 1, S. 298

- [20] WILKE, Natalia ; BUGASE, Jonas ; TREFFENSTÄDT, Lisa-Marie ; FISCHER, Thomas M.: Wrinkled labyrinths in critical demixing ferrofluid. In: *Soft matter* 13 (2017), Nr. 40, S. 7307–7311
- [21] LOEHR, Johannes ; HERAS, Daniel de l. ; LOENNE, Michael ; BUGASE, Jonas ; JAROSZ, Adam ; URBANIAK, Maciej ; STOBIECKI, Feliks ; TOMITA, Andreea ; HUHNSTOCK, Rico ; KOCH, Iris u. a.: Lattice symmetries and the topologically protected transport of colloidal particles. In: *Soft matter* 13 (2017), Nr. 29, S. 5044–5075
- [22] ROSSI, Anna M. ; BUGASE, Jonas ; LACHNER, Thomas ; ERNST, Adrian ; HERAS, Daniel de l. ; FISCHER, Thomas M.: Hard topological versus soft geometrical magnetic particle transport. In: *Soft matter* 15 (2019), Nr. 42, S. 8543–8551

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Diese Arbeit wurde von mir bisher weder in gleicher noch in ähnlicher Form zur Erlangung eines akademischen Grades eingereicht.

Bayreuth, den 22. Juni 2020

.....

Anna Rossi